MỞ ĐẦU

1.Lí do chọn đề tài:

1.1. Thế giới ngày nay luôn biến động và thay đổi không ngừng. Sự phát triển như vũ bão của khoa học kĩ thuật cùng với sự bùng nổ tri thức và tạo ra tri thức mới đòi hỏi nền giáo dục cần đào tạo ra những con người có tư duy (TD) và cách làm việc khoa học, sáng tạo đủ sức đương đầu với những thách thức, những vấn đề mới trong tương lai.

Những năm gần đây, trong công cuộc đổi mới giáo dục ở nhiều nước trên thế giới, người ta rất chú trọng đến việc rèn luyện và phát triển TD cho học sinh (HS) thông qua việc đổi mới chương trình và phương pháp dạy học. Ở Mỹ, ngay từ đầu những năm 1990 Trung tâm Quốc gia về dạy học TD đã tiến hành các chương trình và dự án phát triển dạy học TD ở các trường phổ thông và đại học. Hiện nay, rất nhiều trường ở Mỹ đã giảng dạy TD theo hai hình thức: giảng dạy trong một khóa học riêng biệt và giảng dạy lồng ghép trong các bài học trên lớp [119]. Ở Anh, hệ thống giáo dục coi môn học về TD như một môn học chính quy. Chính phủ Singapore quyết định cắt giảm 30% chương trình giảng dạy bậc tiểu học, chuyển trọng tâm vào việc phát triển TD cho HS hơn là nhồi nhét kiến thức. Cương lĩnh giáo dục mới của Nga cũng chủ trương giảm bớt phần kiến thức cụ thể, tập trung vào hình thành cách nghĩ của HS. Vấn đề phát triển năng lực TD trong trường học trở thành vấn đề được quan tâm hàng đầu trong nghiên cứu và phát triển giáo dục của các quốc gia tiên tiến như Mỹ, Anh, Nhật, Đức [120].

Ở Việt Nam, nghị quyết kì họp thứ 7 Ban chấp hành Trung ương Đảng cộng sản Việt Nam khoá XI chỉ rõ: "Mục tiêu của giáo dục phổ thông là giúp HS phát triển toàn diện về đạo đức, trí tuệ, thể chất, thẩm mỹ và các kỹ năng cơ bản, phát triển năng lực cá nhân, tính năng động và sáng tạo, hình thành nhân cách con người Việt Nam xã hội chủ nghĩa, xây dựng tư cách và trách nhiệm công dân; chuẩn bị cho HS tiếp tục học lên hoặc đi vào cuộc sống lao động, tham gia xây dựng và bảo vệ Tổ quốc" [44]. Về phương pháp giáo dục phổ thông, luật Giáo dục năm 2005 quy định: "Phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo của học sinh; phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, môn học; bồi dưỡng phương pháp tự học, khả năng làm việc theo nhóm; rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn; tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho HS" [45]. Như vậy, đổi mới mục tiêu, chương trình, phương pháp dạy học theo

hướng xây dựng, phát triển TD cho HS là xu hướng tất yếu, là yêu cầu cấp bách, là mục tiêu quan trọng có tính chiến lược của giáo dục nước nhà.

1.2. Một bộ phận giáo viên (GV) quan niệm rằng: chỉ có thể dạy học phát triển TD đặc biệt là TD bậc cao như tư duy phê phán (TDPP), tư duy sáng tạo (TDST) cho các HS khá và giỏi, còn đối với những HS yếu thì không thể dạy họ cách TD vì dạy thế nào thì họ cũng không thể TD tốt được. Tuy nhiên, kết quả công trình nghiên cứu của các tác giả như: H. Gardner, T.M. Amabile, R.S. Rubinstein, M. Lipman, P. E.Torrance, J.P. Guilford, … đã chỉ ra rằng mỗi cá nhân bình thường đều có khả năng TD tuy nhiên ở mỗi cá nhân thì trình độ và và sự biểu hiện là khác nhau. Nhiệm vụ của người GV là phải nhận diện được những yếu tố đặc trưng của TD thể hiện ở mỗi nhóm đối tượng HS. Từ đó có những can thiệp sư phạm nhằm phát triển TD ở từng HS một cách thích hợp.

1.3. Từ những năm 50 của thế kỉ XX, trên thế giới đã có nhiều công trình nghiên cứu về phát triển năng lực trí tuệ và TD tập trung vào các vấn đề như: các dạng trí tuệ cá nhân; cấu trúc của TD; phân bậc TD; đi sâu nghiên cứu TD bậc cao như TDPP, TDST, siêu nhận thức; phát triển năng lực TD; kích thích TD,... của nhiều tác giả như : J. Piaget (1963, 1969, 1973), B. Bloom (1956), L. Anderson (1999), H. Gardner (1993,1999,2006), T. Armstrong (1999), M.N. Sacđacốp (1970), V.A. Krutecki (1981), J.P. Guilford (1950, 1956, 1967a, 1967b, 1970), Barron (1955, 1952, 1981, 1995), Torrance (1962, 1963, 1965, 1975,...), Beyer (1995), M. Scriven(1996), R. Paul (1996), D. F. Halpern (2003), A. Fisher (2001), M. Lipman (1988, 1996)… Đến những năm 80, 90 của thế kỉ XX, tiếp tục có một số công trình nghiên cứu về vấn đề xây dựng môi trường dạy học nhằm khuyến khích, thúc đẩy TD của HS của các tác giả như: R. J. Marzano (1992, 1998, 2002), E. de Bono (1994, 2008), J. T. Dillon (1988), A. J. Udall và J. E. Daniels (1991), C. McGuinness (1999, 2006), A. de A'Echevarria (2008)… Trong các công trình nghiên cứu này, các tác giả đã đề cập tới khái niệm “lớp học TD” - một môi trường dạy học thúc đẩy TD của tất cả HS trong lớp học và đề xuất một số chiến lược, một số gợi ý mang tính định hướng trong việc tạo ra “lớp học TD ” nói chung ở mọi môn học, các cấp học, nhưng chưa đề cập tới việc xây dựng một hệ thống các biện pháp cụ thể, đồng bộ nhằm tạo dựng “lớp học TD” áp dụng trong một môn học, một cấp học.

Ở Việt Nam, có một số công trình nghiên cứu về phát triển TD cho HS của các tác giả như: Hoàng Chúng (1964), Nguyễn Cảnh Toàn (1997), Bùi Văn Nghị (1996),

Vương Dương Minh (1995), Tôn Thân (1995), Trần Luận (1995, 1996), Nguyễn Thái Hòe (2001), Nguyễn Duy Thuận (2007), Phan Thị Luyến (2008), Đỗ Ngọc Miên (2014)… Các công trình nghiên cứu của các tác giả trong nước đã tập trung nghiên cứu vấn đề phát triển, bồi dưỡng một số loại hình TD cụ thể như: TDPP, TDST, TD thuật giải,…cho đối tượng HS với giả định có năng lực học tập giống nhau, chủ yếu là HS khá và giỏi. Công trình của một số tác giả như Nguyễn Bá Kim (2002), Tôn Thân (2006), Nguyễn Quang Trung (2007), Đặng Thành Hưng (2008), Lê Thị Thu Hương (2012)…đã đề cập tới vấn đề dạy học phân hóa trong lớp học có nhiều đối tượng HS với tư tưởng chủ đạo là: "lấy trình độ chung của học sinh trong từng lớp làm nền tảng; sử dụng những biện pháp phân hoá đưa diện học sinh yếu kém lên trình độ trung bình; có những nội dung bổ sung và biện pháp phân hoá giúp học sinh khá, giỏi đạt được những yêu cầu nâng cao trên cơ sở đã đạt được những yêu cầu cơ bản". Các công trình chưa đi sâu nghiên cứu dạy học phân hóa với mục tiêu phát triển TD cho từng đối tượng HS. Nhìn chung, vấn đề xây dựng một môi trường học thúc đẩy sự phát triển TD của từng đối tượng HS trong lớp một cách thích hợp còn ít được đề cập tới trong các công trình nghiên cứu ở Việt Nam.

1.4.Trong chương trình môn Toán ở trường trung học phổ thông (THPT), hình học không gian (HHKG) là nội dung quan trọng góp phần hoàn thiện tri thức toán học phổ thông cũng như phát triển TD cho HS. Khi học nội dung này, HS ở trường THPT khó tiếp thu kiến thức do: TD trừu tượng, trí tưởng tượng không gian của HS còn hạn chế, suy luận lôgic toán học của HS chưa chặt chẽ… và do sự thay đổi từ hình học phẳng sang HHKG. Chính vì vậy, GV có nhiều cơ hội xây dựng, phát triển TD cho HS qua quá trình dạy học Toán học nói chung và HHKG nói riêng.

Tóm lại, đổi mới mục tiêu, chương trình, phương pháp dạy học theo hướng phát triển TD cho HS là xu hướng tất yếu, là mục tiêu quan trọng có tính chiến lược của giáo dục. Kết quả công trình nghiên cứu của nhiều tác giả đã chỉ ra rằng mỗi cá nhân bình thường đều có khả năng TD ở các mức độ khác nhau. Nhiệm vụ đặt ra cho người GV là phải nhận diện được những yếu tố đặc trưng của TD thể hiện ở mỗi nhóm đối tượng HS, từ đó có những biện pháp nhằm phát triển các yếu tố của TD ở từng HS một cách thích hợp. Trên thế giới và ở Việt Nam đã có một số công trình nghiên cứu về vấn đề dạy học phát triển TD cho HS. Những công trình nghiên cứu của các tác giả nước ngoài chủ yếu đề cập tới những những gợi ý, những chiến lược mang tính định hướng nói chung trong việc xây dựng một môi trường thúc đẩy sự

phát triển TD của HS hay còn gọi là "lớp học TD". Các công trình nghiên cứu của các tác giả Việt Nam tập trung nghiên cứu vấn đề phát triển, bồi dưỡng một số loại hình TD cụ thể như TDPP, TDST, TD thuật giải,... cho đối tượng HS với giả định có năng lực học tập giống nhau (chủ yếu là HS khá và giỏi). Một số công trình đề cập tới vấn đề dạy học phân hóa trong lớp học có nhiều đối tượng HS nhưng chưa đi sâu nghiên cứu dạy học phân hóa với mục tiêu phát triển TD cho từng đối tượng HS. Nhìn chung vấn đề xây dựng một môi trường học thúc đẩy sự phát triển TD của từng đối tượng HS trong lớp một cách thích hợp thông qua những biện pháp cụ thể còn chưa được đề cập tới trong các công trình nghiên cứu. Luận án của chúng tôi tiếp tục đi sâu hơn vào một vấn đề chưa được quan tâm nhiều đó là: Xây dựng lớp học TD trong dạy học môn Toán ở trường THPT thông qua dạy học HHKG - một phần nội dung kiến thức chứa đựng nhiều yếu tố thuận lợi để bồi dưỡng, phát triển TD cho HS.

2.Mục tiêu nghiên cứu

Trên cơ sở nghiên cứu lý luận, nghiên cứu thực tiễn về đặc điểm TDPP, TDST của các đối tượng HS khác nhau và việc dạy học phát triển TD cho HS, luận án đề xuất một số biện pháp xây dựng lớp học TD trong dạy học Toán (lấy nội dung dạy học cụ thể là phần HHKG lớp 11 THPT) nhằm phát triển TD nói chung, TDPP và TDST nói riêng của từng HS trong lớp học.

3.Khách thể và đối tượng nghiên cứu

-Khách thể nghiên cứu: Quá trình DH Toán ở trường THPT.

-Đối tượng nghiên cứu: Các biện pháp xây dựng lớp học tư duy trong dạy học Toán ở trường THPT.

4.Giả thuyết khoa học

Mọi HS bình thường đều có khả năng TD ở các mức độ khác nhau. Có thể phát triển TD nói chung và TDPP, TDST nói riêng cho học sinh THPT trên cơ sở của những "lớp học tư duy" - lớp học mà ở đó mỗi HS đều được tạo điều kiện và khích lệ để phát triển TD nói chung và đặc biệt là TDPP, TDST nói riêng một cách thích hợp trong môi trường học tương tác.

5.Nhiệm vụ nghiên cứu

- Xác định cơ sở lý luận của việc xây dựng lớp học TD và phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng cho học sinh THPT .

- Nghiên cứu các biểu hiện của TDPP, TDST trong học Toán của các nhóm đối tượng HS THPT và đánh giá thực trạng dạy học phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng của HS ở trường THPT.
- Đề xuất một số biện pháp xây dựng lớp học TD nhằm phát triển TD nói chung TDPP và TDST nói riêng cho từng HS trong lớp học.
- Tổ chức thực nghiệm sư phạm xem xét tính khả thi của các biện pháp đề xuất và tìm hiểu khả năng triển khai trong thực tiễn.

6. Phương pháp nghiên cứu

6.1. Phương pháp nghiên cứu lý luận:

-Nghiên cứu các tài liệu triết học, tâm lý học, giáo dục học và lí luận dạy học bộ môn Toán có liên quan đến đề tài.

-Đọc các công trình nghiên cứu, luận án, luận văn, bài báo thuộc phạm vi đề tài.

-Phân tích chương trình, SGK, SBT, SGV phân môn hình học cấp THPT.

6.2. Phương pháp nghiên cứu thực tiễn:

● Điều tra – quan sát: điều tra, khảo sát thực tế hoạt động dạy học của GV bằng cách sử dụng phiếu hỏi, phỏng vấn, dự giờ, quan sát các hoạt động của GV và HS trong quá trình dạy và học nhằm đánh giá thực trạng việc DH phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng cho HS ở một số trường THPT tại Việt Nam.

● Phương pháp nghiên cứu trường hợp (case study).

● Các phương pháp hỗ trợ khác:

- Lấy ý kiến chuyên gia: xin ý kiến của các chuyên gia về các vấn đề thuộc phạm vi nghiên cứu của đề tài.
- Nghiên cứu các sản phẩm hoạt động giáo dục: nghiên cứu sản phẩm của GV và HS (vở HS, kế hoạch DH, giáo án của GV) để góp phần đưa ra những đánh giá về việc DH phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng cho HS THPT.
- Tổng kết kinh nghiệm giáo dục: tổng kết những sáng kiến kinh nghiệm của GV THPT, cán bộ quản lý ở một số trường THPT về các vấn đề liên quan đến đề tài.

6.3. Phương pháp thực nghiệm sư phạm: nhằm kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của biện pháp đã đề xuất.

7.Những luận điểm đưa ra bảo vệ

- Các yếu tố của TDPP, TDST không chỉ được hình thành và phát triển ở HS khá, giỏi. Mỗi HS, trong đó kể cả HS có năng lực học tập trung bình và dưới trung bình đều có thể phát triển các phẩm chất của TDPP, TDST ở các mức độ khác nhau.

- Trong quá trình dạy học Toán, với việc tạo dựng được lớp học tư duy, người GV có thể giúp cho từng HS trong lớp hình thành và phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng của bản thân.
- Để xây dựng lớp học tư duy nhằm phát triển TD nói chung và TDPP, TDST nói riêng cho tất cả các HS trong lớp học Toán, người GV cần vận dụng phối hợp các biện pháp ở các mức độ khác nhau theo những cách thức phù hợp với đặc điểm của HS trong từng lớp học và từng nội dung dạy học.

8.Đóng góp của luận án:

- *Về lý luận:*

Xây dựng được khung lí thuyết tương đối hoàn chỉnh về các vấn đề lý luận có liên quan đến TD và phát triển TD cho HS trong dạy học Toán. Trong đó bao gồm: hệ thống hóa và hoàn thiện các khái niệm cũng như các vấn đề liên quan đến TD, TDPP trong học Toán, TDST trong học Toán của HS THPT; làm sáng tỏ một số vấn đề liên quan đến "lớp học tư duy" và việc tổ chức một "lớp học tư duy" trong dạy học Toán.

- *Về thực tiễn:*

+Nhận diện, phân tích một số biểu hiện của TDPP và TDST của các nhóm đối tượng HS giỏi, khá, trung bình và dưới trung bình trong học Toán.

+ Phân tích và đánh giá thực trạng việc dạy học phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng cho HS THPT thông qua dạy học HHKG.

+Đề xuất năm nhóm biện pháp xây dựng "lớp học tư duy" – một lớp học mà trong đó mỗi HS đều có cơ hội và được tạo điều kiện để phát triển TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng của bản thân một cách thích hợp.

9. Cấu trúc, bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu, kết luận và khuyến nghị, tài liệu tham khảo và phụ lục, luận án được chia thành bốn chương:

Chương 1: Tư duy và lớp học tư duy trong dạy học Toán.

Chương 2: Nghiên cứu thực tiễn - Đặc điểm tư duy phê phán, tư duy sáng tạo của các nhóm đối tượng học sinh có năng lực học tập khác nhau và thực trạng dạy học Toán với mục tiêu phát triển tư duy cho học sinh.

Chương 3: Một số biện pháp xây dựng lớp học tư duy trong dạy học Toán.

Chương 4: Thực nghiệm sư phạm.

CHƯƠNG 1: TƯ DUY VÀ LỚP HỌC TƯ DUY TRONG DẠY HỌC TOÁN

1. 1.Tổng quan các nghiên cứu có liên quan đến đề tài luận án

1.1.1. Tình hình nghiên cứu trên thế giới:

Trên thế giới, đã có nhiều công trình nghiên cứu về TD và vấn đề phát hiện, bồi dưỡng năng lực TD cho HS:

Trong [63], L. X. Vưgotxki - một trong những người đi tiên phong cho quan điểm học tập tích cực lấy HS làm trung tâm cho rằng trong suốt quá trình phát triển trẻ em thường xuyên diễn ra hai mức độ: trình độ hiện tại và vùng phát triển gần nhất. Một lớp học kích thích TD là lớp học mang đậm "ngôn ngữ TD ", được sử dụng bởi cả GV và HS. Ngôn ngữ TD nêu bật quá trình học "TD " và phân biệt sự khác nhau giữa TD nông cạn và hời hợt với TD có ý nghĩa và có chiều sâu. Trong [130, tr 218] Vưgotxki cho rằng: "Suy nghĩ không chỉ được diễn đạt bằng lời nói mà nó còn tồn tại thông qua lời nói". Nói chuyện giúp con người TD và nói chuyện cũng giúp HS học cách TD.

Một tác giả người Nga khác là Sacđacốp (1970) cho rằng: "TD là quá trình tâm lý mà nhờ nó con người không những tiếp thu được những tri thức khái quát mà còn tiếp tục nhận thức và sáng tạo cái mới. TD không chỉ dừng ở mức độ nhận thức mà còn là hoạt động sáng tạo, tạo ra những tri thức mới, rồi chính từ những tri thức này lại là cơ sở để hình thành những khái niệm, quy luật và quy tắc mới. Chính nhờ vậy mà TD được thực hiện trong sự thống nhất của thực tiễn và lí luận" [47].

Nghiên cứu về cấu trúc năng lực TD toán học của HS, tác giả V.A. Crutecxki trong cuốn [10] cho rằng: năng lực toán học của HS cần được hiểu theo hai mức độ. Thứ nhất, là năng lực đối với việc học toán, nắm một cách nhanh và tốt các kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo tương ứng của giáo trình toán học ở trường phổ thông (năng lực học tập tái tạo). Thứ hai, là năng lực đối với hoạt động sáng tạo toán học, tạo ra những kết quả mới và có giá trị đối với loài người (năng lực sáng tạo khoa học).

Năm 1983, Howard Gardner - giáo sư giáo dục Đại học Harvard đưa ra Thuyết đa trí tuệ (Theory of Multiple Intelligences) trong đó cho rằng trí tuệ của con người đa diện chứ không phải đơn diện. Với thuyết đa trí tuệ, quan niệm về trí tuệ đang có những thay đổi lớn với tính chất đa dạng hơn khi chuyển từ đơn trí tuệ (IQ) sang đa trí tuệ (Multiple Intelligences). Theo Howard Gardner trí tuệ có 8 dạng thức chủ yếu sau: Trí tuệ ngôn ngữ (Linguistic Intelligence); Trí tuệ logic - toán học (Logical-Mathematical Intelligence); Trí tuệ không gian (Spatial Intelligence); Trí tuệ hình thể

- động năng (Bodily-Kinesthetic Intelligence); Trí tuệ âm nhạc (Musical Intelligence); Trí tuệ giao tiếp (Interpersonal Intelligence); Trí tuệ nội tâm (Intrapersonal Intelligence); Trí tuệ tự nhiên (Natural Intelligence) [1], [2]. Thuyết đa trí tuệ của Howard Gardner ra đời từ sự tổng kết, đánh giá từ nhiều nguồn tư liệu khác nhau, là kết quả của những khảo sát thực nghiệm của Howard Gardner trên rất nhiều công trình nghiên cứu trong thời gian dài. Lý thuyết này ra đời dựa trên niềm tin của ông rằng: não bộ đã tạo ra các hệ thống riêng biệt cho những "dạng trí tuệ" khác nhau. Theo tác giả, 8 dạng trí tuệ khác nhau đó cùng tồn tại trong một con người và ở một mức độ nào đó nhưng không nhất thiết phải bộc lộ hết và ai cũng có thể được khơi gợi, dạy dỗ để phát triển một vài loại hình đến mức độ hơn người. Việc xác định rõ các dạng trí tuệ ở người học sẽ góp phần quyết định đến sự tác động có hiệu quả đến "bộ máy học" của họ, từ đó làm tăng hiệu quả tương tác giữa các 3 yếu tố cơ bản trong quá trình dạy học đó là Người học, Người dạy và Môi trường.

TDPP và vấn đề bồi dưỡng TDPP cho HS cũng là chủ đề được nhiều nhà tâm lí học, giáo dục học quan tâm. Trong tác phẩm [87], Alec Fisher (2001) đã điểm lại các định nghĩa về TDPP của nhiều tác giả. J. Dewey gọi TDPP là "reflective thinking" (suy nghĩ sâu sắc) và định nghĩa là: "Sự suy xét chủ động, liên tục, cẩn trọng về một niềm tin, một giả định khoa học có xét đến những lý lẽ bảo vệ nó và những kết luận xa hơn được nhắm đến". Michael Scriven thì cho rằng: "TDPP là khả năng, hành động để thấu hiểu và đánh giá được những dữ liệu thu thập được thông qua quan sát, giao tiếp, truyền thông, và tranh luận". Alec Fisher cũng đã đưa ra một số cơ sở và yếu tố hình thành nên TDPP đó là: Kiến thức được tích lũy về vấn đề cần phản biện; Khả năng lập luận, tổ chức nội dung, phán đoán; Sự thôi thúc khám phá và nghiên cứu, cũng như tinh thần trách nhiệm và sự tôn trọng các vấn đề đưa ra nhằm tìm kiếm giải pháp tốt hơn.

Năm 1995, trong tác phẩm [71], B. K. Beyer đã nêu lên các đặc điểm thiết yếu của người có TDPP, đó là: Không có thành kiến; Biết vận dụng các tiêu chuẩn; Có khả năng tranh luận; Có khả năng suy luận; Xem xét vấn đề từ nhiều phương diện khác nhau; Có khả năng áp dụng các thủ thuật TD.

Còn tác giả Mathew Lipman trong cuốn sách [101] xuất bản năm 2003 đã đi sâu vào phân tích 4 đặc điểm bản chất của TDPP : Sản phẩm của TDPP là các phán đoán; TDPP là loại TD dựa vào tiêu chuẩn; TDPP là loại TD tự điều chỉnh; TDPP thể

hiện sự nhạy cảm trước bối cảnh. Ông cũng đưa ra một danh sách gồm 12 đặc điểm quen thuộc và 11 đặc điểm đặc biệt của người có TDPP.

Trong [131], D.W. Weil (2000) đã gọi việc việc dạy TDPP là dạy HS "Vũ điệu của nguyên nhân". Để biểu diễn "vũ điệu" này, HS phải dùng ngôn ngữ như một công cụ để hình thành, phân tích, và bảo vệ luận cứ. Weil mô tả các bước khác nhau trong "vũ điệu": Nhận biết và đánh giá các chứng cứ; Kiểm tra các giả định của bản thân và của người khác; Đặt những câu hỏi có chiều sâu; Hiểu sự khác nhau giữa thông tin thích hợp và không thích hợp; Xác minh các nguồn thông tin; Chỉ phán xét khi có đủ thông tin; Đánh giá các quan điểm và các cách hiểu; Nhận biết mâu thuẫn; Khám phá ra cách lĩnh hội.

Các tác giả Hamza và Griffiths (2006), Ennis (1997), Harrison và Cairns (2008), Meyers (1986), Hough (2009) trong các công trình của mình đã đưa ra các hành động mà GV cần thực hiện để phát triển TDPP ở HS đó là: Chương trình giảng dạy phải được thiết kế để tạo thuận lợi cho sự phát triển của TDPP; Có kế hoạch bồi dưỡng kĩ năng TDPP cho HS; Tối đa hóa TDPP trong các cuộc hội thảo, tranh luận; Khuyến khích TD bên ngoài lớp học như ở nhà hay trong các hoạt động ngoại khóa; Tổ chức cho HS tham gia vào việc tự đánh giá phê bình và đánh giá phê bình [99], [84], [111].

Trong [79] một số nhà tâm lí học và giáo dục học Mỹ đã đưa ra ba chiến lược phát triển TDPP đó là: Đặt câu hỏi; Lập luận; Đưa ra nhiều thông tin.

Từ những năm 50 của thế kỉ XX đã có nhiều công trình nghiên cứu có hệ thống về TDST của các tác giả như J.P Guiford, E. P. Torrance, R. J. Sternberg… Các công trình nghiên cứu của các tác giả này tập trung nghiên cứu sâu về TDST, các đặc tính, cấu trúc của TDST và vấn đề phát hiện bồi dưỡng năng lực TDST cho HS.

J.P. Guiford đưa ra mô hình phân định cấu tạo trí tuệ gồm 2 khối cơ bản: trí thông minh và sáng tạo. Ông là người đầu tiên đưa ra các khái niệm: TD hội tụ và TD phân kì. Trong đó, TD hội tụ (convergent thinking) là kiểu TD theo một chiều hướng đã định sẵn, rập khuôn. "TD phân kì (divergent thinking) là kiểu TD rộng ra, tìm ra nhiều lời giải, nhiều phương án vượt ra khỏi khuôn khổ ban đầu. Đây là kiểu TD của người sáng tạo, kiểu TD cần bồi dưỡng cho HS" [94].

Còn E. P. Torrance cho rằng: sáng tạo là quá trình xác định các giả thuyết, nghiên cứu chúng và tìm ra kết quả. Theo ông, sáng tạo là một quá trình, do vậy sáng tạo bao giờ cũng có mở đầu (xác định giả thuyết, ý tưởng sáng tạo xuất hiện), diễn

biến (nghiên cứu) và kết thúc (tạo ra kết quả). Trong quá trình sáng tạo con người phải cân nhắc, đánh giá những điều kiện khách quan, chủ quan, khám phá tìm tòi ra những giả thuyết rồi thử lại (kiểm tra các giả thuyết) và cuối cùng trực tiếp hay gián tiếp tìm ra kết quả. Ông cho rằng bất kể con người nào cũng có tiềm năng sáng tạo, chỉ có mức độ khác nhau mà thôi, khi có điều kiện thì tiềm năng ấy được bộc lộ ra một cách thuận lợi và phát triển tốt [123]. Torrance cũng đưa ra một số biện pháp để bồi dưỡng TDST cho trẻ như: Dạy cho trẻ biết đề cao và cảm thấy vui thấy tự hào với những nỗ lực sáng tạo của bản thân; Khuyến khích trẻ em để thử nghiệm những ý tưởng của mình bằng cách sử dụng chúng và giao chúng cho người khác. Cần hướng dẫn trẻ xây dựng "ngân hàng" các ý tưởng; Chuẩn bị cho trẻ những trải nghiệm mới và giúp họ xây dựng những cách thức sáng tạo để đối phó với hoàn cảnh, với tình huống mới…[128].

Trong cuốn sách [25], tác giả Nhật Bản Omizumi Kagayaki đã giới thiệu các phương pháp cụ thể để rèn luyện năng lực TDST trong đó có nội dung chủ yếu về bồi dưỡng năng lực sáng tạo toán học. Theo tác giả để có TDST, cần biết gạt bỏ những hiểu biết về kiến thức thông thường và những kinh nghiệm trong quá khứ để suy nghĩ khỏi bị lệ thuộc, từ đó làm cho tính sáng tạo trong TD không bị hạn chế.

Theo một nghiên cứu của R. Marzano năm 1998, siêu nhận thức là một trong những công cụ mạnh mẽ nhất để cải tiến việc học của HS. Hai phương pháp nhằm thúc đẩy siêu nhận thức là viết nhật kí học tập hoặc thảo luận. Việc khuyến khích HS trả lời các câu hỏi về TD của các em có thể rất hữu ích trong việc giúp HS phát triển thành những nhà TD [107].

Vấn đề xây dựng môi trường tạo điều kiện cho việc phát triển TD đặc biệt là TD bậc cao như TDST, TDPP cho tất cả các HS trong lớp học đã được đề cập trong nhiều công trình nghiên cứu ở những năm 80 và 90 của thế kỉ XX.

Trong [82] nhà sư phạm người Mỹ J. T. Dillon (1988), cho rằng: Những người TD tốt là những người đặt câu hỏi tốt, và với nhiều HS, kĩ năng này không xảy ra một cách ngẫu nhiên hay tình cờ. Trong một lớp học TD , khuyến khích HS đặt câu hỏi là rất quan trọng. Ông cũng đưa ra một số lời khuyên cho GV để khuyến khích HS đặt câu hỏi.

Từ năm 1999, Bộ Giáo dục và Đào tạo Bắc Ai –len đã triển khai dự án Kích hoạt TD của trẻ em (Activating Children's Thinking - ACTS). Dự án này nhằm phát triển các phương pháp giảng dạy để nâng cao năng lực TD ở các trường tiểu học thông qua tăng cường kỹ năng TD của trẻ em trong suốt chương trình học. TS Carol

McGuinness giám đốc dự án cùng các cộng sự trong các nghiên cứu của mình nhận định: HS học cách TD trong những lớp học TD, nơi mà HS hăng hái tham gia vào những vấn đề quan trọng bằng cách xem xét nhiều khía cạnh, phát triển ý tưởng được đưa ra và truyền đạt một cách hiệu quả ý tưởng của mình cho người khác. Một lớp học kích thích TD là lớp học mang đậm "ngôn ngữ TD ", được sử dụng bởi cả GV và HS. Ngôn ngữ TD nêu bật quá trình học TD và phân biệt sự khác nhau giữa TD nông cạn và hời hợt với TD có ý nghĩa và có chiều sâu. Việc TD sâu sắc thường đòi hỏi có sự trao đổi, ít nhất ở một số giai đoạn. Các lớp học TD cần phải thực hiện đầy đủ điều này, vì một môi trường mà HS và GV có thể dễ dàng trao đổi với nhau có khả năng khuyến khích TD sâu hơn [108], [109].

Năm 1999, đại học Havard – Hoa Kì cũng bắt đầu tiến hành dự án Harvard Project Zero và mở website ALPS Webmaster: Thingking classroom. Thông qua các nghiên cứu thực tiễn, các nhà giáo dục học tham gia chương trình nhận định rằng: ở trong một lớp học TD, HS chủ động chịu trách nhiệm về quá trình học của chính họ bằng cách tìm được niềm đam mê đích thực chủ động tích cực chiếm lĩnh kiến thức thông qua các trải nghiệm của bản thân. HS "học được những điều ngoài kiến thức được truyền dạy". TDPP và TDST góp phần quan trọng giúp cho người học phát triển kiến thức sâu hơn và học được nhiều hơn kiến thức được dạy [118].

Hai tác giả người Mỹ là A. J. Udall và J. E. Daniels trong [129] đã chỉ ra hành vi của GV và HS trong lớp học TD, đề xuất ý tưởng đưa giảng dạy TD vào chương trình học. Anne J. Udall và Joan E. Daniels đề xuất một quy trình chuẩn bị một bài học thực hiện trong lớp học TD gồm 6 bước như sau: Xác định nội dung bài học sẽ được giảng dạy; Xác định các quá trình TD, các kĩ năng TD sẽ được phát triển trong bài học; Xác định các phương pháp giảng dạy sẽ được trú trọng sử dụng trong bài giảng; Xác định các hành vi mà bạn muốn khuyến khích HS của mình; Đề ra mục tiêu tổng quát cho bài học và cam kết thực hiện mục tiêu này trong suốt bài học; Phác thảo chi tiết tiến trình của bài học.

Năm 2008, trong [64], Anne de A'Echevarria - Đại học Newcastle đưa ra 7 chiến lược xây dựng "lớp học TD": Thiết lập những thách thức mở; Coi trọng TD; Đặt các câu hỏi hiệu quả cao; Tạo điều kiện để HS bày tỏ, chia sẻ TD của bản thân; Kích hoạt kĩ năng học tập hợp tác ở HS; Thúc đẩy việc học độc lập, quá trình tự điều chỉnh tự quản lí và siêu nhận thức.

Như vậy, có thể thấy các công trình nghiên cứu của các tác giả trên thế giới tập trung vào các vấn đề như: bản chất của các loại hình TD bậc cao như TDPP, TDST; thuộc tính nhân cách của người có TDST, TDPP; kích thích, phát triển TDPP, TDST cho HS. Từ những năm 80, 90 của thế kỉ XX, đã có một số công trình nghiên cứu về vấn đề xây dựng môi trường dạy học nhằm khuyến khích, thúc đẩy HS TD. Những công trình nghiên cứu này đề cập tới những "chiến lược" , những gợi ý mang tính định hướng trong việc xây dựng "lớp học TD " ở các môn học, các cấp học nói chung.

1.1.2. Tình hình nghiên cứu tại Việt Nam

Ở Việt Nam, những hoạt động nghiên cứu về phát triển TD cho HS mới thật sự bắt đầu vào thập kỉ 60 của thế kỷ XX. Tuy vậy, những nghiên cứu về tạo dựng môi trường khuyến khích, thúc đẩy TD của HS cho đến nay vẫn còn ít.

Nghiên cứu về phát triển TD toán học cho HS có một số tác giả như Hoàng Chúng (1964), Nguyễn Cảnh Toàn (1997), Nguyễn Thái Hòe (2001), Nguyễn Duy Thuận (2007)…

Tác giả Hoàng Chúng trong [9] đã tập trung nghiên cứu vấn đề rèn luyện cho HS phát triển các phương pháp suy nghĩ cơ bản trong sáng tạo toán học như đặc biệt hóa, tổng quát hóa, tương tự hóa và cho rằng các phương pháp này có thể vận dụng trong giải toán để mò mẫm, dự đoán kết quả, tìm ra phương hướng giải toán, để mở rộng, đào sâu và hệ thống hóa kiến thức. Nó giúp ta thấy được sợi dây liên hệ giữa nhiều vấn đề khác nhau và giúp phát triển TDST của chính chủ thể.

Tác giả Nguyễn Cảnh Toàn trong [55] đã đề cập tới việc rèn luyện khả năng "phát hiện vấn đề", rèn luyện TDST và nhất là TD biện chứng thông qua lao động tìm tòi "cái mới". Trong cuốn sách, ông khẳng định: muốn sáng tạo toán học, rõ ràng là phải vừa giỏi phân tích, vừa giỏi tổng hợp. Phân tích và tổng hợp đan xen vào nhau, cái này tạo điều kiện cho cái kia.

Nghiên cứu về vấn đề phát triển TD của HS cấp trung học cơ sở và trung học phổ thông, trước hết phải phải kể đến các tác giả như Tôn Thân (1995), Trần Luận (1995, 1996), Vương Dương Minh (1995), Bùi Văn Nghị (1996), …

Khi nghiên cứu về TDST, tác giả Tôn Thân cho rằng TDST là dạng TD độc lập tạo ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. TDST là TD độc lập vì nó không bị gò bó, phụ thuộc vào những cái đã có. Tính độc lập của nó bộc lộ vừa

trong việc đặt mục đích vừa trong việc tìm giải pháp. Mỗi sản phẩm của TDST đều mang rất đậm dấu ấn của mỗi cá nhân đã tạo ra nó [49].

Đồng quan điểm với Tôn Thân, tác giả Trần Luận cũng cho rằng: sáng tạo có nghĩa là tạo ra, làm ra, sản xuất ra, sinh ra cái mới. Hai đặc trưng quan trọng nhất của sáng tạo là tính mới mẻ trong sản phẩm của TD (trên bình diện xã hội hoặc trên bình diện cá nhân) và tính độc lập của TD trong việc đặt mục đích tìm đường giải quyết và trong việc chọn con đường giải quyết [28].

Trong các nghiên cứu vào những năm 1995, 1996, tác giả Bùi Văn Nghị đã đề cập tới việc phát triển TD thuật toán cho HS trong giải toán HHKG. Tác giả Vương Dương Minh nghiên cứu phát triển TD thuật giải của HS trong dạy học các hệ thống số.

Những năm gần đây tiếp tục có một số công trình nghiên cứu về phát triển TD bậc cao như TDPP, TDST cho HS của một số tác giả như Phan Thị Luyến (2008), Đỗ Ngọc Miên (2014). Trong công trình của mình, Phan Thị Luyến [27] đề xuất một số biện pháp sư phạm nhằm rèn luyện TDPP của HS qua dạy học chủ đề phương trình, bất phương trình như: Nâng cao nhận thức của GV và HS về việc rèn luyện TDPP; Rèn luyện kỹ năng xem xét, phân tích đề bài để từ đó tìm cách giải quyết bài toán; Chú trọng rèn luyện các thao tác TD cơ bản và rèn luyện cho HS đặt câu hỏi; Rèn luyện khả năng xác định các tiêu chí đánh giá và vận dụng chúng để đánh giá các ý tưởng, giải pháp; Xây dựng hệ thống câu hỏi và thiết kế các nhiệm vụ học tập để rèn luyện kỹ năng lập luận của HS; Tạo cơ hội để HS tự trình bày giải pháp và nhận xét, đánh giá các giải pháp được đưa ra; Tạo điều kiện để HS phát hiện và khắc phục sai lầm khi giải toán. Đỗ Ngọc Miên đã đề xuất các biện pháp tổ chức dạy học nhằm phát triển một số yếu tố của TDST cho HS tiểu học như: Tạo lập môi trường sáng tạo trong lớp học; Tổ chức "lớp học TD"– cơ sở để phát triển TDST cho HS; Kích thích trí tưởng tượng sáng tạo cho HS; Tạo lập thói quen mò mẫm - thử sai cho HS; Rèn luyện việc sử dụng linh hoạt các thao tác TD cơ bản; Phát triển một số yếu tố của TDST cho HS [30].

Các công trình nghiên cứu của các tác giả trong nước đã tập trung nghiên cứu vấn đề phát triển, bồi dưỡng một số loại hình TD cụ thể cho HS như TDPP, TDST, TD thuật giải,…Vấn đề xây dựng một môi trường thúc đẩy sự phát triển TD của HS trong học Toán vẫn còn ít được đề cập tới trong các công trình nghiên cứu ở trong nước.

1.2. Một số khái niệm cơ bản

1.2.1.Tư duy và Tư duy Toán học

Theo [20]: "TD là sản phẩm cao nhất của vật chất được tổ chức một cách đặc biệt -Bộ não người. TD phản ánh tích cực hiện thực khách quan dưới dạng các khái niệm, sự phán đoán, lý luận…"

Theo Nguyễn Quang Uẩn [60], "TD là một quá trình tâm lý phản ánh những thuộc tính, bản chất mối liên hệ và quan hệ bên trong có tính quy luật của sự vật hiện tượng trong hiện thực khách quan mà trước đó ta chưa biết" .

Các nhà tâm lý học Mác - xít, trên cơ sở của chủ nghĩa duy vật biện chúng, đã khẳng định: TD là sản phẩm cao cấp của một dạng vật chất hữu cơ có tổ chức cao, đó là bộ não của con người. Trong quá trình phản ánh hiện thực khách quan bằng những khái niệm, phán đoán... TD bao giờ cũng có mối liên hệ nhất định với một hình thức hoạt động của vật chất, với sự hoạt động của não người.

Theo M. N. Sacđacôp: "TD là sự nhận thức khái quát gián tiếp các sự vật và hiện tượng của hiện thực trong những dấu hiệu, những thuộc tính chung và bản chất của chúng.TD cũng là sự nhận thức sáng tạo những sự vật và hiện tượng mới, riêng lẻ của hiện thực trên cơ sở những kiến thức khái quát hoá đã thu nhận được"[47].

Phân tích một số quan niệm về TD như trên, tựu chung lại có thể hiểu : *TD là quá trình tâm lý phản ánh hiện thực khách quan một cánh gián tiếp, là sự khái quát, là sự phản ánh những thuộc tính chung và bản chất, tìm ra những mối liên hệ, quan hệ có tính quy luật của sự vật, hiện tượng mà ta chưa từng biết.*

TD toán học được hiểu là quá trình nhận thức, phản ánh những thuộc tính bản chất, phát hiện ra những mối quan hệ bên trong có tính quy luật của các đối tượng toán học mà trước đó ta chưa biết. Sản phẩm của TD toán học là những khái niệm, định lí, quy tắc, phương pháp, suy luận... mang tính khái quát tính trừu tượng cao, có tính khoa học, tính logic chặt chẽ, các tri thức có mối quan hệ mật thiết và hỗ trợ lẫn nhau được biểu đạt chủ yếu bằng ngôn ngữ viết (kí hiệu, biểu thức, công thức,...)

TD có những đặc điểm cơ bản sau đây:

+ Tính có vấn đề: TD chỉ nảy sinh khi gặp hoàn cảnh có vấn đề. Đó là những tình huống mà ở đó chỉ nảy sinh những mục đích mới, và những phương tiện, phương pháp hoạt động cũ đã có trước đây trở nên không đủ để đạt được mục đích đó.

+ Tính gián tiếp: TD phản ánh sự vật hiện tượng một cách gián tiếp bằng ngôn ngữ. TD được biểu hiện bằng ngôn ngữ. Các quy luật, quy tắc, các sự kiện các mối liên hệ

và sự phụ thuộc được khái quát và diễn đạt trong các từ. Mặt khác những phát minh, những kết quả TD của người khác, cũng như kinh nghiệm cá nhân của con người đều là những công cụ để con người tạo ra cũng giúp chúng ta hiểu biết được những hiện tượng có trong hiện thực mà không thể tri giác chúng một cách trực tiếp được.

+ Tính trừu tượng và khái quát: TD có khả năng tách trừu tượng khỏi sự vật hiện tượng, những thuộc tính, những dấu hiệu cụ thể cá biệt, chỉ giữ lại những thuộc tính thuộc bản chất nhất, chung cho nhiều sự vật hiện tượng rồi trên cơ sở đó khái quát các sự vật và hiện tượng riêng lẻ khác nhau, nhưng có những thuộc tính bản chất vào một nhóm, một loại phạm trù, nói cách khác TD mang tính chất trừu tượng hóa và khái quát hóa.

+ TD có quan hệ chặt chẽ với ngôn ngữ: TD của con người gắn liền với ngôn ngữ, lấy ngôn ngữ làm phương tiện biểu đạt các quá trình và kết quả của TD. TD của con người không thể tồn tại ngoài ngôn ngữ được, ngược lại ngôn ngữ cũng không thể có được nếu không dựa vào TD. TD và ngôn ngữ thống nhất với nhau nhưng không đồng nhất với nhau không thể tách rời nhau được.

+ Tính chất lý tính của TD: Chỉ có TD mới giúp con người phản ánh được bản chất của sự vật hiện tượng, những mối liên hệ và quan hệ có tính chất quy luật của chúng. Nhưng nói như vậy không phải TD phản ánh hoàn toàn đúng đắn bản chất của sự vật hiện tượng. TD có phản ánh đúng hay không còn phụ thuộc vào chiến thuật và phương pháp TD nữa.

+ TD có quan hệ mật thiết với nhận thức cảm tính: Mối quan hệ này là quan hệ hai chiều: TD được tiến hành trên cơ sở những tài liệu nhận thức cảm tính mang lại, kết quả TD được kiểm tra bằng thực tiễn dưới hình thức trực quan, ngược lại TD và kết quả của nó có ảnh hưởng đến quá trình nhận thức cảm tính. Những đặc điểm trên đây cho thấy TD là sản phẩm của sự phát triển lịch sử - xã hội mang bản chất xã hội.

Trong [129], hai tác giả người Mỹ là A. J. Udall và J. E. Daniels đã tóm lược quan điểm của nhiều nhà giáo dục và tâm lí học như B. Bayer, D. Burn, A. Costa, B. Presseisen, R. Ennis, S. Schiever, R. Sternberg, P. E. Torrance, R. Paul… và thống nhất cho rằng có hai cấp độ TD: cấp độ TD cơ bản (Basic – level thinking) và cấp độ TD bậc cao (Higher order thinhking). TD cơ bản bao gồm trí ghi nhớ, nhớ lại, hiểu biết cơ bản và các kĩ năng quan sát. TD bậc cao có các đặc điểm như: phát triển trên nền tảng của TD cơ bản; có tính phi thuật toán; có nhiều phương án giải quyết; sử dụng nhiều tiêu chí; liên quan đến đánh giá và kiểm soát quá trình; đòi hỏi sự nỗ lực.

Các loại hình của TD bậc cao bao gồm TDPP (Critical thinking), TDST (Creative thinking), Siêu nhận thức (Metacognition).

Quá trình DH dựa vào tính vấn đề ngay bên trong tiến trình và nội dung DH. TDPP, TDST giúp người học có khả năng giải quyết các vấn đề được đặt ra. TDPP, TDST được hình thành, phát triển trên nền tảng của TD cơ bản. Người có TDPP, TDST thì tất nhiên phải có TD cơ bản ở mức độ nhuần nhuyễn, thuần thục. Do đó, DH với mục tiêu phát triển TD cần hướng tới việc bồi dưỡng, phát triển TDPP và TDST cho HS.

1.2.2.Tư duy phê phán trong học Toán

1.2.2.1. Tư duy phê phán là gì?

Các tác giả Beyer (1995), Moore và Parker (1994), Hatcher, Michael Scriven (1996), Richard Paul (1996), Diane F. Halpern (2003), Chance (1986), Trần Thúc Trình (2003), Phan Thị Luyến (2008)…đã đưa ra một số quan niệm về TDPP:

"TDPP nghĩa là tạo ra các phán đoán có cơ sở" (Beyer, 1995) [71].

"TDPP là sự quyết định một cách cẩn thận và có tính toán việc liệu có chấp nhận, bác bỏ hoặc tạm ngừng đánh giá (một vấn đề)" (Moore & Parker, 1994) (dẫn theo [87])

"TDPP là TD nỗ lực để đưa ra một phán đoán sau khi đã tìm cách thức đáng tin cậy để đánh giá thực chất về mọi phương diện của các bằng chứng và các luận cứ" (Hatcher) (dẫn theo [87])

"TDPP là khả năng phân tích thực tế, tổng quan và tổ chức các ý tưởng, ủng hộ các ý kiến, đưa ra sự so sánh, rút ra kết luận, đánh giá những lập luận và giải quyết vấn đề" (Chance, 1986) (dẫn theo [87])

"TDPP là khả năng, hành động để thấu hiểu và đánh giá được những dữ liệu thu thập được thông qua quan sát, giao tiếp, truyền thông, và tranh luận" (Michael Scriven, 1996) [113].

"TDPP là một mô hình TD – về một chủ đề, một vấn đề, một nội dung bất kỳ – trong đó chủ thể TD cải tiến chất lượng TD của mình bằng việc điều khiển một cách thành thạo các cấu trúc nền tảng có sẵn của TD và áp đặt các tiêu chuẩn của hành động trí tuệ lên quá trình TD của mình" (R. Paul, L. Elder) [112]

"TDPP là một phạm trù chỉ sự suy luận theo lối mở, không bị hạn chế, số lượng các giải pháp là không giới hạn, bao hàm cả việc xây dựng các điều kiện, các quan điểm và ý tưởng đúng đắn để đi đến kết luận vấn đề" (D. F. Halpern, 2003) [98].

"TDPP là TD có suy xét, căn nhắc, đánh giá và liên hệ mọi khía cạnh của các nguồn thông tin với thái độ hoài nghi tích cực, dựa trên những tiêu chuẩn nhất định để tìm ra những thông tin phù hợp nhất nhằm giải quyết các vấn đề đặt ra" (Phan Thị Luyến, 2008) [27].

Trong nghiên cứu này chúng tôi quan niệm*: TDPP là kiểu TD trong đó chủ thể TD dựa trên bằng chứng, kinh nghiệm, niềm tin, suy xét, cân nhắc, đánh giá và liên hệ mọi khía cạnh của các nguồn thông tin với thái độ hoài nghi tích cực nhằm giải quyết vấn đề, tiên đoán những khả năng phát triển và mở rộng vấn đề.*

1.2.2.2. Một số biểu hiện đặc trưng của người có tư duy phê phán:

Trong các tác phẩm [79], [71], [100], các tác giả R. S. Nickerson (1987), K. B. Beyer (1995), M. Lipman (2003) đã xem xét, đánh giá TDPP của một cá nhân trên phương diện kiến thức, các năng lực, thái độ, các cách thức TD và hoạt động theo thói quen. Dù có khác nhau đôi chút trong các diễn đạt, nhưng có thể thấy các đặc điểm của TDPP được các tác giả nhấn mạnh là: Có khả năng tổ chức các tư tưởng và phát biểu chúng một cách súc tích, gắn kết; Sử dụng các bằng chứng một cách am hiểu, không thiên lệch; Phân biệt giữa các suy diễn logic có thể chấp nhận được và không thể chấp nhận được; Đưa ra phán đoán khi không có đủ các bằng chứng để có thể kết luận và nỗ lực để dự kiến các tình huống có thể xảy ra đối với các phương án hành động trước khi quyết định chọn phương án nào; Biết lắng nghe quan điểm của người khác. Thường xuyên hỏi quan điểm của người khác và nỗ lực để hiểu cả những giả định và hàm ý của họ; Có khả năng tranh luận và nhận ra được những sai lầm trong quan điểm của bản thân và của người khác; Nhạy cảm trước bối cảnh, có khả năng tự điều chỉnh và vận dụng các kỹ thuật giải quyết vấn đề thích hợp vào các tình huống mới hay lĩnh vực khác.

1.2.2.3. Một số biểu hiện của tư duy phê phán trong học Toán của học sinh THPT:

Trên cơ sở tổng hợp nhận định của các tác giả K. B. Beyer, M. Lipman, R. S. Nickerson, M. Scriven, R. Paul, D. F. Halpern… và qua những nghiên cứu thực tiễn của tác giả trong quá trình giảng dạy Toán cho HS THPT, có thể tóm tắt một số biểu hiện đặc trưng của TDPP trong học Toán của HS THPT như sau:

Bảng 1.1. Biểu hiện của TDPP trong học Toán của HS THPT

Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và	1. Có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin thu thập được từ bài toán, từ vấn đề cần giải quyết . Có khả năng lược bỏ các câu chữ hay lý lẽ ít liên quan để nhìn thấy bản chất của vấn đề,

mô tả vấn đề	nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài. Có khả năng kết cấu những vấn đề không tiêu chuẩn theo một cách thức mà các kĩ thuật tiêu chuẩn có thể được sử dụng để giải quyết chúng. Tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu và phát biểu chúng một cách gắn kết, súc tích, rõ ràng.
	2. Có khả năng đặt ra những câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.
Khả năng liên kết, đánh giá, xử lí thông tin nhằm giải quyết vấn đề	3. Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm, phương pháp giải Toán. Tiếp cận, suy xét vấn đề từ nhiều phương diện khác nhau. Tìm mối quan hệ logic giữa các dữ liệu, dữ kiện. Sử dụng các suy luận logic, các kĩ năng TD để đưa ra các phương án giải quyết vấn đề. Nỗ lực để dự kiến các tình huống có thể xảy ra đối với các phương án giải quyết vấn đề trước khi quyết định chọn phương án nào. Có khả năng đánh giá tính hợp lí, tính tối ưu của các cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề.
	4. Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, có thái độ hoài nghi tích cực và sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết hợp lí nhất.
	5. Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định. Có khả năng rút ra dự đoán hay kết luận từ một hoặc nhiều chi tiết. Có khả năng tìm kiếm các cách tiếp cận khác thường cho các vấn đề phức tạp.
	6. Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề. Đồng thời có khả năng sửa chữa những sai lầm, bổ sung những thiếu sót.
Khả năng phản ánh	7. Có khả năng đặt ra và giải quyết các vấn đề phức tạp. Có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa.

Những biểu hiệu trên không đứng riêng tách rời mà đan xen và lồng vào nhau trong mối quan hệ mật thiết. Vì vậy, chúng tôi cho rằng, sự phân chia như trên chỉ mang tính tương đối.

1.2.3.Tư duy sáng tạo trong học Toán

1.2.3.1.Tư duy sáng tạo là gì?

Theo P. E.Torrance: TDST là sự nhạy bén trong việc nhận ra các vấn đề, các thiếu hụt trong kiến thức, các bất hợp lý ... trong các thông tin hiện có, tìm cách giải, dự đoán, biểu đạt giả thuyết về vấn đề cần giải quyết [127].

Trong khi đó, J. DanTon lại cho rằng "TDST đó là những năng lực tìm thấy những ý nghĩa mới, tìm thấy những mối quan hệ, là một chức năng của kiến thức, trí tưởng tượng và sự đánh giá, là một quá trình, một cách dạy và học bao gồm những chuỗi phiêu lưu, chứa đựng những điều như: sự khám phá, sự phát sinh, sự đổi mới, trí tưởng tượng, sự thí nghiệm, sự thám hiểm"[81].

Theo I. Lerner: "Có 2 kiểu TD cá nhân: một kiểu là TD tái tạo lại cái đã biết, đã gặp; kiểu kia là TDST, tức là TD để tìm ra cái mới. Như vậy, TDST, theo nghĩa thông thường và phổ biến thì đó là TD tạo ra tri thức mới về thế giới tự nhiên và các phương thức hoạt động". TDST là một dạng (hình thức, kiểu,…) TD của cá nhân, nó phân biệt và khác với TD tái tạo về bản chất, TDST là sự mới mẻ của TD (đồng thời đây cũng là điểm phân biệt giữa nó và TD tái tạo). Sự khác biệt giữa TDST so với TD tái tạo là sự sản sinh ra cái mới, cái độc đáo của TD [26].

Theo Vũ Dũng [14]: "TDST là một kiểu TD, đặc trưng bởi sự sản sinh ra sản phẩm mới và xác lập các thành phần mới của hoạt động nhận thức nhằm tạo ra nó. Các thành phần mới này có liên quan đến miền động cơ, mục đích, đánh giá, các ý tưởng của chủ thể sáng tạo. TDST được phân biệt với áp dụng các tri thức và kỹ năng sẵn có".

Theo Nguyễn Bá Kim: "Tính linh hoạt, tính dộc lập và tính phê phán là những điều kiện cần thiết của TDST, là những đặc điểm về những mặt khác nhau của TDST. Tính sáng tạo của TD thể hiện rõ nét ở khả năng tạo ra cái mới, phát hiện vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, tạo ra kết quả mới. Nhấn mạnh cái mới không có nghĩa là coi nhẹ cái cũ" [24].

Theo Nguyễn Cảnh Toàn: "Sáng tạo là sự vận động của TD, từ những hiểu biết đã có đến những hiểu biết mới, vận động đi liền với biện chứng nên có thể nói TDST về cơ bản là TD biện chứng"[54].

Theo Phạm Gia Đức, Phạm Đức Quang: TDST được hiểu là sự kết hợp đỉnh cao, hoàn thiện nhất của TD tích cực và TD độc lập, tạo ra cái mới có tính giải quyết vấn đề một cách hiệu quả và chất lượng [43].

Theo Tôn Thân: "TDST là một dạng TD độc lập, tạo ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. Ý tưởng mới được thể hiện ở chỗ phát hiện ra vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, tạo ra kết quả mới. Tính độc đáo của ý tưởng mới thể hiện ở giải pháp lạ, hiếm, không quen thuộc hoặc duy nhất. TDST là TD độc lập và nó không bị gò bó phụ thuộc vào cái đã có. Tính độc lập của nó bộc lộ vừa trong

việc đặt mục đích vừa trong việc tìm giải pháp. Mỗi sản phẩm của TDST đều mang rất đậm dấu ấn của mỗi cá nhân đã tạo ra nó”[49].

Như vậy, có nhiều cách định nghĩa khác nhau về TDST, nhưng đều có một điểm chung cốt lõi như sau: *TDST là một dạng TD có tính linh hoạt, tính độc lập và tính phê phán, đặc trưng bởi sự sản sinh ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. Ý tưởng mới được thể hiện ở chỗ phát hiện ra vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, cách giải quyết mới, tạo ra kết quả mới.*

1.2.3.2.Các thuộc tính cơ bản của Tư duy sáng tạo:

Khi nghiên cứu về TDST, J.P. Guilford cho rằng: TDST có các đặc trưng: linh hoạt, nhuần nhuyễn, độc đáo và hoàn thiện. Theo Guilford, TDST về bản chất là tìm kiếm và thể hiện những phương pháp lôgíc trong tình huống có vấn đề, tìm kiếm những phương pháp khác nhau và mới của việc giải quyết vấn đề, giải quyết nhiệm vụ. Do đó sáng tạo là một thuộc tính của TD, là một phẩm chất của quá trình TD. Ông cũng khẳng định năng khiếu sáng tạo có sẵn ở các mức độ biến thiên ở mọi cá thể bình thường (tức mọi cá nhân bình thường đều có khả năng sáng tạo). Đồng thời cho rằng quá trình sáng tạo có thể tái tạo tự giác (tức có thể dạy và học được với một số lớn cá thể).

Chúng tôi thống nhất với quan điểm của các học giả như Guilford, Torrance cho rằng TDST được đặc trưng bởi các yếu tố chính (basic components) là tính linh hoạt (flexibility), tính nhuần nhuyễn (fluency), tính độc đáo (originality), tính hoàn thiện (elaboration) và tính nhạy cảm vấn đề (problem sensibility) do Loowenfeld (1962) đưa ra [95], [123], [103].

- Tính linh hoạt (Flexibility): là năng lực thay đổi dễ dàng, nhanh chóng trật tự của hệ thống tri thức, chuyển từ góc độ quan niệm này sang góc độ quan niệm khác, định nghĩa lại sự vật hiện tượng, xây dựng phương pháp TD mới, tạo ra sự vật mới trong mối quan hệ mới hoặc chuyển đổi quan hệ, nhận ra bản chất của sự vật và nhiều phán đoán. Tính linh hoạt của TD còn làm thay đổi một cách dễ dàng các thái độ đã cố hữu trong hoạt động trí tuệ của con người.
- Tính nhuần nhuyễn (Fluency): là năng lực tạo ra một cách nhanh chóng sự tổ hợp giữa các yếu tố riêng lẻ của tình huống hoàn cảnh, đưa ra giả thuyết mới và ý tưởng mới. Là khả năng tìm được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và tình huống khác nhau. Tính nhuần nhuyễn được đặc trưng bởi khả năng sáng tạo ra một số ý tưởng

nhất định. Số ý tưởng càng nhiều thì càng có nhiều khả năng xuất hiện ý tưởng độc đáo. Trong trường hợp này có thể nói số lượng làm nảy sinh chất lượng.

-Tính độc đáo (Originality): là khả năng tìm kiếm và giải quyết bằng phương thức lạ hoặc duy nhất.

-Tính hoàn thiện (Elaboration): là khả năng lập kế hoạch, phối hợp các ý nghĩ và hành động, phát triển ý tưởng, kiểm tra và chứng minh ý tưởng. Nó làm cho TD trở thành một quá trình, từ chỗ xác định được vấn đề cần giải quyết, huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có thể sử dụng để giải quyết đến cách giải quyết, kiểm tra kết quả. Nghĩa là những ý tưởng sáng tạo phải thoát ra biến thành sản phẩm có thể quan sát được. Chẳng hạn như một sáng chế khoa học, một tác phẩm văn chương, một nguyên lý, hay một phương thức hành động

-Tính nhạy cảm vấn đề (problem sensibility): là năng lực nhanh chóng phát hiện ra vấn đề, mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … do đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.

Các yếu tố cơ bản trên có quan hệ mật thiết với nhau, hỗ trợ bổ sung cho nhau. Khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác (tính linh hoạt) tạo điều kiện cho việc tìm nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và tình huống khác nhau (tính nhuần nhuyễn) và nhờ đề xuất được nhiều phương án khác nhau mà có thể tìm được phương án lạ, đặc sắc (tính độc đáo). Các yếu tố cơ bản này lại có mối quan hệ khăng khít với các yếu tố khác như: tính chính xác, tính hoàn thiện, tính nhạy cảm vấn đề,… Tất cả các yếu tố đặc trưng nói trên cùng góp phần tạo nên TDST.

1.2.3.3. Một số biểu hiện của tư duy sáng tạo trong học toán

Trên cơ sở tổng hợp nhận định của các tác giả P. E.Torrance, J.P. Guilford, Loowenfeld, I. Lerner, Tôn Thân…cùng với những nghiên cứu thực tiễn, chúng tôi đưa ra một số biểu hiện đặc trưng của TDST trong học Toán của HS THPT:

•Biểu hiện của tính linh hoạt (Flexibility)

- Có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, vận dụng linh hoạt các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa và các phương pháp suy luận như quy nạp, suy diễn tương tự. Có khả năng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác. Điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ, hướng giải bài toán nếu gặp trở ngại ….

- Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc, áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng, phương pháp giải toán đã có vào bài toán mới, hoàn cảnh mới, điều kiện

mới đã có những yếu tố thay đổi. Có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp , những cách nghĩ đã có từ trước.

- Nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.

• Biểu hiện của Tính nhuần nhuyễn (Fluency)

-Có khả năng tìm được nhiều giải pháp khác nhau để giải quyết vấn đề và từ đó có thể tìm được phương án tối ưu.

-Có khả năng xem xét đối tượng trên nhiều khía cạnh khác nhau, có một cái nhìn sinh động từ nhiều phía đối với các sự vật hiện tượng chứ không phải cái nhìn bất biến, phiến diện, cứng nhắc.

• Biểu hiện của Tính độc đáo(Originality)

- Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới.

- Có khả năng tìm ra những mối quan hệ bên trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có mối liên hệ với nhau.

-Có khả năng tìm ra những giải pháp lạ tuy đã biết những giải pháp khác.

• Biểu hiện của Tính hoàn thiện (Elaboration)

Có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác TD để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề.

• Biểu hiện của Tính nhạy cảm vấn đề (Problem sensibility)

Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.

1.3.Năng lực tư duy của cá nhân:

Khi nghiên cứu về tiềm năng trí tuệ của mỗi cá nhân, trong tác phẩm [91], H. Gardner khẳng định: Trong mỗi cá nhân bình thường đều tồn tại các dạng trí tuệ và ở mỗi cá nhân, một số dạng trí tuệ thì phát triển hơn những dạng khác. Với các TD bậc cao cũng vậy, trong một cá nhân, một số yếu tố đặc trưng phát triển hơn các yếu tố đặc trưng khác và cùng một yếu tố đặc trưng của TD bậc cao nhưng mức độ cũng khác nhau ở mỗi cá nhân.

Trong [67] Amabile đã chỉ ra rằng: Mỗi cá nhân đều có tiềm năng TD bậc cao. Sự khác nhau giữa các cá nhân chỉ là sự khác biệt về mức độ của các tiềm năng đó.

Cùng chung quan điểm với Amabile, trong [95], J. P. Guilford khẳng định: Năng khiếu sáng tạo có sẵn ở các mức độ biến thiên ở mọi cá thể bình thường (tức là

mọi cá nhân bình thường đều có khả năng sáng tạo nhưng ở các mức độ khác nhau). Đồng thời cho rằng quá trình sáng tạo có thể tái tạo tự giác (tức là có thể dạy và học được với một số lớn cá thể).

Khi nghiên cứu về TD của trẻ em, Rubinstein cho rằng: Sản phẩm sáng tạo của trẻ mang tính chủ quan và khác nhau ở mỗi cá nhân. Nếu được khuyến khích kịp thời sẽ tạo điều kiện thuận lợi cho trẻ bộc lộ khả năng sáng tạo của riêng mình [47].

Đề cập đến sáng tạo của cá nhân, Torrance khẳng định, sáng tạo được diễn ra ở tất cả các dạng hoạt động khác nhau và ai cũng có tiềm năng sáng tạo, chỉ khác nhau ở mức độ. Ông đã nghiên cứu và đưa ra 4 thuộc tính (hay chỉ số) của khả năng sáng tạo. Dựa vào bốn chỉ số trên, ông đã xây dựng nên Test sáng tạo đo lường mức độ sáng tạo của cá nhân thông qua hoạt động vẽ [123], [126].

Tiếp đó, bộ "Test TD sáng tạo - vẽ hình" (TSD - Z là bộ test đo lường, đánh giá về TDST sử dụng vật liệu hình vẽ) do K. K. Urban và H.G. Jellen đưa ra năm 1985 cũng cho thấy sự khác biệt về mức độ sáng tạo giữa các nhóm đối tượng HS. Bộ trắc nghiệm sáng tạo TSD –Z của Urban và Jellen được ứng dụng ở Việt Nam (do nhóm nghiên cứu, đứng đầu là Nguyễn Huy Tú (2006) thực hiện) đã đưa ra nhiều kết luận, trong đó khẳng định mức độ sáng tạo của nam và nữ HS Việt Nam là tương đương nhau nhưng có sự khác biệt về mức độ sáng tạo ở từng nhóm đối tượng HS: khá, giỏi, trung bình, yếu (với cùng độ tuổi) [58].

Khi nghiên cứu các đặc điểm của người có TDPP, M. Lipman (2003) [100] đã đưa ra nhận xét: TDPP xuất hiện trong nhận thức của mỗi cá nhân nhưng ở các tầng bậc khác nhau. Ở mức độ thấp hơn, TDPP thể hiện ở khả năng: sử dụng các bằng chứng một cách am hiểu; sắp xếp và diễn giải các ý tưởng một cách ngắn gọn rõ ràng dễ hiểu; biết vận dụng các tiêu chuẩn; lắng nghe các ý tưởng của người khác; biết vận dụng các kỹ thuật giải quyết vấn đề thích hợp vào các tình huống mới. Ở mức độ cao hơn, TDPP còn được biểu hiện ở các khả năng như: phân biệt giữa các suy diễn logic có thể chấp nhận được và không thể chấp nhận được; nỗ lực để dự kiến các tình huống có thể xảy ra đối với các phương án hành động trước khi quyết định chọn phương án nào; đưa ra phán đoán khi không có đủ các bằng chứng để có thể kết luận; nhận ra được những sai lầm trong quan điểm của người khác; nhạy cảm trước bối cảnh, tìm kiếm các cách tiếp cận khác thường cho các vấn đề phức tạp.

Như vậy kết quả các công trình nghiên cứu của nhiều nhà tâm lý học, giáo dục học đã chỉ ra rằng mỗi cá nhân bình thường đều có khả năng TDST, TDPP, tuy nhiên

ở mỗi cá nhân thì trình độ và và sự biểu hiện là khác nhau. Dựa trên quan điểm của các tác giả H. Gardner, Amabile, Rubinstein, M. Lipman, P. E.Torrance, J.P.Guilford, …kết hợp với những nghiên cứu thực tiễn, chúng tôi đưa ra một số đặc điểm của TDPP, TDST trong học toán của các nhóm đối tượng HS dưới trung bình, HS trung bình, HS khá, giỏi trong 2 bảng dưới đây:

Bảng 1.2. Đặc điểm TDPP của các nhóm đối tượng HS trong học Toán

	Các HS dưới trung bình	**Các HS trung bình**	**Các HS khá, giỏi**
Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề	- Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn, HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết chẳng hạn như khi giải một bài toán đã biết phân loại những thông tin nào thuộc về giả thiết, những thông tin nào thuộc về kết luận.	- Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết. Trong các vấn đề không tiêu chuẩn, HS bước đầu đã biết gạt bỏ những dấu hiệu bề ngoài để tìm hiểu bản chất vấn đề.	-Có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết. Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài. HS đã biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề .
	-Khi gặp các vấn đề phức tạp, HS thường lúng túng không biết bắt đầu từ đâu do đó chưa biết đặt câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	-HS đã biết đặt câu hỏi tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết các công việc trước mắt, nhưng chưa biết xây dựng hệ thống câu hỏi có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	- HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.

Khả năng liên kết, đánh giá, xử lí thông tin nhằm giải quyết vấn đề	- Đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; nhưng cân nhắc, suy xét vấn đề còn chưa thấu đáo.	- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề, bài toán trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến, tuy nhiên còn chưa nhìn thấy những trường hợp suy biến, đặc biệt.	- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề, bài toán một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.
	- Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác.	- Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác và có tham gia tranh luận.	- Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết vấn đề.
	-Đưa ra được dự đoán trong một số vấn đề nhưng chưa có cơ sở lập luận xác đáng cho những dự đoán.	-Đưa ra được những dự đoán nhưng chưa có cơ sở lập luận xác đáng cho những dự đoán.	- Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định đồng thời kiểm nghiệm, chứng minh các phán đoán.
	-HS chưa có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách giải quyết vấn đề.	- Khả năng của HS trong việc tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách giải quyết vấn đề còn hạn chế.	- Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề.
Khả năng phản ánh	HS chưa có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa, vấn đề.	HS chưa có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.	HS đã biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.

Bảng 1.3. Đặc điểm TDST của các nhóm đối tượng HS trong học Toán

	HS TB và HS dưới TB	**HS khá và giỏi**
Tính linh hoạt	Biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, biết chuyển hướng khi gặp trở ngại.	Có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa và các phương pháp suy luận như quy nạp,

		suy diễn tương tự. Biết điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại … Có khả năng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác.
	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học.	Có khả năng vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm, phương pháp giải toán đã có vào bài toán mới, hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã có những yếu tố thay đổi. Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc. Bước đầu có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.
		Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.
Tính nhuần nhuyễn	Bước đầu biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV	Có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau. Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết.
	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một số vấn đề đơn giản khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề.
		Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề.
Tính độc đáo	Bước đầu biết tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau khi có gợi ý, hướng dẫn từ GV.	Có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.
		Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra.

Tính hoàn thiện		Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác TD để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề.
Tính nhạy cảm vấn đề		Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.

1.4. Lớp học tư duy trong dạy học Toán

1.4.1.Khái niệm về lớp học tư duy

Khái niệm lớp học TD được đề cập tới vào cuối những năm 80 của thế kỉ XX và được tiếp tục nghiên cứu trong các công trình của một số tác giả như: A. J. Udall và J. E. Daniels, C. McGuinness, Anne de A'Echevarria, H. L. Erikson, S. Hartman, A. Crawford, W. Saul, S. R. Mathews, P. Liljedahl...

Theo A. J. Udall và J. E. Daniels, lớp học TD là lớp học mà ở đó tất cả HS đều TD và TD được tích hợp theo một quá trình liên tục và có hệ thống. Trong lớp học TD, GV và HS luôn đánh giá cao TD và các cuộc đàm thoại, thảo luận [129].

Nhấn mạnh tới vai trò của HS, trong [64] Anne de A'Echevarria viết: lớp học TD là nơi mà ở đó HS học cách TD, HS hăng hái tham gia vào những vấn đề quan trọng bằng cách xem xét nhiều khía cạnh, phát triển ý tưởng được đưa ra và truyền đạt một cách hiệu quả ý tưởng của mình cho người khác.

Theo H. L. Erickson: Ở trong lớp học TD, GV giúp HS phát tiển và tích hợp TD ở một mức độ cao – ở đó HS biết cách sử dụng kiến thức trong nhiều tình huống, điều kiện khác nhau. Để làm được điều này GV phải thiết kế, xây dựng và sử dụng mô hình dạy học phức tạp hơn nhiều so với mô hình dạy học truyền thống. Mô hình dạy học của lớp học TD quan tâm đến sự phát triển TD và trí tuệ song hành với kiến thức tức là tập trung vào những gì HS sẽ: Biết (dựa trên các bằng chứng của thực tiễn) – Hiểu (dựa trên các lý lẽ) –Có thể làm (với đầy đủ kĩ năng khéo léo) [85]

Trong [96], S. Hartman đã đề cập tới vai trò của cả HS và GV trong lớp học TD: Lớp học TD là nơi đầy ắp những ý kiến thảo luận của HS, nơi mà HS tích cực hợp tác để giải quyết các nhiệm vụ của mình. Ở đó GV là người lập kế hoạch cho các

hoạt động, luôn ở bên cạnh HS để cùng làm việc và đánh giá HS thông qua cả kết quả thực hiện nhiệm vụ học tập và quá trình TD.

Tác giả P. Liljedahl định nghĩa: lớp học tư duy là lớp học hướng tới tư duy và đầy ắp những cơ hội tư duy. HS trong lớp học không chỉ tư duy một cách độc lập, họ tư duy trong sự hợp tác, cùng học tập, cùng xây dựng kiến thức và tri thức thông qua hoạt động và thảo luận. Trong lớp học này, GV thúc đẩy, gợi mở tư duy của HS bằng cả những cách thức có tính tường minh và những cách thức chứa đựng hàm ý [100] .

Còn trong [78] các tác giả A. Crawford, W. Saul, S. R. Mathews đưa ra một định nghĩa khái quát: Lớp học TD là nơi mà ở đó HS học cách TD và học bằng TD . TD là phương tiện để HS hiểu biết một cách sâu sắc nội dung kiến thức của môn học cũng là mục đích của quá trình học.

Trong luận án này chúng tôi quan niệm *"Lớp học TD trong môn toán là lớp học mà ở đó không chỉ một số HS khá, giỏi TD mà mỗi cá nhân trong lớp học đều thực sự TD . Đó là lớp học mà mỗi HS được tạo điều kiện và được khích lệ để phát triển TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng một cách thích hợp trong môi trường học tương tác"*

1.4.2.Đặc điểm của lớp học tư duy trong môn Toán

Theo hai tác giả Jean-Marc Denommé và Madelenie Roy, hệ thống dạy học gồm 3 yếu tố cơ bản và sự tương tác giữa chúng tạo nên hiệu quả của quá trình dạy học - đó là: Người học, Người dạy và Môi trường. Người học là chủ thể của quá trình thu nhận kiến thức mới với bộ máy thần kinh (Bộ máy học) của mình [13]. Người dạy là người có nhiệm vụ dẫn dắt người học bằng những hiểu biết và kinh nghiệm của mình, chức năng cơ bản của người dạy là giúp người học học tập và hiểu biết. Môi trường là yếu tố tham gia trực tiếp đến quá trình dạy – học chứ không đơn thuần chỉ là nơi diễn ra hoạt động học. Môi trường là những điều kiện cụ thể và đa dạng của dạy học do người dạy tạo ra, tổ chức cho người học hoạt động, thích nghi, trên nền tảng những lựa chọn đúng đắn, phù hợp với yêu cầu đặt ra cho người học nhằm đạt được các nhiệm vụ dạy học. Ba nhân tố: Người học, Người dạy và Môi trường có tác động qua lại với nhau. Trong phần này chúng tôi trình bày một số biểu hiện đặc trưng của lớp học TD thông qua việc xem xét 3 nhân tố cơ bản của quá trình dạy học đó là: Môi trường, GV và HS.

1.4.2.1.Môi trường trong lớp học tư duy

Môi trường trong lớp học TD là một môi trường *''dân chủ'', ''cởi mở'',* trong đó HS có thể nói về những suy nghĩ của mình một cách tự do. GV không phải là người duy nhất luôn luôn sáng suốt và nắm giữ quyền lực trong các vấn đề. HS được khuyến khích để phá vỡ các ý tưởng bảo thủ và truyền thống. HS có thể tham gia vào việc phát triển các quy tắc ứng xử cho lớp, được GV và nhóm học tập giao cho một vai trò trong việc thực hiện nhiệm vụ chung, được độc lập phát triển TD mang sắc thái cá nhân. HS có thể chia sẻ, thảo luận với GV và HS khác về quan điểm cá nhân, về chiến lược, kinh nghiệm học tập và TD .

Môi trường của lớp học TD là một môi trường *"an toàn" và "thân thiện"* đối với HS. Nói cách khác, trong môi trường đó, HS cảm thấy an toàn và được tự do thực hiện "những chuyển đi" trong hành trình tự khám phá ra tri thức cho bản thân. Thực tế cho thấy, một số HS sẽ không "mạo hiểm" để nói một suy nghĩ "thách thức" GV hay những HS khác trong lớp nếu như họ có nguy cơ bị chế nhạo hay bị lờ đi. Vậy làm thế nào để GV biết được lớp học của mình "an toàn" và "thân thiện?" Để làm được điều này GV cần trả lời một số câu hỏi sau: Có biện pháp để bảo vệ an toàn cho những HS dễ bị tổn thương về thể chất không? Có biện pháp để bảo vệ an toàn cho những HS dễ bị tổn thương về tinh thần không? Có sự hiểm ngầm, đồng ý rằng tất cả mọi HS cũng như những ý kiến, tư tưởng của họ được đối xử một cách tôn trọng, công bằng? HS có nhận ra giá trị của việc học tập? HS có nhận ra sai lầm của chính họ và của HS khác như là cơ chế cho việc học tập? HS có tập trung vào nhiệm vụ học tập trong lớp học không? HS có nhận biết được chuỗi hành động của họ? HS có thực sự tin tưởng vào GV không?... Câu trả lời "có" đối với những câu hỏi này đồng nghĩa với việc đã tạo được một môi trường lớp học "an toàn" và "thân thiện".

Môi trường trong lớp học TD là môi trường *"coi trọng"* TD. HS có niềm tin rằng TD là quan trọng, là cần thiết, là có giá trị và vô cùng thú vị. Trong mọi tình huống GV và HS cùng TD , cùng nhau trao đổi ý kiến và đưa ra quyết định và luôn nhìn nhận đánh giá quá trình học tập và TD của bản thân. TD trở thành phương tiện và mục đích của quá trình dạy học.

Môi trường trong lớp học TD *vừa mang tính '' hợp tác'' vừa có tính ''cạnh tranh''*. HS hợp tác để cùng giải quyết nhiệm vụ học tập, trao đổi kinh nghiệm chiến lược học tập, TD đồng thời cùng thi đua tìm ra phương án giải quyết vấn đề, chiến lược TD nhanh nhất, hiệu quả và sáng tạo nhất.

Môi trường trong lớp học TD là một môi trường *"linh hoạt"* từ cách sắp xếp phòng học, bố trí bàn ghế đến hình thức, phương pháp và nội dung dạy học. Bàn ghế có thể được được sắp xếp theo nhóm làm cho việc trao đổi giữa GV và HS thuận lợi hơn. GV có thể thay đổi hình thức tổ chức dạy học, phương pháp dạy học, rút gọn hay bổ sung thêm nội dung kiến thức phù hợp với sự phát triển TD của HS.

1.4.2.2. Giáo viên trong lớp học tư duy

GV giữ vai trò quan trọng trong một lớp học TD. Có thể nói đến bốn vai trò chính của GV đó là:

●GV là người lập kế hoạch, thiết kế, xây dựng nội dung bài giảng, các tình huống học tập kích thích TD và các mô hình phát triển TD cho HS. Theo Anne J. Udall và Joan E. Daniels, trong "lớp học TD ", GV có vai trò đặt nền móng cho khả năng TD của HS phát triển qua việc xây dựng quy trình tổ chức một bài học "TD" một cách có hệ thống [129]. Có thể mô tả các bước cơ bản của quy trình này như sau:

- GV xác định nội dung DH có thể dạy "TD ": TD không xảy ra trong sự cô lập. Chúng ta phải TD về một cái gì đó. Nickerson cho rằng: TD hoàn toàn phụ thuộc vào hoạt động khám phá, tiếp nhận tri thức của chủ thể tư duy. Muốn TD, người ta phải TD về cái gì đó. Nhiều kiến thức thì chưa chắc TD có hiệu quả nhưng thiếu kiến thức thì sẽ không thể TD được. Nói cách khác, người ta cần có vấn đề để TD về nó và TD không thể diễn ra ngoài tri thức [38]. Những nội dung dạy học dễ sẽ cần ít những kĩ năng TD tham gia để giải quyết. Nội dung dạy học khó hơn thì cần nhiều hơn các kĩ năng, TTTD tham gia và những kĩ năng TD này sẽ được vận dụng một cách phức hợp, đan xen. Nó kích thích TD của HS phát triển. Tóm lại, GV sẽ chuẩn bị nội dung cho bài học TD và nội dung dạy học sẽ tương thích một cách tương đối với loại hình TD cần phát triển.
- GV xác định loại hình TD sẽ được dạy và nhấn mạnh (TDST, TDPP,…): Sau khi xác định nội dung để khai thác trong việc dạy TD, bước tiếp theo GV sẽ chỉ ra quá trình TD gì có thể được phát triển trong bài học. Đây được xem là bước quan trọng vì thực tế cho thấy mỗi lĩnh vực, nội dung bài học sẽ có lợi thế nhất định trong việc phát triển một loại hình TD nào đó. Việc xác định đúng loại hình TD sẽ được phát triển tương ứng với mỗi nội dung dạy học cụ thể sẽ mang lại hiệu quả dạy TD cao.
- GV xác định những chiến lược (biện pháp, kĩ thuật) dạy mà GV sẽ sử dụng.

Xác định những chiến lược (biện pháp, kĩ thuật) mà GV sử dụng trong suốt bài học là một phần cơ bản của việc dạy TD. Khi GV mô hình hóa chiến lược (biện pháp, kĩ

thuật) và hành vi tương ứng của mình một cách phù hợp thì sẽ kéo theo sự phát triển loại TD tương ứng đã chọn một cách tốt nhất.

-GV xác định những hành vi của HS mà GV sẽ khuyến khích và phát triển.

Đây là bước gần giống với bước trước đó. Đến đây GV sẽ chọn những hành vi cụ thể sẽ phát triển cho HS. HS có thể tự lựa chọn hành vi tương ứng với chiến lược (biện pháp, kĩ thuật) dạy của GV và GV có thể thử thách HS sử dụng những hành vi cố định trong suốt bài học.

-GV phác thảo một cách chi tiết tiến trình của bài học: Sau cùng là chi tiết hóa bài học bằng các bước cụ thể:

+Thứ nhất, GV xác định kĩ năng TD sẽ được sử dụng và mô tả chiến lược (biện pháp) của GV và hành vi của HS đã được lựa chọn. Việc tuyên bốnày sẽ rất quan trọng cho việc tạo ra một không khí và môi trường chung cho lớp học. Sau khi đã tạo được một không khí trong lớp học.

+Thứ hai, tạo tình huống có vấn đề cho HS. GV sẽ tập trung vào vấn đề hay câu hỏi TD bằng cách thúc đẩy động cơ và tạo sự quan tâm của HS đối với bài học sắp diễn ra. GV sẽ dùng một câu đố, một câu chuyện hấp dẫn, một câu hỏi đầy thử thách hay một đối tượng bí ẩn để kích thích TD của HS.

+Thứ ba, thiết lập một nền tảng kiến thức chung. Bước này có thểbao gồm giới thiệu thông tin mới và rà soát lại những thông tin cũ.

+Thứ tư, cuốn hút HS vào các nhiệm vụ TD. Khi đó, tùy theo mục đích và đặc thù của loại bài học mà GV có thể tổ chức các hoạt động nhóm hoặc các hoạt động học tập khác nhau.

+Thứ năm, thảo luận về những kiến thức hay kết quả thu được từ bài học. Cuối bài học, các công việc của HS có thể bao gồm TD về quá trình TD của họ, chia sẻ hiểu biết, mở rộng vào trong lĩnh vực khác có liên quan đến những khái niệm, nội dung kiến thức đã được xác định trong bài học, diễn đạt rõ ràng những vấn đề hay câu hỏi mới có liên quan đến bài học và cuối cùng là tóm tắt nội dung bài học.

●GV là người cổ vũ, động viên, khuyến khích HS trong các hoạt động TD để giải quyết vấn đề và chiêm nghiệm về TD của bản thân. GV cần đánh giá cao TD cá nhân và truyền thái độ này cho tất cả HS. Nếu hành vi phục tùng thầy giáo được đánh giá cao, HS sẽ cảm thấy mọi sự cố gắng TD của mình là vô ích, HS sẽ rập khuôn, theo cách nghĩ, cách làm của thầy mà chẳng cần TD gì cả. Trái lại, một thái độ cởi mở, trân trọng của GV đối với những cách nghĩ mới của HS, sự nhanh chóng nhận biết và

chấp nhận những ý tưởng mới, những giải pháp hay của HS sẽ có tác dụng cổ vũ động viên rất lớn đối với HS, thúc đẩy sự phát triển của TDPP, TDST trong lớp học.

●GV là người tổ chức các hoạt động dạy và học trong lớp học TD thông qua việc: lựa chọn, sử dụng các phương pháp dạy học; phân chia các nhóm học tập tương tác; chuyển giao, ủy thác các tình huống học tập; điều chỉnh các mối quan hệ tương tác; sắp xếp bố trí không gian lớp học...

●GV là người đánh giá sự tiến bộ của HS. GV đánh giá HS không chỉ thông qua kết quả giải quyết vấn đề mà quan trọng hơn cần phải đánh giá HS trong suốt cả quá trình học tập và TD, ghi nhận những bước tiến của HS trong TD.

1.4.2.3.Học sinh trong lớp học tư duy

Mặc dù GV giữ vai trò chủ đạo trong việc tổ chức, điều khiển "lớp học TD ", nhưng HS mới chính là nhân tố tham gia và cấu thành "lớp học TD " thông qua những hành vi của họ. Một lớp học có được xem là lớp học TD hay không sẽ được thể hiện chủ yếu thông qua các hành vi của HS. Trong một lớp học TD, HS sẽ:

- HS kiên trì bám đuổi và giải quyết đến cùng nhiệm vụ học tập cho dù nhiệm vụ đó có thể khó.
- HS đưa ra nhiều lý do cho các câu trả lời.
- HS đưa ra nhiều câu trả lời khác nhau cho một vấn đề.
- HS sử dụng những từ ngữ cụ thể, chính xác để diễn đạt những ý tưởng và các cách giải quyết vấn đề.
- HS tham gia tích cực vào mọi hoạt động học tập. Dành thời gian để suy nghĩ về vấn đề, để tìm ra ý tưởng giải quyết vấn đề.
- HS luôn chú ý lắng nghe HS khác nói và sẵn sàng thảo luận, chia sẻ thông tin. HS nhận thức rõ trách nhiệm của cá nhân trong việc thực hiện nhiệm vụ chung.
-HS đặt những câu hỏi cho các HS khác và GV.
- HS hồi tưởng và xem xét lại quá trình TD của mình.
- HS nêu những vấn đề có tính "thách thức" (những vấn đề mà để giải quyết chúng cần phải vận dụng kiến thức tổng hợp và sử dụng TDPP, TDST ở mức độ sâu sắc) từ chủ đề vừa được học.

Các hành vi của HS trong lớp học TD có mối liên hệ mật thiết với các chiến lược dạy học của GV. Điều đó được thể hiện chi tiết trong bảng dưới đây:

Bảng 1.4. Mối liên hệ giữa chiến lược DH của GV với hành vi của HS trong lớp học TD

Các chiến lược dạy học của GV	Các hành vi của HS
GV sẽ tập trung và tái tập trung HS vào nhiệm vụ của mình trong suốt bài học.	HS kiên trì bám đuổi và giải quyết đến cùng nhiệm vụ học tập mặc dù nhiệm vụ đó có thể khó.
GV sẽ sử dụng những câu hỏi có kết thúc mở và câu hỏi mở rộng.	HS đưa ra nhiều lý do cho các câu trả lời. HS đưa ra nhiều câu trả lời khác nhau cho một vấn đề.
GV dành thời gian chờ đợi để HS suy nghĩ tìm câu trả lời.	HS sử dụng những từ ngữ cụ thể, chính xác để diễn đạt những ý tưởng và các cách giải quyết vấn đề.
GV sẽ chấp nhận sự đa dạng trong các câu trả lời của HS.	HS tham gia tích cực vào mọi hoạt động học tập. Dành thời gian để suy nghĩ về vấn đề để tìm ra ý tưởng giải quyết vấn đề.
GV giao nhiệm vụ ở các mức độ khác nhau cho mỗi HS.	Suy nghĩ, giải quyết và tận dụng sự hỗ trợ của nhóm hoặc sẵn lòng trao đổi giúp đỡ bạn.
GV luôn khuyên khích sự tương tác giữa các HS và sự tương tác giữa HS và GV.	HS luôn chú ý lắng nghe HS khác nói và sẵn sàng thảo luận, chia sẻ thông tin với các HS khác. Nhận thức rõ trách nhiệm của cá nhân trong việc thực hiện nhiệm vụ chung. HS đặt những câu hỏi cho các HS khác và GV.
GV sẽ yêu cầu HS suy nghĩ về quá trình TD của mình.	HS hồi tưởng và xem xét lại quá trình TD của mình. HS nêu những vấn đề có tính "thách thức" (những vấn đề mà để giải quyết chúng cần phải vận dụng kiến thức tổng hợp và sử dụng TDPP, TDST ở mức độ sâu sắc) từ chủ đề vừa được học.

1.4.3. Sự khác biệt giữa một "lớp học truyền thống" và một "lớp học tư duy " trong môn Toán

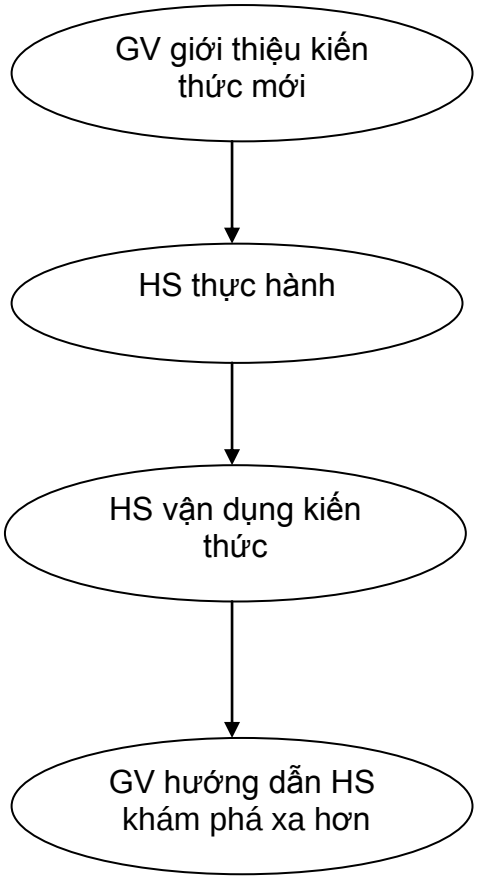
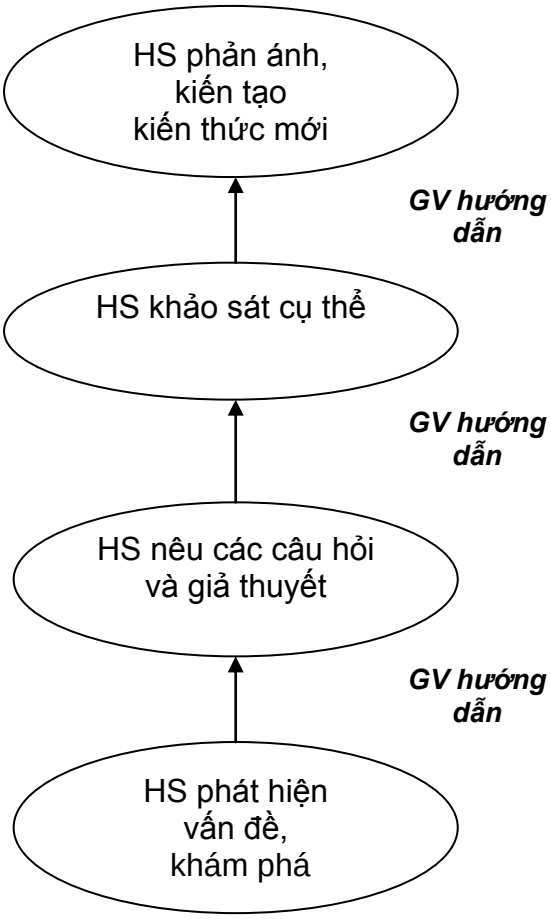
Trong [129], khi so sánh giữa lớp học truyền thống và lớp học TD, hai tác giả AnneJ. Udall và Joan E. Daniels viết: *"*Chúng tôi sử dụng phép ẩn dụ về hai chuyến đi để miêu tả sự khác biệt giữa lớp học mà TD chỉ thỉnh thoảng diễn ra với lớp học TD, ở đó TD được tích hợp một cách có hệ thống. GV là những hướng dẫn viên du lịch; GV lựa chọn đường đi. Chuyến đi A, "kế hoạch xem tất cả", đưa bạn đi khắp nơi trên chuyến đi chớp nhoáng. Hướng dẫn viên du lịch điều hành, phối hợp mọi hoạt động của bạn. Kế hoạch chuyến đi rất đầy đủ và cứng nhắc. Bạn sẽ đi qua rất nhiều

vùng miền. Bạn được dừng chân ở các châu lục, chiêm ngưỡng tham quan mọi địa điểm thu hút khách du lịch, thử các loại ẩm thực, nghe mọi ngôn ngữ - nói tóm lại là làm tất cả mọi thứ. Chuyến đi B, "kế hoạch hòa nhập" tiến hành chậm hơn rất nhiều. Hướng dẫn viên có điểm xuất phát và đích đến cụ thể và đã lựa chọn kĩ lưỡng các điểm chuyển tiếp. Tuy nhiên, có rất nhiều cơ hội cho các chuyến ngắm cảnh độc lập ngẫu nhiên. Trong suốt chuyến đi này, bạn được yêu cầu xuống xe và đi sâu vào các chuyến đi bên lề. Bạn hỏi những người dân địa phương các câu hỏi như thế nào, tại sao và ở đâu. Bạn được khuyến khích tương tác với hướng dẫn viên và những người bạn đồng hành của mình. Hướng dẫn viên tổ chức các cuộc thảo luận so sánh đối chiếu và phân tích những gì đã nhìn thấy. Khách du lịch trên chuyến đi này thường nhận xét rằng họ rất thích chuyến đi và đang dự định cho một chuyến đi khác – và lần này họ không cần hướng dẫn viên".

Trong lớp học truyền thống GV làm hết mọi việc từ thuyết trình đến truyền đạt kiến thức ở vị trí của người quản lý, điều khiển. HS ở vị trí tiếp nhận kiến thức. Quá trình tư duy thường chỉ diễn ra một cách đơn lẻ, tự phát ở một số HS khá, giỏi khi học một số nội dung kiến thức đòi hỏi phải sử dụng tư duy. Trong lớp học TD, GV thiết kế, tổ chức cho HS hoạt động, học tập tích cực trong một môi trường tương tác đa chiều bằng cách đặt HS vào trong các tình huống học tập chứa đựng nhiều cơ hội tư duy, khuyến khích, giúp đỡ mỗi HS tư duy độc lập và tư duy hợp tác để kiến tạo kiến thức, tri thức. Mỗi HS được tạo điều kiện thuận lợi để phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng một cách thích hợp. Bảng sau đây mô tả sự khác biệt giữa một lớp học truyền thống và một lớp học TD trong môn toán:

Bảng 1.5. Sự khác biệt giữa một lớp học truyền thống với một lớp học TD

	Lớp học truyền thống	**Lớp học TD**
Giáo viên	- Nặng về truyền đạt nội dung kiến thức, không hoặc ít quan tâm tới phát triển TDPP, TDST. TD diễn ra một cách ngẫu nhiên do sách giáo khoa có một số bài tập hoặc một số nội dung đòi hỏi phải sử dụng. TDPP, TDST. - Chỉ phát triển TDPP, TDST cho HS khá, giỏi. Chưa khuyến khích được HS trung bình và dưới trung bình tham gia vào các quá trình TD.	-Quan tâm tới việc phát triển TDPP, TDST một cách có hệ thống và có chủ ý. Sử dụng TD như phương tiện để HS nắm vững nội dung kiến thức đồng thời thông qua việc giảng dạy nội dung kiến thức để bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS. -Mọi HS đều được tạo điều kiện và khích lệ để phát triển TDPP và TDST của bản thân. -Chú trọng học tập hợp tác, khuyến

	-Ít chú ý tới học tập hợp tác. -Chưa phát huy được tính độc lập và những phẩm chất trí tuệ của từng cá nhân HS. -Tất cả HS trong lớp đều thực hiện nhiệm vụ học tập giống nhau. -Ra những câu hỏi chỉ có một đáp án đúng duy nhất – những câu hỏi mà để trả lời chúng HS phải học thuộc lòng nội dung kiến thức, áp dụng rập khuôn thuật toán đã học hoặc đi theo một lối mòn lắt léo, độc đạo đã được làm mẫu mà chẳng cần dùng nhiều đến TD. -GV truyền đạt kiến thức đến HS theo mô hình:  	khích HS tương tác với bạn học và GV -Tôn trọng sự khác biệt cá nhân, khuyến khích sự đa dạng trong TD của HS. -Giao các nhiệm vụ học tập khác nhau cho các nhóm đối tượng HS. -Ra những câu hỏi mở và câu mở rộng. Để trả lời chúng HS không chỉ dùng nội dung kiến thức mà quan trọng hơn HS phải TD để tìm ra lí do cho các câu trả lời, tìm ra nhiều phương án trả lời và đánh giá các phương án để lựa chọn phương án tối ưu. -GV hướng dẫn HS tự khám phá và kiến tạo kiến thức theo mô hình: 

Học sinh	-HS không xác định được một cách cụ thể, rõ ràng mục tiêu, nhiệm vụ học tập của bản thân. HS khá, giỏi cho rằng nhiệm vụ học tập của mình là giải thật nhanh các bài toán khó. HS trung bình và dưới trung bình không hiểu nhiệm vụ học tập học tập của mình là gì và không biết bắt đầu từ đâu, họ thấy nhiệm vụ GV đưa ra là quá sức đối với mình.	- HS hiểu rõ và luôn tập trung vào nhiệm vụ học tập. Họ kiên trì bám đuổi và giải quyết đến cùng nhiệm vụ học tập của mình.
	-HS trả lời đúng câu hỏi, bài toán mà GV đưa ra khi họ thuộc nội dung kiến thức hoặc thực hiện đúng một thuật toán, một quy trình giải toán đã học và họ sẽ trả lời sai khi không nhớ nổi một chi tiết trong nội dung bài học hay tính toán nhầm ở một bước trong quy trình giải toán.	-HS sẽ trả lời câu hỏi, bài toán mà GV đưa ra (có thể đúng, cũng có khi sai) kèm theo lí do và cách thức suy nghĩ giúp họ tìm ra câu trả lời đó.
	-Các câu trả lời của HS thường giống nhau. Các HS giải bài toán với cùng một cách giải.	-Các câu trả lời của HS rất đa dạng. Các HS thường đưa ra những cách giải quyết, cách diễn đạt khác nhau cho cùng một bài toán.
	- HS mặc nhiên chấp nhận họ là người phải trả lời các câu hỏi, họ không có thói quen đưa ra các câu hỏi.	- HS sẽ đưa ra các câu hỏi để làm rõ vấn đề hoặc tìm hiểu sâu hơn vấn đề.
	-HS tập trung làm bài trong im lặng. Họ rất ít thảo luận. Nếu không làm được bài học sẽ chờ lời giải do GV cung cấp hoặc đọc lời giải của một HS giỏi bên cạnh.	- HS tích cực tham gia vào các cuộc thảo luận Họ chú ý lắng nghe HS khác nói và sẵn sàng đưa ra câu hỏi hoặc chia sẻ thông tin với các HS khác.
	-HS không có thói quen chiêm nghiệm, đánh giá TD của bản thân.	- HS xem xét, đánh giá và điều chỉnh lại quá trình TD của mình sau mỗi bài học.
Môi trường dạy học	-Chưa "an toàn" và thiếu sự "thân thiện" cần thiết để HS phát triển TDPP, TDST của bản thân. HS ngại phát biểu nêu ra ý tưởng cá nhân vì	-Môi trường "an toàn", "thân thiện": HS được hoan nghênh khi đưa ra những ý tưởng cá nhân. HS được cổ vũ dũng cảm chấp nhận "rủi ro" để đương

	họ lo sợ mình nói sai và sẽ bị chế nhạo hay bị lờ đi. -Môi trường thiếu "bình đẳng", thiếu "cởi mở": Thầy giáo luôn là người "thông thái, sáng suốt" và nắm "quyền lực" trong mọi vấn đề. Số lượng HS tham gia giải quyết vấn đề chỉ bó hẹp ở một số HS khá, giỏi. Các HS khác chỉ có một vai trò đơn giản là áp dụng rập khuôn những quy tắc thầy đã dậy hoặc công nhận và ghi chép lời giải, câu trả lời đúng của những HS giỏi -Môi trường thiếu sự tương tác, hợp tác. -Môi trường xem nặng nội dung kiến thức, ít quan tâm tới việc phát triển TD. -Môi trường thiếu sự "linh hoạt": HS luôn ngồi cố định ở một vị trí. GV truyền đạt đầy đủ toàn bộ nội dung kiến thức của bài theo một kế hoạch cứng nhắc định sẵn.	đầu với những "thử thách" TD . -Môi trường "dân chủ", "cởi mở": HS được khích lệ đưa ra những ý tưởng mới phá vỡ những cách nghĩ rập khuôn, bảo thủ. HS có thể tham gia vào việc phát triển các quy tắc ứng xử trong giờ học và có một vai trò riêng trong nhóm học tập, trong lớp học. -Môi trường có sự tương tác thường xuyên giữa HS với HS, giữa HS với GV. -Môi trường nhấn mạnh đến sự phát triển TD . TD vừa là phương tiện vừa là mục đích của quá trình học. -Môi trường "linh hoạt" từ cách sắp xếp phòng học, bố trí bàn ghế đến hình thức, phương pháp và nội dung dạy học.

1.4.4. Các chiến lược của giáo viên trong một lớp học tư duy:

Trong [83], Robert Duron đã đưa ra 5 bước hướng HS đến TDPP:

Bước 1: Xác định mục tiêu học tập: Xác định hành vi, hoạt đông mà HS cần thực hiện được; Xác định TD bậc cao HS cần phát triển sau khi thực hiện các hành vi.

Bước 2: Dạy thông qua đặt câu hỏi. Trong bước này GV cần: Phát triển các câu hỏi thích hợp; Sử dụng kỹ thuật đặt câu hỏi; Khuyến khích thảo luận tương tác.

Bước 3: Khuyến khích thực hành trước khi được đánh giá: Chọn các hoạt động thúc đẩy hoạt động học tập, TD; Sử dụng tất cả các yếu tố của học tập tích cực.

Bước 4: Xem, tinh chỉnh, và cải thiện: GV nên cố gắng để tiếp tục tinh chỉnh rút kinh nghiệm các khóa học; đảm bảo rằng các kỹ thuật giảng dạy của GV trong thực tế, giúp HS phát triển kỹ năng TDPP. Để thực hiện điều này, GV nên theo dõi lớp học hoạt động một cách chặt chẽ.

Bước 5: Cung cấp những phản hồi và đánh giá học tập: Cung cấp thông tin phản hồi cho HS; Tạo cơ hội cho tự đánh giá; Sử dụng thông tin phản hồi để cải thiện PPDH.

Năm 1980, Feldhusen và Treffinger đã cung cấp một số kiến nghị cho việc thiết lập một môi trường lớp học thuận lợi cho TDST: Hỗ trợ và củng cố ý tưởng khác lạ của HS; Cho HS chấp nhận và là quen với các thất bại tích cực; Dành thời gian cho HS suy nghĩ và phát triển các ý tưởng sáng tạo của họ; Tạo một bầu không khí lắng nghe và thật sự tôn trọng lẫn nhau giữa các HS và giữa HS với GV; Khuyến khích HS lựa chọn, ra quyết định và tự kiểm soát quá trình học của bản thân. Khuyến khích để mọi người đều tham gia vào hoạt động giải quyết vấn đề và để họ tự chứng minh giá trị của sự tham gia đó [88].

Theo Anne J. Udall và Joan E. Daniels [129], để xây dựng lớp học TD, GV sẽ sử dụng 9 chiến lược sau:

- GV sẽ tập trung HS vào nhiệm vụ của mình trong suốt bài học.
- GV sẽ sử dụng những câu hỏi có kết thúc mở.
- GV sẽ sử dụng những câu hỏi mở rộng.
- GV dành thời gian chờ đợi để HS suy nghĩ tìm câu trả lời.
- GV sẽ chấp nhận sự đa dạng trong các câu trả lời của HS.
-GV không đưa ra ý kiến đánh giá cho các câu trả lời của HS.
- GV giao nhiệm vụ ở các mức độ khác nhau cho mỗi HS.
- GV luôn khuyến khích sự tương tác giữa các HS và tương tác giữa HS với GV.
- GV sẽ yêu cầu HS suy nghĩ về quá trình TD của mình.

Năm 2008, trong [64], Anne de A'Echevarria - Đại học Newcastle đưa ra 7 chiến lược xây dựng "lớp học TD":

-Thiết lập những thách thức mở.

-Hãy coi trọng TD : Hãy xem quá trình bồi dưỡng phát triển TD quan trọng hơn là việc bồi đắp nội dung kiến thức. Muốn vậy cần phải cung cấp thời gian và không gian cho quá trình TD diễn ra trong lớp học.

- Hãy đặt các câu hỏi hiệu quả cao trong quá trình dạy học.

-Hãy tạo điều kiện để HS bày tỏ, chia sẻ TD của bản thân.

-Kích hoạt kĩ năng học tập hợp tác ở HS.

-Thúc đẩy việc học độc lập, quá trình tự điều chỉnh tự quản lí và siêu nhận thức ở HS.

- Xây dựng các liên kết: GV cần tạo điều kiện cho HS kết nối hoặc áp dụng các khái niệm, kiến thức, kỹ năng đã học với các chủ đề, các đối tượng, các bối cảnh khác.

Kế thừa kết quả các công trình nghiên cứu của các tác giả và dựa trên đặc điểm giáo dục Việt Nam, chúng tôi đề xuất 5 chiến lược mà GV cần thực hiện để xây dựng lớp học tư duy:

Chiến lược 1: Hiểu rõ đặc điểm TD nói chung TDPP, TDST nói riêng của mỗi HS

Đặc điểm và biểu hiện của TDPP, TDST ở mỗi HS là khác nhau. Việc phát triển TDPP, TDST cho các đối tượng HS trong cùng một lớp học đòi hỏi người GV phải nhận diện được những yếu tố đặc trưng của TDPP, TDST thể hiện ở mỗi nhóm đối tượng HS. Từ đó có những can thiệp sư phạm phù hợp nhằm phát triển các yếu tố của TDPP, TDST ở từng HS một cách thích hợp.

Chiến lược 2: Tạo cơ hội tư duy, định hướng tư duy và rèn luyện kỹ năng TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng cho từng học sinh trong lớp.

-Thứ nhất, GV cần tổ chức lại nội dung dạy học theo hướng phát triển TD cho HS. GV cần phải xác định sẽ dạy những kĩ năng TD gì và nội dung nào được sử dụng để dạy những kĩ năng tư duy đó. GV cần kết hợp hài hòa giữa kĩ năng tư duy và nội dung kiến thức trong bài học đối với từng đối tượng HS. Nhiều kiến thức không đảm bảo tư duy hiệu quả, nhưng thiếu kiến thức chắc chắn sẽ hạn chế tư duy.

-Thứ hai, GV cần tổ chức các tình huống dạy học phù hợp để biến nội dung kiến thức thành vấn đề của cá nhân HS. Tạo động lực thúc đẩy HS vận dụng các kĩ năng tư duy để giải quyết vấn đề.

-Thứ ba, GV cần xây dựng hệ thống câu hỏi dẫn dắt HS suy nghĩ đi từ điều đã biết đến điều chưa biết theo trình tự phát triển của tư duy. Tăng cường sử dụng các câu hỏi mở, câu hỏi mở rộng tạo điều kiện để TD của HS phát triển sâu sắc hơn.

Chiến lược 3: Phân hóa mục tiêu và nhiệm vụ học tập cho mỗi nhóm HS có trình độ nhận thức khác nhau.

Trước mỗi bài học, GV cần xác định mục tiêu về mặt kiến thức và tư duy mà mỗi đối tượng HS cần phải đạt được sau khi bài học kết thúc. Trên cơ sở đó, GV sẽ đặt ra nhiệm vụ cụ thể cho mỗi đối tượng HS. Mỗi HS cần phải biết rõ mình cần ghi nhớ điều gì, hiểu rõ điều gì, giải quyết những vấn đề gì…. Các nhiệm vụ mà GV giao cho mỗi HS phải hướng vào "vùng phát triển gần nhất " của HS tức là phải phù hợp với trình độ mà HS đã đạt tới ở thời điểm đó, không thoát ly cách xa trình độ này, nhưng họ vẫn còn phải tích cực suy nghĩ phấn đấu vươn lên thì mới thực hiện được nhiệm vụ đặt ra. Đồng thời các nhiệm vụ này phải hướng tới rèn luyện, bồi dưỡng những kĩ năng TDPP, TDST mà HS còn thiếu hụt để nâng cao trình độ, kĩ năng TD cho từng

HS. Các bài tập cũng cần được cấu trúc lại để phù hợp với sự phát triển TD của từng nhóm đối tượng HS.

Chiến lược 4: Tăng cường các tương tác giữa 3 nhân tố người học – người dạy – môi trường trong quá trình dạy học:

Tăng cường các tương tác đa chiều sẽ tạo động lực cho HS tích cực hoạt động; tạo điều kiện để HS thể hiện và chia sẻ TD. HS tương tác với môi trường, với GV, bạn học để tìm kiếm hay củng cố động cơ học tập; tương tác với môi trường, GV, bạn học để tri giác thông tin về sự vật, hiện tượng cần chiếm lĩnh; tương tác với bản thân (tương tác nội tâm) để xử lí thông tin không đồng nhất ở bán cầu não phải; tương tác với các biểu tượng đã có để đồng nhất thông tin và tạo dựng kiến thức ở bán cầu não trái.Trong khi đó, GV tương tác với HS, với nhóm học tập, với môi trường dạy học để hỗ trợ HS; tương tác để giúp HS tìm thấy lợi ích và động cơ học tập; tương tác để đem đến thành công cho HS, giúp HS thấy được lợi ích và thành quả học tập của mình để từ đó có niềm tin sâu sắc hơn vào hoạt động học tập của bản thân. Đó lại là động cơ để HS tiếp tục theo đuổi những mục tiêu và nhiệm vụ học tập mới. Các tương tác giữa GV, HS, môi trường hướng tới các mục đích như: Tương tác để tăng cường xây dựng và duy trì hoạt động học tập; Tương tác để kiểm soát người học và người học tự kiểm soát, điều chỉnh hoạt động học tập; Tương tác để phát triển động cơ học tập; Tương tác để cấu trúc/sắp xếp kiến thức; Tương tác để xây dựng và gắn kết nhóm học tập; Tương tác để tìm tòi, khám phá; Tương tác để thăm dò; Tương tác để làm sáng tỏ hay gạn lọc tri thức; Tương tác để dẫn kết vấn đề học tập; Tương tác để tăng cường sự tham gia học tập; Tương tác để phát triển giao tiếp; Tương tác để thu nhận phản hồi.

Chiến lược 5: Khuyến khích HS tự theo dõi, đánh giá sự tiến bộ trong nhận thức của bản thân.

Một trong những phương pháp hiệu quả nhất để phát triển và hoàn thiện tư duy của bản thân đó là thường xuyên xem xét, đánh giá, điều chỉnh quá trình nhận thức của chính mình. Do đó, bên cạnh phương thức đánh giá truyền thống là GV đánh giá kiến thức và khả năng nhận thức của HS, cần tăng cường sử dụng các phương thức HS đánh giá lẫn nhau và HS tự đánh giá bản thân. Điều này đòi hỏi thời gian và sự công phu nhưng nó có tác dụng rất lớn đến sự phát triển tư duy của HS.

1.5.Nội dung dạy học Hình học không gian lớp 11 với tiềm năng phát triển tư duy phê phán, tư duy sáng tạo và tạo dựng lớp học tư duy

1.5.1. Một số đặc trưng cơ bản trong nhận thức luận hình học

Các đặc trưng trong nhận thức luận hình học của HS đã thu hút sự quan tâm nghiên cứu của các tác giả: Trần Thúc Trình, Thái Sinh, Vũ Thị Thái, Phạm Thanh Tâm,…Từ các nghiên cứu của các tác giả có thể thấy nhận thức luận hình học có những đặc trưng cơ bản sau [56]:

•Có sự hợp nhất trong hình học: (tương tác và định hướng lẫn nhau) giữa trí tưởng tượng sinh động với logíc chặt chẽ.

•Hình học với tư cách là phân môn của Toán học mang tính trừu tượng cao và tính thực tiễn phổ dụng: có nghĩa là, mặc dù hình học được xây dựng dựa trên một số khái niệm trừu tượng (không được định nghĩa một cách tường minh như điểm, đường thẳng, mặt phẳng,…) và một số tiên đề (các tính chất được thừa nhận). Tuy nhiên, những mô hình trong hình học và những mối quan hệ giữa chúng là những nét lột tả những vật thể gắn liền với cuộc sống hàng ngày, điều này chứng tỏ tính trừu tượng của hình học được nảy sinh từ thực tiễn.

Từ những phân tích trên, chúng tôi xác định nhiệm vụ của dạy học hình học trong trường phổ thông là trên cơ sở nắm được các kiến thức cơ bản để: Phát triển trí tưởng tượng không gian; Phát triển sự hiểu biết về thực tiễn; Phát triển TD logíc và các phẩm chất trí tuệ. Ba nhiệm vụ này có mối liên hệ tương hỗ với nhau.

1.5.2.Các loại hoạt động hình học chủ yếu của học sinh

Ở trường phổ thông, dạy học Toán được xác định là dạy cho HS các hoạt động toán học, nó vừa là mục đích vừa là nhiệm vụ của dạy học toán. Hoạt động hình học được hiểu là các thao tác chân tay và trí tuệ của GV và HS trên các đối tượng hình học. Sau đây là các hoạt động hình học cơ bản:

•Hình thành các khái niệm hình học: Các khái niệm hình học chiếm một phần lớn trong HHKG ở trường THPT. Để hình thành các khái niệm hình học, HS phải tập dượt các hoạt động: phân tích, phán đoán, khái quát hóa, trừu tượng hóa,…để đi đến khái niệm. Sau khi hình thành khái niệm, HS phải tiến hành hàng loạt các hoạt động nhằm củng cố và vận dụng khái niệm như: nhận dạng khái niệm, phân chia khái niệm, mở rộng khái niệm.

•Hình thành các mệnh đề hình học: Các mệnh đề hình học là một phần quan trọng của HHKG bao gồm cả phát triển mệnh đề đã có, dự đoán mệnh đề mới. HS phải phối hợp các hoạt động: phân tích, tổng hợp, phán đoán, khái quát hóa, trừu tượng hóa,…để hình hành mệnh đề.

•Chứng minh, phủ định các mệnh đề hình học: Trong chương trình môn toán ở trường THPT, nội dung hình học chứa rất nhiều mệnh đề, việc khẳng định giá trị chân lí của các mệnh đề đó là một trong những hoạt động chủ yếu của GV và HS. Khi chứng minh các mệnh đề hình học, HS phải tiến hành nhiều loại hoạt động TD quan trọng như: dự đoán, phân tích, tổng hợp,... huy động và tổ chức các kiến thức có liên quan để chứng minh nhằm chấp nhận hay bác bỏ các dự đoán. Do vậy, chứng minh các mệnh đề hình học là hoạt động quan trọng trong các hoạt động học tập của HS.

•Tính toán các đại lượng hình học: Trong HHKG ở trường THPT các bài toán tính toán các đại lượng hình học chiếm một số lượng đáng kể. Các bài tập tính toán không chỉ giúp HS vận dụng các kiến thức lí thuyết vào việc giải các bài tập mà còn chứa đựng các mục đích quan trọng hơn như: vận dụng các kiến thức hình học vào giải quyết các vấn đề thực tiễn, vận dụng các kiến thức đại số vào hình học, tạo các tiền đề cơ bản để xây dựng các mô hình hình học trừu tượng.

1.5.3.Nội dung hình học không gian lớp 11 trung học phổ thông [46], [18]

Trong chương trình môn Toán ở trường THPT, HHKG được nghiên cứu bằng ba phương pháp chủ yếu: phương pháp tiên đề, phương pháp vectơ và phương pháp tọa độ. Chương trình HHKG lớp 11 (SGK Ban cơ bản, 2007) được xây dựng theo tinh thần của phương pháp tiên đề (hệ tiên đề Hinbe) với các khái niệm cơ bản đó là điểm, đường thẳng, mặt phẳng và bốn tiên đề được thừa nhận trong hình học phẳng.

Dựa trên ba khái niệm cơ bản, các kết quả đã được công nhận trong hình học phẳng và bốn tiên đề trong hình học phẳng, hàng loạt các khái niệm, các mô hình, các định lý và các hệ quả quan trọng ra đời nhằm tập trung giải quyết các mối quan hệ hình học. Giống như trong hình học phẳng, quan hệ trong HHKG cũng được chia làm hai loại: quan hệ định tính và quan hệ định lượng.

- Quan hệ định tính có 3 loại quan hệ sau:

+ Quan hệ liên thuộc: Điểm thuộc đường thẳng, điểm thuộc mặt phẳng, đường thẳng nằm trên mặt phẳng.

+ Quan hệ song song: Hai đường thẳng song song, đường thẳng song song với mặt phẳng, hai mặt phẳng song song.

+ Quan hệ vuông góc: Hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.

- Quan hệ về định lượng gồm: Khoảng cách; Góc; Diện tích; Thể tích.

Như vậy, các mối quan hệ trong HHKG ở trường THPT là tương đối phong phú và đa dạng. Các mối quan hệ hình học mà HS đã học ở trung học cơ sở trở thành một bộ phận của kiến thức mà họ sẽ phải học trong chương trình THPT, điều này thể hiện được các ưu thế của môn học này trong việc phát triển TD cho HS, nhưng đồng thời cũng thấy được những khó khăn về nhận thức mà HS sẽ gặp phải khi học nội dung này.

Đối với chương trình HHKG lớp 11 - SGK lớp 11, Ban cơ bản, 2007. Các tác giả đã xây dựng và nghiên cứu HHKG ở chương II và Chương III. ở hai chương này, việc nghiên cứu và xây dựng HHKG dựa vào cả hệ tiên đề Hinbe như chương trình hình học lớp 11 (Sgk chỉnh lý hợp nhất 2000). Ngoài ra còn sử dụng công cụ vectơ để nghiên cứu một số tính chất của các hình.

1.5.4.Khả năng phát triển tư duy phê phán, tư duy sáng tạo và tạo dựng lớp học tư duy thông qua dạy học các chủ đề Hình học không gian lớp 11:

Với những ưu thế riêng biệt của mình, các chủ đề HHKG lớp 11 có vai trò đặc biệt quan trọng trong việc giúp HS hình thành và phát triển trí tưởng tượng không gian, TDPP và TDST:

Các định nghĩa, khái niệm trong HHKG lớp 11 như: các định nghĩa về khối đa diện, các định nghĩa về vị trí tương đối giữa các đường thẳng và các mặt phẳng, các định nghĩa về góc, về khoảng cách...được trình bày theo các hệ thống. Để nắm vững các khái niệm này HS cần có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin, nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài. Đây là biểu hiện của TDPP.

Các định lí, các bài toán HHKG rất đa dạng cả về nội dung và cách biểu đạt. Cùng một nội dung hình học nhưng có thể được biểu đạt theo nhiều cách khác nhau. Để giúp HS nhìn rõ bản chất bài toán từ đó tìm ra phương hướng giải, GV cần rèn luyện cho HS có khả năng tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu và phát biểu chúng một cách gắn kết, súc tích, rõ ràng; mô tả các vấn đề theo một cách thức mà các kĩ thuật tiêu chuẩn có thể được sử dụng để giải quyết chúng. Qua đó hình thành và phát triển TDPP, TDST cho HS.

Khi giải các bài toán như: tìm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng, tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau, dựng

thiết diện…phải trải qua nhiều bước, không có thuật toán để giải. Để giải được các bài toán này đòi hỏi HS phải biết đặt ra những câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin; biết vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới; biết tiếp cận, suy xét vấn đề từ nhiều phương diện khác nhau; biết tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề; biết đánh giá tính hợp lí, tính tối ưu của các cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề. Đây là những biểu hiện của TDPP và TDST.

Các định lí, các bài toán HHKG thường có nhiều cách tiếp cận và cách giải khác nhau, phải phối hợp nhiều công cụ, nhiều phương pháp khác nhau để giải bài toán. Đây là điều kiện thuận lợi để hình thành phát triển TDPP, TDST cho HS

HHKG lớp 11 có nhiều lớp các định lí, các bài tập có tiềm năng trong việc rèn luyện cho HS khả năng đặc biệt hóa, tổng quát hóa, tương tự hóa, khái quát hóa, trừu tượng hóa (Ví dụ như: Các bài toán về một số tính chất của tứ diện vuông, tứ diện trực tâm, tứ diện có một cạnh vuông góc với đáy; Các bài toán về một số tính chất trong tứ diện đều, tứ diện gần đều; Các bài về thiết diện trong hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình hộp; Các bài toán về một số tính chất trong tứ diện, trong tam giác…). Đây là điều kiện thuận lợi để GV bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

Trong HHKG lớp 11 có nhiều bài toán chứa đựng các yếu tố, các phần hình vẽ có thể thay đổi, có thể ẩn dấu đi. Dựa vào đặc điểm này từ bài toán gốc, GV có thể tạo ra các bài toán mới lạ mà để giải được các bài toán này HS cần có những liên tưởng, những kết hợp mới, những cách nghĩ cách giải độc đáo sáng tạo, qua đó rèn luyện TDPP, TDST cho HS.

Khi dạy học HHKG lớp 11, GV nên chú ý đến các đặc điểm trên để có thể khai thác chúng một cách hiệu quả trong việc hình thành và phát triển trí tưởng tượng không gian, TDPP và TDST cho từng đối tượng HS.

Kết luận chương 1

1. Chúng tôi đã tổng quan lịch sử nghiên cứu các vấn đề có liên quan đến đề tài luận án ở Việt Nam và trên thế giới. Trên thế giới, vấn đề xây dựng môi trường dạy học thúc đẩy sự phát triển TD đặc biệt là TD bậc cao như TDST, TDPP cho tất cả các HS trong lớp học đã được đề cập trong nhiều công trình nghiên cứu của các tác giả ở những năm 80 và 90 của thế kỉ XX. Trong các công trình nghiên cứu này, các tác giả đã đề xuất một số "chiến lược", một số gợi ý mang tính định hướng trong việc xây dựng "lớp học TD " nói chung ở mọi môn học, các cấp học, chưa đề cập tới việc xây dựng một hệ thống các biện pháp cụ thể, đồng bộ nhằm xây dựng "lớp học TD " áp

dụng trong một môn học, một cấp học. Các công trình nghiên cứu của các tác giả Việt Nam tập trung nghiên cứu vấn đề phát triển, bồi dưỡng một số loại hình TD cụ thể như TDPP, TDST, TD thuật giải,… cho đối tượng HS với giả định có năng lực học tập giống nhau (chủ yếu là HS khá, giỏi). Một số công trình đề cập tới vấn đề dạy học phân hóa trong lớp học có nhiều đối tượng HS nhưng chưa đi sâu nghiên cứu dạy học phân hóa với mục tiêu phát triển TD cho từng đối tượng HS. Nhìn chung vấn đề xây dựng một môi trường học thúc đẩy sự phát triển TD của từng đối tượng HS trong lớp một cách thích hợp thông qua những biện pháp cụ thể còn chưa được đề cập tới trong các công trình nghiên cứu

2. Trên cơ sở các công trình nghiên cứu của các tác giả Việt Nam và các tác giả nước ngoài, luận án đã hệ thống hóa và hoàn thiện các khái niệm cũng như các vấn đề liên quan đến TD , TDPP, TDST. Luận án đã nghiên cứu một số biểu hiện đặc trưng của năng lực TDPP trong học toán của HS THPT thể hiện ở 3 nhóm khả năng: *Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề; Khả năng liên kết, đánh giá , xử lí thông tin nhằm giải quyết vấn đề; Khả năng phản ánh*. Luận án cũng nghiên cứu các biểu hiện đặc trưng của năng lực TDST trong học toán của HS THPT thuộc vào 5 yếu tố chính là *tính linh hoạt, tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo, tính hoàn thiện và tính nhạy cảm vấn đề.*

3. Kết quả các công trình nghiên cứu của nhiều nhà tâm lý học, giáo dục học đã chỉ ra rằng mỗi cá nhân bình thường đều có khả năng TDST, TDPP, tuy nhiên ở mỗi cá nhân thì trình độ và và sự biểu hiện là khác nhau. Tham khảo kết quả nghiên cứu của nhiều tác giả kết hợp với những nghiên cứu thực tiễn, luận án đưa ra một số đặc điểm của TDPP, TDST trong học toán của từng nhóm đối tượng HS dưới trung bình, HS trung bình, HS khá, giỏi. Qua đó khẳng định rằng: Các yếu tố của TDPP, TDST không chỉ có ở HS khá, giỏi. Mỗi HS bình thường đều có thể phát triển các phẩm chất củaTDPP, TDST ở các mức độ khác nhau. Việc phát triển TDPP, TDST cho các đối tượng HS trong cùng một lớp học đòi hỏi người GV phải nhận diện được những yếu tố đặc trưng của TDPP, TDST thể hiện ở mỗi nhóm đối tượng HS. Từ đó có những can thiệp sư phạm phù hợp phù nhằm phát triển tối đa các yếu tố của TDPP, TDST ở từng HS.

4. Để phát triển TD cho mỗi HS cần xây dựng một môi trường khuyến khích và thúc đẩy TD của từng học sinh trong lớp học. Lớp học TD sẽ tạo ra một môi trường dạy học như thế. Trên cơ sở các công trình nghiên cứu của các tác giả như: A. J. Udall

và J. E. Daniels; C. McGuinness; A. de A'Echevarria; H. L. Erikson; S. Hartman; A. Crawford, W. Saul, S. Mathews…luận án đưa ra khái niệm: *Lớp học TD trong môn toán là lớp học mà ở đó không chỉ một số HS khá, giỏi TD mà mỗi cá nhân trong lớp học đều thực sự TD. Đó là lớp học mà mỗi HS được tạo điều kiện và được khích lệ để phát triển TD nói chung, TDPP và TDST nói riêng một cách thích hợp trong môi trường học tương tác*. Luận án cũng đưa ra một số biểu hiện đặc trưng của lớp học TD thông qua việc xem xét 3 nhân tố cơ bản của quá trình dạy học đó là: Môi trường, GV và HS trong mối quan hệ tương hỗ.

5. Trên cơ sở kế thừa kết quả các công trình nghiên cứu của một số tác giả như Duron, Limbach, Waugh, Feldhusen, Treffinger, Udall, Daniels, A'Echevarria và căn cứ vào đặc điểm giáo dục Việt Nam, luận án đề xuất 5 chiến lược mà người GV cần thực hiện để xây dựng lớp học tư duy:

- *Chiến lược 1: Hiểu rõ đặc điểm TD nói chung và TDPP, TDST nói riêng của mỗi học sinh*
- *Chiến lược 2: Tạo cơ hội tư duy, định hướng tư duy và rèn luyện kỹ năng TD, TDPP, TDST cho từng học sinh trong lớp.*
- *Chiến lược 3: Phân hóa mục tiêu và nhiệm vụ học tập cho mỗi nhóm học sinh có trình độ nhận thức khác nhau.*
- *Chiến lược 4: Tăng cường các tương tác giữa 3 nhân tố người học – người dạy – môi trường trong quá trình học.*
- *Chiến lược 5: Khuyến khích học sinh tự theo dõi, đánh giá sự tiến bộ trong nhận thức của bản thân.*

Chương 1 của Luận án gồm những vấn đề cơ bản về TD, TDPP, TDST, lớp học TD và các chiến lược xây dựng lớp học TD. Đây là cơ sở khoa học cho việc nghiên cứu thực tiễn về TD, TDPP, TDST của HS; thực trạng DH phát triển TD, TDPP, TDST cho HS và đề xuất các biện pháp xây dựng lớp học TD trong học Toán ở trường THPT sẽ được trình bày trong chương 2 và chương 3 của luận án.

CHƯƠNG 2: NGHIÊN CỨU THỰC TIỄN - ĐẶC ĐIỂM TƯ DUY PHÊ PHÁN, TƯ DUY SÁNG TẠO CỦA CÁC NHÓM ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH VỚI NĂNG LỰC HỌC TẬP KHÁC NHAU VÀ THỰC TRẠNG DẠY HỌC TOÁN VỚI MỤC TIÊU PHÁT TRIỂN TƯ DUY CHO HỌC SINH

2.1. Khái quát về nghiên cứu thực tiễn:

2.1.1.Mục đích nghiên cứu:

Trong nghiên cứu thực tiễn này chúng tôi muốn tìm hiểu những vấn đề sau:

- Sự khác biệt trong TDPP, TDST của các nhóm đối tượng HS trong học Toán.
- Thực trạng dạy HHKG với mục tiêu phát triển TDPP, TDST cho các nhóm HS với năng lực nhận thức khác nhau.
- Tiềm năng xây dựng "lớp học TD" trong dạy học Toán.

2.1.2.Mẫu nghiên cứu:

Chúng tôi đã tiến hành nghiên cứu thực tiễn ở 10 trường THPT trên địa bàn 06 tỉnh thành phố là Hà Nội, Thanh Hóa, Hà Nam, Bắc Giang, Điện Biên, Phú Thọ.

- Tổng số GV được điều tra là 128, trong đó trình độ Thạc sĩ có 42 người (chiếm 32,81%); Đại học có 86 người(chiếm 67,19%). Đại đa số GV được điều tra là những người có kinh nghiệm giảng dạy từ 5 năm trở lên.

- Tổng số HS được điều tra là 360 HS tại các lớp học có đủ 3 đối tượng HS (35 HS trường THPT chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội, 45 HS trường THPT Liên Hà – Đông Anh – Hà Nội, 30 HS trường THPT Ngô Quyền – Ba Vì – Hà Nội, 31 HS trường THPT chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa, 39 HS trường THPT Ngọc Lặc – Ngọc Lặc - Thanh Hoá, 34 HS trường THPT Thọ Xuân 5 – Thọ Xuân - Thanh Hoá, 36 HS trường THPT Bình Lục B - Bình Lục - Hà Nam, 33 HS trường THPT Chuyên Hùng Vương – Phú Thọ, 42 HS trường THPT Yên Dũng 2 - Bắc Giang, 34 HS trường THPT Lê Quý Đôn – Điện Biên), trong đó có: 72 HS dưới trung bình, 180 HS trung bình và 108 HS khá, giỏi.

2.1.3.Phương pháp nghiên cứu:

Để tìm hiểu các vấn đề nêu trên chúng tôi sử dụng các phương pháp:

a.Sử dụng phiếu hỏi:

* Phiếu hỏi số 01 dành cho GV gồm có 4 phần:

+ Câu hỏi 1; 2.1 đến 2.12; 3.1 đến 3.14; 4.1 đến 4.13: Tìm hiểu về biểu hiện của TDPP của các nhóm đối tượng HS trong học Toán.

+ Câu hỏi 5.1 đến 5.13; 6.1 đến 6.15; 7.1 đến 7.15: Tìm hiểu về biểu hiện của TDST của các nhóm đối tượng HS trong học Toán.

+ Câu hỏi 10; 11; 12.1 đến 12.21: Tìm hiểu thực trạng dạy học HHKG với mục tiêu phát triển TDPP, TDST cho các nhóm HS với năng lực nhận thức khác nhau.
+ Câu hỏi 8; 9; 13.1 đến 13.13; 14.1 đến 14.14: Tìm hiểu tiềm năng xây dựng "lớp học TD " trong dạy học Toán.
Trước khi tiến hành nghiên cứu qua phiếu hỏi, chúng tôi đã phát tài liệu tập huấn cho GV về TD, TDPP, TDST và vấn đề phát triển TD, TDPP, TDST cho HS trong dạy học Toán.
*Phiếu hỏi 02 dành cho HS: Tìm hiểu thực trạng dạy học HHKG với mục tiêu phát triển TDPP, TDST cho các nhóm HS với năng lực nhận thức khác nhau.
b.Sử dụng hệ thống bài tập Hình học không gian lớp 11 để kiểm tra, đánh giá khả năng nhận thức và kiến thức của HS:
Đánh giá trực tiếp HS dựa trên câu trả lời của HS trước một số câu hỏi, bài tập Hình học không gian lớp 11 nằm trong nội dung chương trình HS đã được học (Phụ lục 2).
c. Quan sát sư phạm:
Dự giờ một số tiết dạy Hình học không gian lớp 11, lắng nghe các câu trả lời của HS và quan sát phản ứng thái độ của các em trong suốt giờ học. Xem vở HS; trò chuyện với HS nhằm tìm hiểu nhận thức cũng như biểu hiện TDPP, TDST của các em trong giờ học.
d. Phỏng vấn:
Chúng tôi dùng phiếu trưng cầu ý kiến chuyên gia nhằm phỏng vấn sâu với 2 mục đích: 1) Thiết kế, điều chỉnh phiếu hỏi trước khi điều tra chính thức; 2) Bổ sung cho những kết quả thu được từ bảng hỏi và quan sát nhằm làm rõ thực trạng.
2.1.4. Phương pháp xử lý số liệu:

Phương pháp điều tra bằng phiếu hỏi được thiết kế với một số câu hỏi mở và các câu hỏi kín dưới 2 dạng:
+ Dạng 1 là những câu hỏi kín trong phiếu điều tra, phần đáp án trả lời được đưa ra 5 mức độ đánh giá. Chúng được sắp xếp một cách liên tục theo mức độ tăng dần 1, 2, 3, 4, 5. Tương ứng với chúng là các mức điểm 1, 2, 3, 4, 5. Đối với những câu hỏi này chúng tôi chủ yếu xử lý theo điểm trung bình cộng. Để tính chênh lệch trung bình cộng giữa các mức độ của thang đo, chúng tôi lấy điểm cao nhất của thang đo là 5 điểm trừ đi điểm thấp nhất của thang đo là 1 điểm và chia ra làm 5 mức (mức cao: 5 điểm; tương đối cao: 4 điểm; trung bình: 3 điểm; thấp: 2 điểm; rất thấp :1 điểm). Điểm chênh lệch giữa mỗi mức độ là (5-1) : 5 = 0,8 và các mức độ của thang đo là:

- Mức độ 1: ở mức độ rất cao (1,0 ≤ ĐTB < 1,8)
- Mức độ 2: ở mức độ cao (1,8 ≤ ĐTB < 2,6)
- Mức độ 3: ở mức độ trung bình (2,6 ≤ ĐTB < 3,4)
- Mức độ 4: ở mức độ thấp (3,4 ≤ ĐTB ≤ 4,2)
- Mức độ 5: ở mức độ rất thấp (4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0)

+ Dạng 2 là một số câu hỏi điều tra được xây dựng theo các tiêu chí, yêu cầu người được hỏi lựa chọn một hoặc một số các tiêu chí đã xây dựng. Đối với các câu hỏi này chúng tôi chủ yếu xử lý theo tỷ lệ % và thứ bậc.

Số liệu sau khi thu thập được xử lí theo phương pháp thống kê, trong đó chủ yếu sử dụng các thông số sau:

+ *Tỉ lệ phần trăm (%):* Được tính theo công thức $\frac{n_i}{n}$, trong đó: n là tổng số GV, HS được điều tra; n_i là số GV, HS ứng với giá trị thứ i.

+ *Giá trị trung bình X :* Đặc trưng cho sự tập trung của số liệu. Giá trị *X* được tính theo công thức: $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$, trong đó: x_i là giá trị thứ i; n_i là số GV, HS ứng với giá trị thứ i.

+ *Độ lệch chuẩn, phương sai và hệ số biến thiên*:

Độ lệch chuẩn δ phản ánh sự sai lệch hay độ giao động của các số liệu xung quanh giá trị trung bình. Độ lệch càng nhỏ thì sự phân tán quanh $\overline{X}$ càng ít và ngược lại.

Phương sai được tính theo công thức: $\delta^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{f_i(\overline{X} - X_i)}{x_i}$ x_i là giá trị thứ i; n_i là số GV, HS ứng với giá trị thứ i, f_i là tần số. Hệ số biến thiên C_v là tham số so sánh mức độ phân tán của các số liệu, C_v càng nhỏ chứng tỏ số liệu khá tập trung và ngược lại: $C_v = \frac{\delta}{\overline{X}} \cdot 100\%$. Các tham số δ và C_v nhằm đánh giá độ lệch tiêu chuẩn và độ phân tán quanh giá trị trung bình. Trên cơ sở đó, khẳng định độ tin cậy của kết quả điều tra.

2.2. Kết quả nghiên cứu thực tiễn:

2.2.1. Sự khác biệt trong tư duy phê phán, tư duy sáng tạo của các nhóm đối tượng học sinh trong học Toán

Trong phần Phiếu thăm dò ý kiến GV, với câu hỏi: "Thầy/Cô thường căn cứ vào những dấu hiệu nào dưới đây để đánh giá một HS có TDPP, TDST?" Chúng tôi đưa ra sáu căn cứ. Hầu hết GV đều tích vào cả sáu căn cứ này. Ngoài ra GV không đưa thêm được những căn cứ nào khác. Cụ thể là: (1) căn cứ vào câu trả lời của HS; (2) căn cứ vào bài làm, bài giải hay sản phẩm thực hành của HS; (3) căn cứ vào cách thức suy luận, phát hiện và giải quyết vấn đề học tập của HS; (4) không căn cứ vào kết quả hay lời giải mà căn cứ vào cách thực hiện lời giải hay con đường tìm đến kết quả; (5) căn cứ vào cách phản ứng nhanh của HS; (6) căn cứ vào cả vào kết quả hay lời giải và cách thực hiện lời giải hay con đường tìm đến kết quả. Trong các căn cứ đưa ra trên, căn cứ (4) và căn cứ (6) mâu thuẫn nhau nhưng rất nhiều GV vẫn chọn cả hai phương án, chứng tỏ việc hiểu vấn đề của GV ban đầu khi chưa có nhận thức đầy đủ về TDPP, TDST chỉ mang tính cảm tính.

Tiếp theo chúng tôi hỏi GV một số câu hỏi có đi kèm các gợi ý để GV lựa chọn sau đó đánh giá theo điểm trung bình (ĐTB). Với câu hỏi "Theo Thầy/Cô, HS khá, giỏi Toán thường biểu hiện TDPP trong giờ học Toán như thế nào?" , chúng tôi thu được kết quả *(trình bày trong bảng 2.1, Phụ lục 1)*. Từ kết quả ở bảng 2.1 có thể thấy: mức độ rõ nét của các biểu hiện TDPP được đánh giá không giống nhau và có sự chênh lệch đáng kể. Ba biểu hiện: Có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết; Biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề; Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm, cân nhắc , suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt được đánh giá là thể hiện rõ nét nhất với ĐTB lần lượt là 1,6; 1,7; 1,9 ở cận dưới của mức độ rất thường xuyên và cận trên của mức độ thường xuyên. Các biểu hiện: Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và đưa ra các quyết định; Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài; HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề cũng được đánh giá ở mức độ thường xuyên với ĐTB lần lượt là 2,0; 2,4; 2,5. Các biểu hiện: Có khả năng phân chia trường hợp tốt trong những vấn đề phức tạp có nhiều trường hợp chồng chéo; Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết vấn đề; Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong

cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề được đánh giá là chỉ thỉnh thoảng thể hiện trong một số giờ học. Các biểu hiện: Biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề; Luôn có thái độ hoài nghi tích cực, tìm ra thêm nhiều cách giải quyết, tìm ra cách giải quyết tối ưu và hợp lí nhất; HS mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác được GV đánh giá là rất ít khi thể hiện với ĐTB lần lượt là 3,6; 3,7; 3,8. Kết quả này nhìn chung phù hợp với đánh giá biểu hiện TDPP trong học Toán của HS giỏi đã trình bày ở chương 1. Ngoại trừ biểu hiện 8: Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết vấn đề được đánh giá ít khi thể hiện, các biểu hiện cơ bản của TDPP trong học toán là (1), (2), (3), (5), (6), (7), (10) được đánh giá là thể hiện tương đối rõ nét. Các biểu hiện ở mức độ cao hơn của TDPP trong học Toán thể hiện tính thấu đáo và sáng tạo là (4), (9), (11), (12) được GV đánh giá là chưa thể hiện rõ nét trong các giờ học.

Chúng tôi cũng đưa ra các câu hỏi để đánh giá biểu hiện TDPP của HS trung bình và HS dưới trung bình trong học Toán, kết quả chi tiết được thể hiện ở Bảng 2.2 và Bảng 2.3:

Bảng 2.2: Biểu hiện TDPP trong học Toán của HS trung bình

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết.	1,8	1
2	Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.	3,3	6
3	Biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề.	3,2	5
4	HS mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác.	4,9	13
5	HS đã biết đặt câu hỏi tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết các công việc trước mắt.	1,9	2
6	HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	4,5	11
7	Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến.	1,8	1
8	Biết suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.	4,1	9

9	Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác, có tham gia tranh luận.	2,7	3
10	Biết giải thích, bảo vệ quan điểm của mình và có thái độ hoài nghi tích cực.	4,3	10
11	Bước đầu biết đưa ra được những dự đoán.	3,1	4
12	Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán.	3,7	8
13	Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề.	3,5	7
14	Biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.	4,8	12

Bảng 2.3: Biểu hiện TDPP trong học Toán của HS dưới trung bình

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết.	1,9	1
2	Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.	3,3	6
3	Biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề.	3,2	5
4	HS mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác.	5,0	10
5	HS đã biết đặt câu hỏi tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết các công việc trước mắt.	2,7	3
6	HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	4,8	9
7	Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến.	2,5	2
8	Biết suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.	5,0	10
9	Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác, có tham gia tranh luận.	2,9	4
10	Biết giải thích, bảo vệ quan điểm của mình và có thái độ hoài nghi tích cực.	4,8	9
11	Bước đầu biết đưa ra được những dự đoán.	4,0	7
12	Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán.	4,0	7
13	Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề.	4,1	8
14	Biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.	5,0	10

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện).

Số liệu ở bảng 2.2 và 2.3 cho thấy có sự khác biệt đáng kể trong biểu hiện TDPP ở HS TB và HS dưới TB. Ở HS TB, 3 biểu hiện: (1), (7), (5) được GV đánh giá ở mức độ thường xuyên với ĐTB lần lượt là 1,8; 1,8; 1,9. Còn ở HS dưới TB chỉ có biểu hiện (1) được đánh giá ở mức độ thường xuyên với ĐTB 1,9; các biểu hiện (7), (5) chỉ ở mức độ thỉnh thoảng với ĐTB là 2,5; 2,7. Các biểu hiện (9), (3), (2) ở đối tượng HSTB và HS dưới TB được đánh giá ở mức khá gần nhau đều ở mức độ "thỉnh thoảng". Một điều đáng chú ý là biểu hiện: Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác, có tham gia tranh luận ở HS giỏi được GV đánh giá ngang bằng với HSTB và chỉ nhỉnh hơn đôi chút so với HS dưới trung bình với các ĐTB lần lượt là 2,7; 2,7; 2,9. Mặc dù đều thể hiện ở mức độ "Rất ít khi biểu hiện" nhưng có thể thấy các biểu hiện (11), (12), (13) ở HS TB được đánh giá ở mức cao hơn so với HS dưới TB với các ĐTB lần lượt là 3,1; 3,7; 3,5 còn ở HS dưới TB mức điểm tương ứng chỉ là 4,0; 4,0; 4,1. Các biểu hiện (10); (6); (4) ở HS dưới TB và HSTB đều được đánh giá rất thấp ở mức "không bao giờ thể hiện". Kết quả đánh giá này phù hợp với nhận định ở chương 1: TDPP ở HS dưới TB và HSTB bình chủ yếu mới chỉ biểu hiện ở mức độ cơ bản và nhìn chung còn rất mờ nhạt ở các mức độ cao.

Với mục đích tìm hiểu đánh giá của GV về biểu hiện của TDST của HS khá, giỏi trong học Toán, chúng tôi tiếp tục đưa ra câu hỏi: "Theo Thầy/Cô, HS khá, giỏi Toán thường biểu hiện TD sáng tạo (TDST) trong giờ học Toán như thế nào?". Kết quả được trình bày trong Bảng 2.4, Phụ lục 1. Kết quả ở bảng 2.4 cho thấy bốn biểu hiện: (1) Có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa và các phương pháp suy luận như quy nạp, suy diễn tương tự. Biết điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại, (2) Có khả năng vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã có những yếu tố thay đổi. Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc, (3) Bước đầu có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước, (5) Có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau, có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết.được đánh giá là thể hiện rõ nét nhất với ĐTB lần lượt là 1,7; 1,7; 2,1; 2,3 ở cận dưới của mức độ rất

thường xuyên và thường xuyên. Các biểu hiện: Có khả năng phân chia trường hợp tốt trong những vấn đề phức tạp có nhiều trường hợp chồng chéo; Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết vấn đề; Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề được đánh giá là chỉ thỉnh thoảng thể hiện trong một số giờ học. Các biểu hiện: Biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề; Luôn có thái độ hoài nghi tích cực, tìm ra thêm nhiều cách giải quyết, tìm ra cách giải quyết tối ưu và hợp lí nhất; HS mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác được GV đánh giá là rất ít khi thể hiện với ĐTB lần lượt là 3,6; 3,7; 3,8.

Với các câu hỏi: "Theo Thầy/Cô, HS trung bình môn Toán thường biểu hiện TDST trong giờ học Toán như thế nào?", "Theo Thầy/Cô, HS có sức học dưới trung bình môn Toán thường biểu hiện TDST trong giờ học Toán như thế nào?", chúng tôi thu được kết quả ở Bảng 2.5 và Bảng 2.6:

Bảng 2.5: Biểu hiện TDST trong học Toán của HS trung bình

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Bước đầu biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh.	3,3	2
2	Biết điều chỉnh hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại.	4,0	3
3	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học.	3,2	1
4	Có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.	4,8	6
5	Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.	5,0	8
6	Bước đầu có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác.	4,0	3
7	Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết.	4,7	5
8	Có khả năng tìm được thêm giải pháp khác cho một số vấn đề đơn giản.	4,1	4
9	Có khả năng sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu.	4,8	6
10	Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề.	5,0	8
11	Bước đầu có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.	4,1	4
12	Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra.	5,0	8

13	Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác tư duy để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề.	4,9	7
14	Biết tổng kết, tổng quát hóa, khái quát hóa vấn đề.	4,7	5
15	Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.	5,0	8

Bảng 2.6: Biểu hiện TDST trong học Toán của HS dưới trung bình

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Bước đầu biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh.	3,3	1
2	Biết điều chỉnh hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại.	4,0	2
3	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học.	3,3	1
4	Có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.	4,8	6
5	Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.	5,0	8
6	Bước đầu có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác.	4,1	3
7	Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết.	4,7	5
8	Có khả năng tìm được thêm giải pháp khác cho một số vấn đề đơn giản.	4,2	4
9	Có khả năng sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu.	4,9	7
10	Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề.	5,0	8
11	Bước đầu có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.	4,1	3
12	Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra.	5,0	8
13	Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác tư duy để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề.	5,0	8
14	Biết tổng kết, tổng quát hóa, khái quát hóa vấn đề.	4,7	5
15	Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.	5,0	8

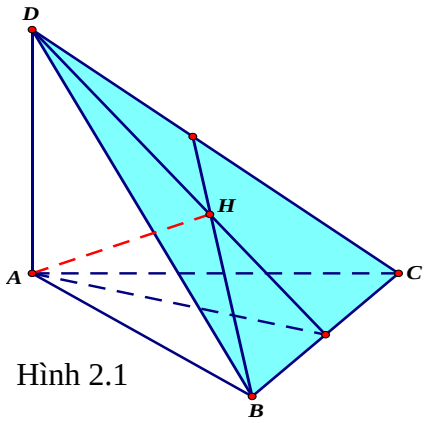
(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện)

Từ kết quả đánh giá ở 2 bảng trên có thể thấy: sự khác biệt trong biểu hiện TDST của HS dưới TB và HSTB là không đáng kể. TDST ở HS dưới TB và HSTB thể hiện chưa rõ nét. Chỉ có 2 biểu hiện là (1) và (3) được đánh giá ở mức "Thỉnh thoảng"; các biểu hiện (2), (6), (8), (11) được đánh giá ở mức "Rất ít khi"; các biểu hiện còn lại được đánh giá là "Không bao giờ biểu hiện".

Thông qua nghiên cứu đánh giá các câu trả lời của HS cho các câu hỏi và bài tập được đưa ra kết hợp với việc trò chuyện và xem vở HS nhằm tìm hiểu nhận thức cũng như biểu hiện TDPP, TDST của các em trong giờ học chúng tôi nhận thấy ở cả 3 nhóm đối tượng HS: HS dưới trung bình, HS trung bình và HS khá, giỏi đều có những biểu hiện của TDPP, TDST. Tuy nhiên biểu hiện TDPP, TDST ở các nhóm đối tượng HS có nhiều điểm khác biệt. Có một số khác biệt trong TDPP giữa nhóm đối tượng HS trung bình và nhóm đối tượng HS dưới trung bình nhưng hầu như không có sự khác biệt trong TDST giữa hai nhóm đối tượng này. Do khuôn khổ luận án, chúng tôi chỉ nêu ra câu trả lời của HS trong một số ví dụ mang tính điển hình mà chúng tôi đã thực hiện cùng với các kết luận thu được. Nội dung chi tiết được trình bày trong 2 bảng phần Phụ lục 2: Bảng 2.7 - Sự khác biệt về TDPP giữa các nhóm đối tượng HS trong học Toán và Bảng 2.8 - Sự khác biệt về TDST giữa các nhóm đối tượng HS trong học Toán.

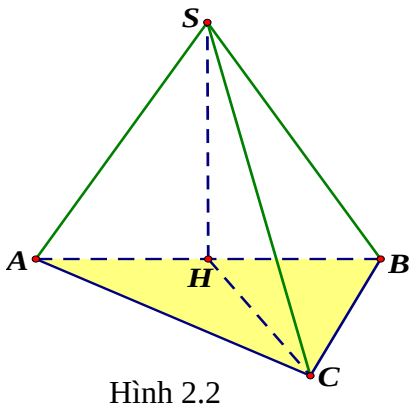
Bảng 2.7: Sự khác biệt về TDPP giữa các nhóm đối tượng HS trong học Toán

	Các HS dưới trung bình	**Các HS trung bình**	**Các HS khá, giỏi**
Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề	- Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn, HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết, chẳng hạn như khi giải một bài toán đã biết phân loại những thông tin nào thuộc về giả thiết, những thông tin nào thuộc về kết luận. Tuy nhiên khi gặp những vấn đề	- Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết. Trong các vấn đề không tiêu chuẩn, HS bước đầu đã biết gạt bỏ những dấu hiệu bề ngoài để tìm hiểu bản chất vấn đề. Tuy nhiên việc tổ chức, sắp xếp lại thông tin còn rời rạc, thiếu tính gắn kết, khả	- Có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết. Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài. HS đã biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề . Tuy nhiên HS chưa chú ý tới việc mô tả vấn đề theo những

	không tiêu chuẩn, HS dễ bị ngộ nhận, nhầm lẫn bởi các dấu hiệu bên ngoài do đó chưa nhìn thấy rõ bản chất của vấn đề.	năng nhìn nhận vấn đề còn thiếu tính toàn diện.	cách thức mới lạ, chưa quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác.
	Ví dụ điển hình 1: : Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Hãy viết một cách rõ ràng, chi tiết những dữ kiện đã cho và điều cần phải chứng minh của bài toán sau: "Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. Chứng minh rằng hình chiếu của A trên mp(BCD) là trực tâm tam giác BCD". Sau đây là các câu trả lời của HS: a.Ở nhóm đối tượng HS dưới TB: 15/72 HS chiếm 20,8 % số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. Kết luận: Hình chiếu của A trên mp (BCD) là trực tâm tam giác BCD". 57/72 HS chiếm 79,2% số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. H là hình chiếu của A trên mp (BCD). Kết luận: H là trực tâm tam giác BCD".  Hình 2.1 b. Ở nhóm đối tượng HS TB: 18/180 HS chiếm 10% số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. H là hình chiếu của A trên mp (BCD). Kết luận: H là trực tâm tam giác BCD". 162/180 HS chiếm 90% số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A, SH $\perp$ (BCD). Kết luận: H là trực tâm tam giác BCD" c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi: 108/108 HS chiếm 100% HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: AB, AC, AD đôi một vuông góc. SH $\perp$ (BCD), H$\in$ (BCD). Kết luận: BH $\perp$ CD, CH$\perp$ BD" (Hình 2.1).		
	-Khi gặp các vấn đề phức tạp, HS thường lúng túng không biết bắt đầu từ đâu do đó chưa biết đặt câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	-HS đã biết đặt câu hỏi tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết các công việc trước mắt, nhưng chưa biết xây dựng hệ thống câu hỏi có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	- HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">

Ví dụ điển hình 2: Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $BSC = 60^0$, $CSA = 90^0$. Em hãy nêu các bước cần thực hiện để tìm được góc giữa SC và mp(ABC)?



Hình 2.2

Sau đây là các câu trả lời của HS:

a.Ở nhóm đối tượng HS dưới TB: 72/72 HS chiếm 100% số HS nhóm này không có câu trả lời.

b. Ở nhóm đối tượng HS TB: 128/180 HS chiếm 71,1% HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: “Bước 1: Tìm hình chiếu của SC trên (ABC).

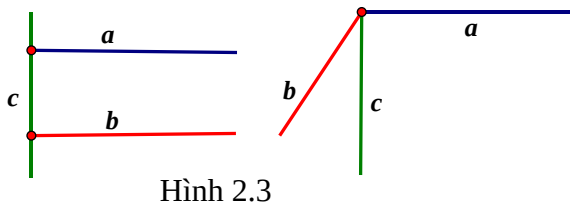
Bước 2: Tìm góc giữa SC với hình chiếu của nó trên (ABC)”. 52/180 HS chiếm 29,9% HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: “Bước 1: Tìm hình chiếu S’C của SC trên (ABC). Bước 2: Tìm góc (S’C,SC)”.

c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi: 27/108 HS chiếm 25% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời như sau: “Bước 1: Tìm hình chiếu H của S trên (ABC). Bước 2: Tìm góc (SC, SH) ”. 81/108 HS chiếm 75% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời như sau: “Bước 1: Xem xét đặc điểm của đáy ABC. Bước 2: Tìm hình chiếu H của S trên (ABC). Bước 3: Tìm góc (SC, SH)”.

</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Khả năng liên kết, đánh giá , xử lí thông tin nhằm giải quyết vấn đề</td><td>- Đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; nhưng cân nhắc, suy xét vấn đề còn chưa thấu đáo.</td><td>- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến tuy nhiên còn chưa nhìn thấy những trường hợp suy biến, đặc biệt.</td><td>- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt. Tuy nhiên khả năng phân chia trường hợp vẫn còn hạn chế trong một số vấn đề phức tạp có nhiều trường hợp chồng chéo.</td></tr>
<tr><td colspan="3">

Ví dụ điển hình 3: Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Cho 2 đường thẳng a, b cùng vuông góc với đường thẳng c. Hãy xét vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng a, b và vẽ hình minh họa. Sau đây là các câu trả lời của HS:

a.Ở nhóm đối tượng HS dưới TB: 72/72 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b là song song hoặc cắt nhau với hình vẽ minh họa như sau (Hình 2.3):

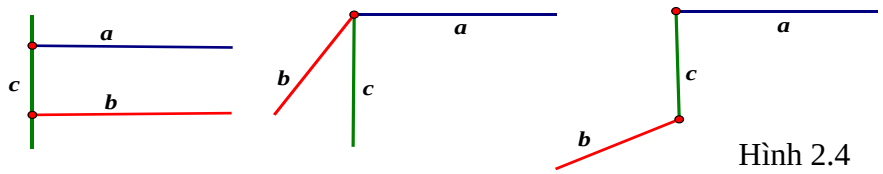


Hình 2.3

b.Ở nhóm đối tượng HS TB: 180/180 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau với

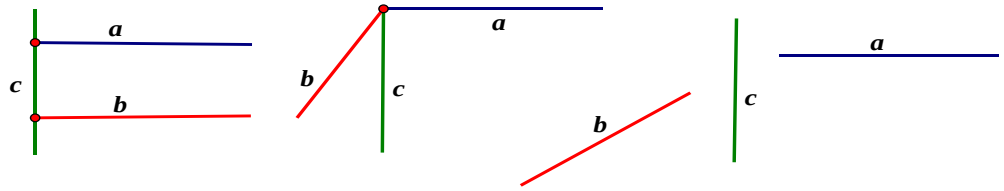
</td></tr>
</table>

hình vẽ minh họa như sau (Hình 2.4):



Hình 2.4

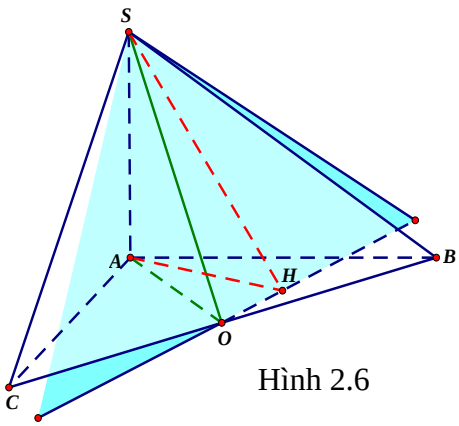
c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi: 26/108 HS chiếm 24% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau. 82/108 HS chiếm 76% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b có thể chéo nhau, cắt nhau, song song, hoặc trùng nhau với hình vẽ minh họa như sau (Hình 2.5):



Hình 2.5

-Đưa ra được dự đoán trong một số vấn đề nhưng chưa có cơ sở lập luận xác đáng cho những dự đoán.	-Đưa ra được những dự đoán nhưng chưa có cơ sở lập luận xác đáng cho những dự đoán.	- Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán tuy nhiên khả năng kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán còn hạn chế khi gặp phải các vấn đề phức tạp.

Ví dụ điển hình 4: Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Cho hình chóp S.ABC đáy là tam giác vuông cân có cạnh huyền BC = 2a, SA = a, SA ⊥ (ABC). Gọi O là trung điểm BC và (P) là mặt phẳng qua SO. Tìm vị trí của (P) để ((P),(ABC)) là nhỏ nhất. Sau đây là các câu trả lời (Hình 2.6):



Hình 2.6

a.Nhóm đối tượng HS dưới trung bình: 66/72 HS chiếm 91,7% số HS thuộc nhóm này không có câu trả lời. 6/72 HS chiếm 8,3% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán (P) trùng với (SBC) nhưng không đưa ra được lập luận giải thích cho dự đoán.

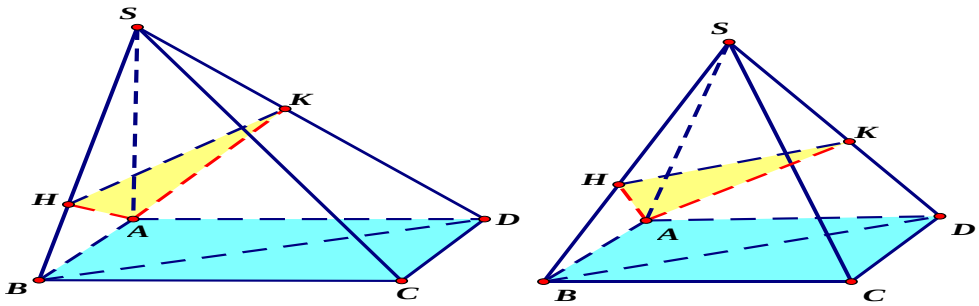
b.Nhóm đối tượng HS TB: 60/180 HS chiếm 33,3% số HS thuộc nhóm này không có câu trả lời. 120/180 HS chiếm 66,7% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán (P) trùng với (SBC) nhưng không đưa ra được lập luận giải thích cho dự đoán.

c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi: 22/108 HS chiếm 20,4% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán góc ((P), (ABC)) nhỏ nhất bằng $SOA = 45^0$ xảy ra khi (P)

trùng với (SBC) nhưng không đưa ra được lập luận giải thích cho dự đoán.
86/108 HS chiếm 79,6% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán góc ((P), (ABC)) nhỏ nhất bằng $SOA = 45^0$. HS vẽ (P) qua SO và lập luận như sau:
Xét (P) tùy ý qua SO. Gọi H là hình chiếu của A trên giao tuyến của (P) và (ABC), ta thấy $((P),(ABC)) = SHA$, $\tan SHA = \frac{SA}{AH} \geq \frac{SA}{AO} = \tan SOA$. Suy ra $((P),(ABC)) = SHA \geq SOA = 45^0$, dấu bằng xảy ra khi SH và SO trùng nhau hay (P) trùng với mp(SBC).

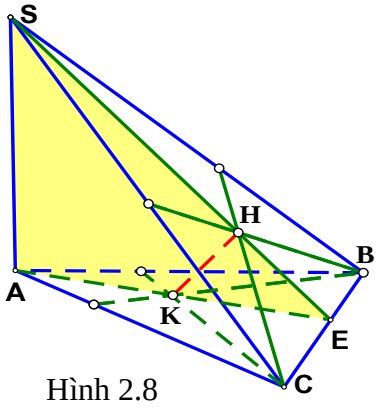
-HS chưa có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách giải quyết vấn đề. HS thực hiện hoạt động này dưới sự hướng dẫn của GV.	- Khả năng của HS trong việc tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách giải quyết vấn đề còn hạn chế. HS thực hiện hoạt động này dưới sự gợi ý của GV.	- Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề. Tuy nhiên HS chưa làm tốt việc sửa chữa những sai lầm, bổ sung những thiếu sót đặc biệt trong khâu lập luận.

Ví dụ điển hình 5: Chúng tôi đưa ra câu hỏi:"Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SD.
a/ Biết ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), chứng minh rằng $AH \perp (SBC), AK \perp (SDC)$, SC $\perp$ HK.
b/ Biết ABCD là hình thoi và SB = SD, chứng minh rằng SC $\perp$ HK.



Hình 2.7

Sau đây là các câu trả lời của HS (Hình 2.7):
a. Ở nhóm đối tượng HS dưới TB :
- Với câu hỏi a/ ban đầu HS gặp khó khăn. Khi GV nêu câu hỏi: "Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng minh điều gì?" có 51/72 HS chiếm 70,8% số HS thuộc nhóm này đã trả lời được: "Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng AH vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau nằm trong (SBC) đó là SB và BC" và sau khi thảo luận có 32/72 HS chiếm 44,4% số HS thuộc nhóm này đã đưa ra cách giải đúng.
- Với câu hỏi b/: có 32/72 HS chiếm 44,4% số HS thuộc nhóm này nhận ra rằng không thể sử dụng phép giải tương tự câu hỏi a/ để giải quyết câu hỏi b/, tuy nhiên các HS này không nghĩ ra cách giải cho câu hỏi b/.

<table>
<tr><td></td><td colspan="3">b. Ở nhóm đối tượng HS trung bình:
- Với câu hỏi a/ ban đầu HS gặp khó khăn. Khi GV nêu câu hỏi: “Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng minh điều gì?” có 180/180 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này đã trả lời được: “Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng AH vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau nằm trong (SBC) đó là SB và BC” và sau khi thảo luận có 159/180 HS chiếm 88,3% số HS thuộc nhóm này đã đưa ra cách giải đúng nhưng vẫn có 21/180 HS chiếm 11,7% số HS thuộc nhóm này còn nhầm lẫn trong lời giải.
- Với câu hỏi b/: có 169/180 HS chiếm 93,8% số HS thuộc nhóm này nhận ra rằng không thể sử dụng phép giải tương tự câu hỏi a/ để giải quyết câu hỏi b/, tuy nhiên các HS này không nghĩ ra cách giải cho câu hỏi b/.
c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi: 108/108 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này giải đúng câu a/ đồng thời nhận ra rằng không thể sử dụng phép giải tương tự câu hỏi a/ để giải quyết câu hỏi b/. Tuy nhiên chỉ có 52/108 HS chiếm 48,2% số HS thuộc nhóm này biết điều chỉnh hình vẽ để HK//BD và đưa ra cách giải đúng.</td></tr>
<tr><td>Khả năng phản ánh</td><td>HS chưa có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa, vấn đề.</td><td>HS chưa có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.</td><td>HS đã biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề tuy nhiên thường mới ở mức khái quát hóa ngoại diên, khả năng khái quát hóa nội hàm còn hạn chế.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Ví dụ điển hình 6: Sau khi giải bài toán “Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. Chứng minh rằng trực tâm tam giác BCD là hình chiếu của A trên mp(BCD)”.
Chúng tôi đưa ra câu hỏi:
-Hãy khái quát hóa kết quả trên trong trường hợp tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc.
-Hãy khái quát hóa kết quả trên trong trường hợp tứ diện ABCD có DA$\perp$ (ABC). (Hình 2.8)
Sau đây là các câu trả lời của HS:
a.Ở nhóm đối tượng HS dưới trung bình và HS trung bình : không có câu trả lời.
b. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi:
20/108 HS chiếm 18,5% số HS thuộc nhóm này không có câu trả lời. 79/108 HS chiếm 73,1% số HS thuộc nhóm có câu trả lời như sau: “Trong tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc, trực tâm mặt đáy đồng thời là hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy”, không có câu trả lời trong trường hợp tứ diện ABCD có DA$\perp$ (ABC). Chỉ có 9/108 HS chiếm 8,4 % số HS thuộc nhóm này có câu trả lời như sau: “Trong tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc, trực tâm mặt đáy đồng thời là hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy”, “Trong tứ diện ABCD có DA$\perp$ (ABC), gọi K, H là trực tâm các tam giác ABC, DAC thì H là hình chiếu của K trên (DBC)”.
 

Hình 2.8</td></tr>
</table>

Bảng 2.8: Sự khác biệt về TDST giữa các nhóm đối tượng HS trong học Toán

	HS TB và HS dưới TB	HS khá và giỏi
Tính linh hoạt	Biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, biết chuyển hướng khi gặp trở ngại; tuy nhiên việc chuyển đổi này còn chậm chạp.	Có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa và các phương pháp suy luận như quy nạp, suy diễn, tương tự. Biết điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại … Có khả năng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác. Tuy nhiên khả năng điều chỉnh, chuyển hướng còn chưa linh hoạt, nhạy bén.
	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học. Tuy nhiên chưa thoát khỏi ảnh hưởng của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước để giải quyết những vấn đề mới mẻ.	Có khả năng vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã có những yếu tố thay đổi. Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc. Bước đầu có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.
		Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết. Tuy nhiên khả năng này chưa mang tính thường trực, thường chỉ được thể hiện khi có sự gợi ý, hướng dẫn của GV.
	Ví dụ điển hình 1: Yêu cầu nhóm HS dưới trung bình, TB giải bài toán: Cho hình hộp ABCD. A’B’C’D’ có đáy là hình vuông cạnh a, AA’=2a. Biết hình chiếu của A’ trên (ABCD) là tâm của hình vuông ABCD. a)Tìm khoảng cách từ A’ đến (ABCD) b)Tìm khoảng cách từ C’ đến (ABCD) c) Gọi M là trọng tâm tam giác C’D’C, tìm khoảng cách từ M đến (ABCD). Sau đây là các câu trả lời của HS dưới trung bình và TB: - Với câu hỏi a/ có 12/252 HS chiếm 4,7% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 20/252 HS chiếm tỉ lệ 7,9%	**Ví dụ điển hình 1**: Yêu cầu HS khá, giỏi giải bài toán: Cho hình hộp ABCD.A’B’C’D’. Biết A’ABD là tứ diện đều cạnh a. a/Tìm khoảng cách từ C’ đến (ABCD) b/Gọi M là trọng tâm tam giác C’D’C, tìm khoảng cách từ M đến (ABCD). (Hình 2.9) Sau đây là các câu trả lời của HS khá, giỏi: - Với câu hỏi a/ có 17/108 HS chiếm 15,7% số HS trong nhóm có câu trả lời: $d_{(C',(ABCD))} = d_{(A',(ABD))} = A'H$ nhưng không đưa ra được đáp số đúng ; Có 91/252 HS chiếm tỉ lệ 84,3% số HS thuộc nhóm này trả lời đúng:

số HS thuộc nhóm này trả lời:

$d_{(A',(ABCD))} = d_{(A',(ABD))} = A'O$ nhưng không đưa ra được đáp số; 220/252 HS chiếm 87,4% số HS trong nhóm có cách giải đúng: $d_{(A',(ABCD))} = A'O =$

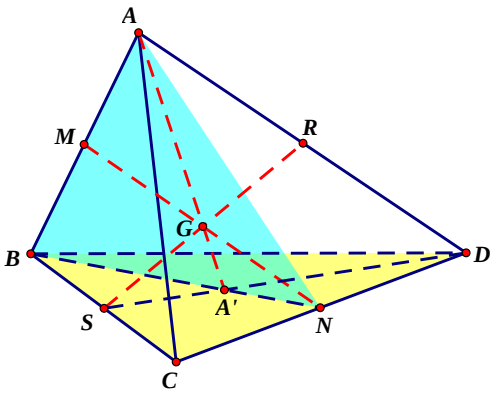
$$= \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

- Với câu hỏi b/: có 53/252 HS chiếm 21% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 199/252 HS chiếm 79% số HS trong nhóm trả lời đúng:

$$d_{(C',(ABCD))} = d_{(A',(ABCD))} = A'O = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

- Với câu hỏi c/: có 252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời.

Ví dụ điển hình 2: Sau khi cho HS giải bài toán: Cho tứ diện ABCD. M, N, G là trung điểm AB, CD, MN. Gọi A' là trọng tâm tam giác BCD. Chứng minh rằng A, G, A' thẳng hàng và A'G/A'A =1/4 (Hình 2.10).



Hình 2.10

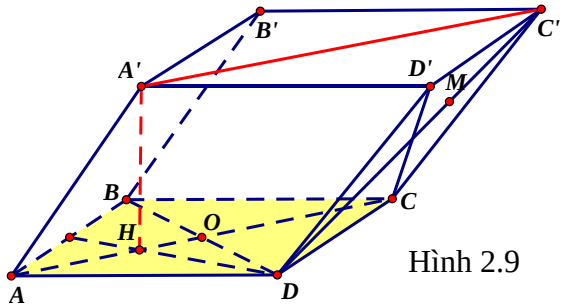
GV yêu cầu HS nêu các tính chất của các đường trung bình và các đường trọng tuyến trong tứ diện.

Sau đây là các câu trả lời của HS dưới trung bình và TB: Có252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời.

$$d_{(C',(ABCD))} = A'H = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

- Với câu hỏi b/ có 29/108 HS chiếm 26,8% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 79/108 HS chiếm tỉ lệ 73,2% số HS thuộc nhóm này trả lời đúng:

$$d_{(M,(ABCD))} = \frac{2}{3} d_{(C',(ABCD))} = \frac{2}{3} A'H = \frac{2a\sqrt{6}}{9}$$



Hình 2.9

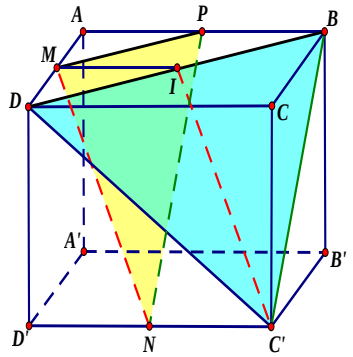
Ví dụ điển hình 2: Sau khi cho HS giải bài toán: Cho tứ diện ABCD. M, N , G là trung điểm AB, CD, MN. Gọi A' là trọng tâm tam giác BCD. Chứng minh rằng A, G, A' thẳng hàng và A'G/A'A =1/4 (Hình 2.10).

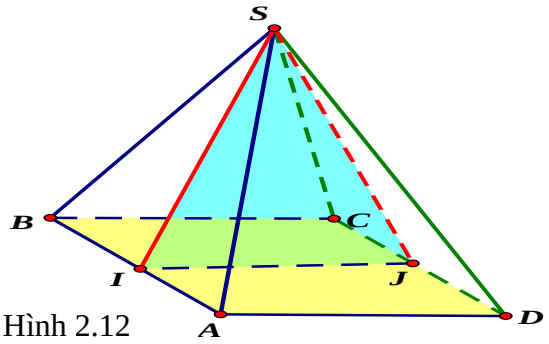
GV yêu cầu HS nêu các tính chất của các đường trung bình và các đường trọng tuyến trong tứ diện.

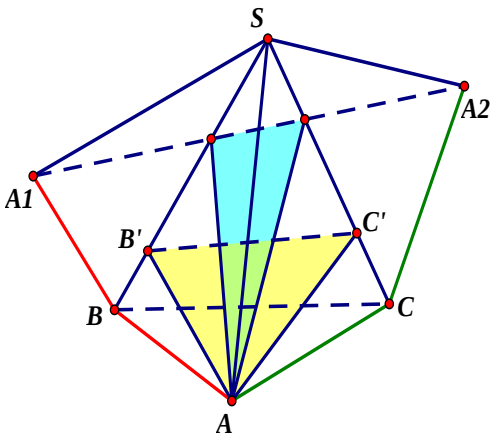
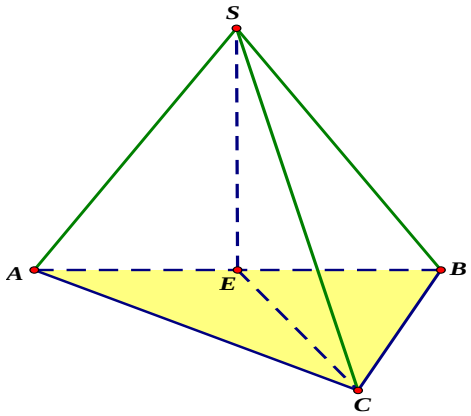
Sau đây là các câu trả lời của HS khá, giỏi: Có 53/108 HS chiếm 49,1% số HS trong nhóm có câu trả lời chưa đúng hoặc chưa đầy đủ; Có 55/108 HS chiếm tỉ lệ 50,9% số HS thuộc nhóm này trả lời đúng: Trong hình tứ diện ABCD: Ba đường trung bình MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm G của mỗi đường. Bốn đường trọng tuyến AA', BB', CC', DD' đồng quy tại G và:

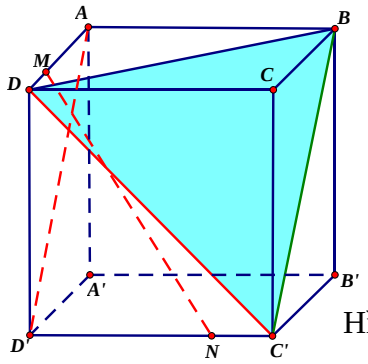
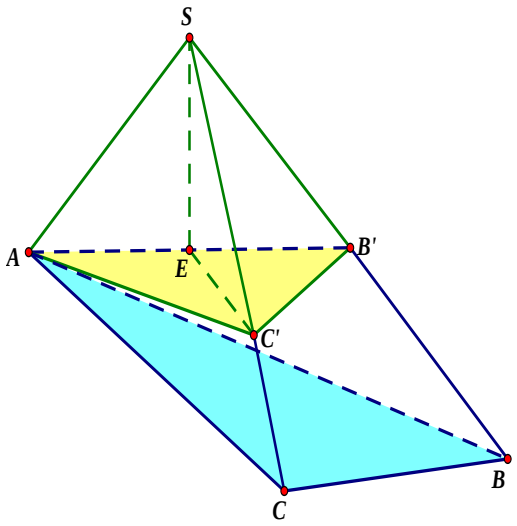
$$\frac{A'G}{A'A} = \frac{B'G}{B'B} = \frac{C'G}{C'C} = \frac{D'G}{D'D} = \frac{1}{4}.$$

Các câu trả lời của HS thể hiện khả năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế.

	Biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV.	Có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau. Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết. Tuy nhiên sự nhìn nhận vẫn còn thiếu tính toàn diện, thiếu tính "động".
Tính nhuần nhuyễn	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một số vấn đề đơn giản khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV. **Ví dụ điển hình 3**: GV yêu cầu HS giải bài toán bằng nhiều cách: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, C'D', AB, CD. a)Tìm khoảng cách giữa PQ và B'D'. b) Chứng minh rằng MN//(BC'D). Hãy tìm nhiều cách giải cho bài toán. Sau đây là các câu trả lời của HS dưới trung bình và TB (Hình 2.11): - Với câu hỏi a/ có 77/252 HS chiếm 30,6% số HS trong nhóm chỉ đưa ra được 1 cách giải; Có 175/252 HS chiếm tỉ lệ 69,6% số HS thuộc nhóm này đưa ra được 2 cách giải - Với câu hỏi b/: có 93/252 HS chiếm 36,9% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 159/252 HS chiếm 63,1% số HS trong nhóm đưa ra được 1 cách giải đúng  Hình 2.11	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề. Tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế khi gặp các vấn đề phức tạp. HS mới dừng ở việc tìm nhiều giải pháp mà chưa quan tâm tới việc sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu. **Ví dụ điển hình 3**: GV đưa ra bài toán sau: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, C'D'. Chứng minh rằng MN//(BC'D). (Hình 2.11) Hãy tìm nhiều cách giải cho bài toán. Sau đây là các câu trả lời của HS khá, giỏi: Có 18/108 HS chiếm 16,7% số HS trong nhóm chỉ đưa ra được một cách giải đúng ; Có 59/108 HS chiếm tỉ lệ 54,6% số HS thuộc nhóm đưa ra 2 cách giải đúng; Chỉ có 31 HS chiếm tỉ lệ 28,7% số HS thuộc nhóm đưa ra 3 cách giải đúng: Cách 1: Gọi I là trung điểm BD, chứng minh MN//IC' từ đó suy ra MN//(C'BD); Cách 2: Gọi P là trung điểm AB, chứng minh (MNP)// (C'BD) từ đó suy ra MN//(C'BD); Cách 3: Có $\frac{DM}{DA} = \frac{C'N}{C'D'}$, mặt khác (C'BD) đi qua C'D và song song AD'. Theo định lý Thales đảo trong không gian suy ra MN//(C'BD).
Tính độc đáo	Bước đầu biết tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau khi có gợi ý, hướng dẫn từ GV. **Ví dụ điển hình 5**: Cho hình chóp	Có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau. Tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế khi gặp các vấn đề có nhiều liên hệ phức tạp, chồng chéo. **Ví dụ điển hình 5**: Cho hình chóp S.ABCD

	S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông cân đỉnh S, tam giác SCD là tam giác đều. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. a) Chứng minh SI ⊥CD. b) Chứng minh rằng SI ⊥(SCD). - Với câu hỏi a/ có 75/252 chiếm 29,8% chưa có câu trả lời đúng; có 177/252 HS chiếm 70,2% số HS trong nhóm đưa ra cách giải đúng. - Với câu hỏi b/ 252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời. Tuy nhiên sau khi GV cho thêm câu hỏi gợi ý: Hãy tính SI, SJ theo a và chứng minh rằng SI ⊥(SCD) thì đã có 103/252 HS chiếm 40,8% số HS trong nhóm đã cho cách giải đúng. (Hình 2.12)	có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông cân đỉnh S, tam giác SCD là tam giác đều. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Chứng minh rằng SI ⊥(SCD). Có 20/108 HS chiếm 18,5% số HS trong nhóm chỉ chứng minh được CD⊥SI; Có 88/108 HS chiếm tỉ lệ 81,5% số HS thuộc nhóm đưa ra cách giải đúng gồm 2 bước: Chứng minh CD⊥(SIJ) suy ra CD⊥SI và sử dụng định lí Pitagore suy ra tam giác SIJ vuông tại S. (Hình 2.12)  Hình 2.12
	Ví dụ điển hình 6: Hướng dẫn HS giải bài toán (Hình 2.13): Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $ASB = 30°$; $AB = a$. Lấy B', C' lần lượt thuộc cạnh SB, SC. Xác định vị trí của B', C' sao cho chu vi $\Delta AB'C'$ là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó. 252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời.	Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra. Tuy nhiên khả năng vẫn còn ở dạng tiềm ẩn và thường chỉ được bộc lộ ở HS khá, giỏi khi có gợi ý, hướng dẫn từ GV. **Ví dụ điển hình 6:** Hướng dẫn HS giải bài toán (Hình 2.13): Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $ASB = 30°$; $AB = a$. Lấy B', C' lần lượt thuộc cạnh SB, SC. Xác định vị trí của B', C' sao cho chu vi $\Delta AB'C'$ là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó. Ban đầu chỉ có 9 HS chiếm tỉ lệ 8,3% số HS thuộc nhóm đưa ra hướng giải đúng. Sau khi GV gợi ý: “Do các đoạn thẳng AB’, B’C’, AC’ nằm trên một mặt phẳng thay đổi khiến việc tìm vị trí của B’, C’ sao cho chu vi $\Delta AB'C'$ là nhỏ nhất gặp khó khăn. Để việc tìm B’, C’ dễ dàng hơn, ta sẽ đưa chu

	 Hình 2.13	vi của $\Delta AB'C'$ thành tổng của các đoạn thẳng nằm trên một mp cố định" đã có 55/108 chiếm tỉ lệ 50,9% số HS thuộc nhóm đưa ra lời giải đúng: Trong mp(SBC) dựng A_1, A_2 nằm bên ngoài ΔSBC sao cho $\Delta ABS = \Delta A_1BS$; $\Delta ACS = \Delta A_2CS$. Khi đó: $P_{AB'C'} = A_1B' + B'C' + C'A_2 \geq A_1A_2$. Giá trị nhỏ nhất của chu vi $\Delta AB'C'$ là $\frac{2a}{\sqrt{3}-1}$ khi B', C' là giao điểm của SB, SC với A_1A_2. Có 53/108 chiếm 49,1% mới chỉ dựng được các điểm A_1, A_2 sao cho và chỉ ra dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ $B', C' \in A_1A_2$ nhưng chưa tìm ra được kết quả cuối cùng.
Tính hoàn thiện	 Hình 2.14 **Ví dụ điển hình 7**: (Hình 2.14) Cho hình chóp S.ABC có $ASB = 90^0$, $CSB = 60^0$, $CSA = 60^0$. Biết SA = SB = SC = a. Tìm góc giữa SC và (ABC) Có 59/252 HS chiếm 23,4% số HS trong nhóm chứng minh được tam giác ABC vuông cân đỉnh C nhưng không có hướng giải tiếp; Có 193/252 HS chiếm 76,6% số HS trong nhóm không có câu trả lời **Ví dụ điển hình 8**: GV đưa ra bài toán sau: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi	Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác tư duy để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề. Tuy nhiên khả năng tổng kết, tổng quát hóa, khái quát hóa vấn đề còn hạn chế. **Ví dụ điển hình 7**: Cho hình chóp S.ABC có $ASB = 90^0$, $CSB = 60^0$, $CSA = 60^0$. Biết SA = SB = SC = a. Tìm góc giữa SC và (ABC). (Hình 2.14) Có 47/108 HS chiếm 43,5% số HS trong nhóm chứng minh được tam giác ABC vuông cân đỉnh C nhưng chưa tính đúng góc giữa SC và (ABC); Có 61/108 HS chiếm tỉ lệ 56,5% số HS thuộc nhóm đưa ra cách giải đúng gồm 4 bước: chứng minh được tam giác ABC vuông cân đỉnh C; chỉ ra được hình chiếu của S trên (ABC) là trung điểm của AB; xác định được góc giữa SC và (ABC) và tính đúng góc giữa SC và (ABC). **Ví dụ điển hình 8**: GV đưa ra bài toán sau:

	M, N lần lượt là trung điểm của AD, C'D'. Chứng minh rằng MN//(BC'D). Hãy tổng quát hóa bài toán. Tất cả 252/252 HS chiếm tỉ lệ 100% HS trong nhóm không có câu trả lời.  Hình 2.15	Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, C'D'. Chứng minh rằng MN//(BC'D). Hãy tổng quát hóa bài toán. - Có 89/108 HS chiếm tỉ lệ 82,4% số HS thuộc nhóm này trả lời: Kết luận bài toán vẫn đúng trong trường hợp hình hộp ABCD.A'B'C'D' là hình hộp xiên; chỉ có 19/108 HS chiếm tỉ lệ 7,6% số HS thuộc nhóm này tổng quát hóa bài toán như sau : Cho hình hộp xiên ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên AD, C'D' sao cho: $\frac{DM}{DA} = \frac{C'N}{C'D'}$. Chứng minh rằng MN//(BC'D) (Hình 2.15).
Tính nhạy cảm vấn đề	 Hình 2.16	Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới. Tuy nhiên khả năng này còn ở dưới dạng tiềm ẩn , thường chỉ bộc lộ ở HS khá, giỏi khi có gợi ý , hướng dẫn của GV. **Ví dụ điển hình 9**: Cho hình chóp S.ABC có $CSA = CSB = 60^0$, $ASB = 90^0$. Biết SA = a, SB = 2a, SC = 3a/2. Tìm khoảng cách từ C đến mp(SAB). Ban đầu chỉ có 8/108 HS chiếm tỉ lệ 7,4% số HS thuộc nhóm đưa ra hướng giải đúng. Sau khi GV gợi ý: "Hãy so sánh bài toán này với bài toán sau đây: Cho hình chóp S.ABC có $CSA = CSB = 60^0$, $ASB = 90^0$. Biết SA = SB = SC = a. Tìm khoảng cách từ C đến mp(SAB) " đã có 79/108 chiếm tỉ lệ 73,1% số HS thuộc nhóm đưa ra lời giải đúng (Hình 2.16).

Thông qua dự giờ lắng nghe các câu trả lời của HS, quan sát phản ứng và thái độ của HS và thông qua trò chuyện với các em chúng tôi nhận thấy ở một HS lại có những biểu hiện khác nhau ở trong và ngoài giờ học. Có những HS ở trong giờ học dường như không có những biểu hiện của TDPP, TDST như chưa biết mô tả vấn đề theo cách thức phù hợp, chưa biết liên hệ các kiến thức và kinh nghiệm sẵn có để giải quyết vấn đề, không có được những câu trả lời sáng tạo, độc đáo, không giải quyết

vấn đề học tập một cách sáng tạo, không tìm được nhiều cách giải cho bài toán,... Tuy nhiên, ở ngoài giờ học, những em HS đó lại có những biểu hiện của TDPP, TDST khá rõ rệt. Chẳng hạn một tình huống cụ thể, khi chúng tôi yêu cầu HS đặt cây thước sao cho vuông góc với mặt sàn, một HS dưới trung bình đã đặt thước sát tường và dùng êke đặt thước vuông góc với đường chỉ giao giữa tường và sàn nhà. Khi chúng tôi yêu cầu HS đặt thước song song với sàn nhà một HS khác đã dùng êke vuông đặt thước vuông góc với đường chỉ góc nhà … Ngoài ra còn rất nhiều những hành động khác của HS ở ngoài giờ học mà chúng tôi quan sát được thể hiện những yếu tố của TDPP, TDST rất rõ nét. Tuy nhiên ở trong lớp học thì những HS này lại rất ít biểu hiện. Chúng tôi cho rằng một trong những nguyên nhân dẫn đến tình trạng này là do môi trường lớp học quá khuôn phép, cứng nhắc, thiếu trực quan, thiếu tính sinh động không kích thích được TDPP, TDST của HS. Mặt khác, do đặc điểm tâm lý của những HS nhút nhát,thiếu tự tin, chúng chỉ bộc lộ tính sáng tạo của mình khi không bị ai giám sát, khi không cảm thấy ngại hay xấu hổ và đặc biệt là khi được động viên khuyến khích từ phía thầy cô, bạn bè.

2.2.2. Thực trạng dạy học Hình học không gian với mục tiêu phát triển tư duy phê phán, tư duy sáng tạo cho các nhóm HS với năng lực nhận thức khác nhau và tiềm năng xây dựng lớp học tư duy trong dạy học Toán:

● Qua kết quả khảo sát bằng phiếu hỏi cho thấy: nhận thức của đại đa số GV về dạy TD và xây dựng lớp học TD còn mơ hồ, chung chung. Với câu hỏi: Theo Thầy/Cô để xây dựng lớp học TD - trong dạy học Toán cần thực hiện các biện pháp nào? Chúng tôi nhận được kết quả như sau: 75% GV không đưa ra câu trả lời. Chỉ có 25% GV có câu trả lời chung chung như: Quan tâm kích thích khả năng TD của HS; Khuyến khích HS tích cực hoạt động; Cho HS các bài toán phát triển TD. Khi được hỏi về những chiến lược/biện pháp "dạy TD " mà thầy/cô đã từng thực hiện, hầu hết GV cũng không đưa ra được câu trả lời. Một số (khoảng 18%) đưa ra câu trả lời nhưng cũng rất mơ hồ: "sử dung các PPDH tích cực; kích thích tính tích cực tự giác của HS,...". Một số GV khác thì trả lời rằng đó là PPDH giải quyết vấn đề, thảo luận nhóm, động não, bản đồ. Tuy nhiên đến khi phỏng vấn GV về các phương pháp trên thì hầu hết họ không trả lời thỏa đáng. Như vậy, có thể thấy ngay cả đến một số phương pháp DH, GV cũng chỉ nắm được tên phương pháp mà không nắm được nội dung và cách thức thực hiện phương pháp.

Tiếp đó chúng tôi đưa ra câu hỏi: "Thầy/Cô thường gặp khó khăn gì khi phát triển TDPP, TDST cho HS thông qua DH Toán?". Với câu hỏi này, hầu hết GV đều thừa nhận là không biết cách hướng dẫn HS như thế nào (94%). Một số GV khác thì cho rằng nguồn bài tập tuy nhiều nhưng bài tập có ưu thế để phát triển TD trong đó có TDST thì chưa nhiều (khoảng 48%). Tuy nhiên, kể cả trong trả lời phiếu hỏi và cả khi trò chuyện, đa số GV (khoảng 96%) cho rằng, thời gian hạn chế là một trong những khó khăn. Họ cho rằng thực tế khó có thể tổ chức được một giờ học vừa đảm bảo đầy đủ các nội dung kiến thức như trong giáo án vừa có thể phát triển TD về mặt thời gian vì thực tế có rất nhiều tình huống ngoài dự kiến xảy ra trong lớp học làm mất nhiều thời gian để giải quyết. Ngoài ra, một số ít GV nêu ra một số khó khăn khác như GV được đào tạo không đồng đều về trình độ, khả năng sư phạm hạn chế (đặc biệt đối với những GV cao tuổi), không được bồi dưỡng chuyên môn thường xuyên, đặc biệt là về các PPDH phát triển TD cho HS.

Tiếp theo, chúng tôi tìm hiểu về những vấn đề cụ thể hơn trong việc xây dựng lớp học TD trong dạy học Toán. Chúng tôi đưa ra câu hỏi: "Trong quá trình dạy học, thầy/cô thực hiện những biện pháp sau đây như thế nào?" và đưa ra bảng gồm 21 biện pháp để GV lựa chọn. Kết quả thu được trình bày ở Bảng 2.9, Phụ lục 1. Kết quả ở bảng 2.9 cho thấy theo nhận định chủ quan của GV các biện pháp: (18), (7), (15), (17), (14), (9), (11) được cho là thường xuyên được sử dụng với ĐTB lần lượt là 2,1; 2,2; 2,3; 2,3; 2,4; 2,5; 2,5. Đáng chú ý là trong 7 biện pháp được nêu có tới 4 biện pháp không có tác dụng phát triển TD cho HS đó là: Gọi những HS khá, giỏi hoặc những HS xung phong trả lời các câu hỏi; Cử những HS giỏi đại diện cho nhóm trả lời câu hỏi thảo luận; Đưa ra câu trả lời hay phương án giải quyết khi thấy HS gặp khó khăn để tiết kiệm thời gian; Khen thưởng ngay lập tức khi HS thứ nhất có câu trả lời đúng và chuyển sang câu hỏi hoặc vấn đề khác. Điều này cho thấy GV còn xem nặng việc truyền tải khối lượng kiến thức, chưa dành thời gian thỏa đáng để HS suy nghĩ về vấn đề cần giải quyết; GV mới chỉ quan tâm tới phát triển TD chủ yếu cho đối tượng HS khá, giỏi, chưa quan tâm tới đối tượng HS trung bình và dưới trung bình. Các biện pháp (6), (4), (16), (3), (2), (5), (8), (13) được nhận định là đôi khi được sử dụng với ĐTB lần lượt là 2,6; 2,6; 2,9; 3,0; 3,2; 3,3; 3,3; 3,3. Có thể thấy là các biện pháp có tác dụng rất tích cực trong phát triển TD cho HS và góp phần quan trọng tạo nên lớp học TD như: Sử dụng hệ thống câu hỏi phát triển TD ; Khuyến khích sự tương tác, hoạt động thảo luận nhóm; Tình huống hóa các vấn đề… chỉ thỉnh thoảng được sử

dụng chưa tạo thành nếp dạy học. Các biện pháp khuyến khích HS tự đánh giá kiến thức và quá trình nhận thức bản thân và tự tìm cho mình cách học tập phù hợp như: (19) Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải đánh giá quá trình nhận thức, quá trình học tập; (1) Đề ra mục tiêu dạy học khác nhau cho mỗi đối tượng HS; (12) Yêu cầu mỗi HS thống kê số câu trả lời mà mình đã đóng góp cho mỗi câu hỏi và khen ngợi, tuyên dương những HS có nhiều câu trả lời; (20) Yêu cầu HS: ghi vào "nhật kí học tập" tất cả những gì đã học được sau mỗi buổi học rất hiếm khi được giáo viên sử dụng trong quá trình dạy học.

Chúng tôi cũng đưa ra những câu hỏi đối với HS nhằm tìm hiểu về các biện pháp, cách thức dạy học mà GV thực hiện trong các giờ học . Kết quả được trình bày ở Bảng 2.10, Phụ lục 1. Kết quả ở bảng 2.10 rất đáng chú ý, theo đánh giá của HS các hoạt động: (4) Với mỗi bài toán, thầy cô chỉ đưa ra yêu cầu HS nghĩ cách giải và trình bày toàn bộ lời giải rõ ràng, chính xác; (8) Yêu cầu HS nêu cách giải bài toán và lên bảng trình bày lời giải chi tiết, rõ ràng; (6) Khen thưởng ngay lập tức khi HS thứ nhất có câu trả lời đúng và chuyển sang câu hỏi hoặc vấn đề khác; (13) Cử bạn giỏi nhất làm nhóm trưởng và gọi bạn đó đại diện cho nhóm lên bảng trình bày lời giải bài tập mà cả nhóm được giao; (10) Yêu cầu HS đưa ra cách giải ngắn gọn nhất, dễ hiểu nhất cho bài toán được GV sử dụng rất thường xuyên trong các giờ học với điểm TB lần lượt là 1,3; 1,4; 1,4; 1,6; 1,7. Nhưng trong số các hoạt động này 2 hoạt động (6) Khen thưởng ngay lập tức khi HS thứ nhất có câu trả lời đúng và chuyển sang câu hỏi hoặc vấn đề khác; (13) Cử bạn giỏi nhất làm nhóm trưởng và gọi bạn đó đại diện cho nhóm lên bảng trình bày lời giải bài tập mà cả nhóm được giao thực ra không có tác dụng cho việc phát triển TD của HS. Trong khi đó các biện pháp khuyến khích, phát triển TD cho HS và xây dựng môi trường lớp học TD được HS đánh giá là ít được sử dụng thậm chí chưa được sử dụng trong các giờ học. Các biện pháp (11); (12); (9); (14); (17) được HS đánh giá là chỉ thỉnh thoảng được sử dụng với ĐTB: 2,6; 2,6; 2,8; 3,2; 3,3. Các biện pháp (15) Hỏi HS các câu hỏi như: Trong giờ học em đã làm được những việc gì? Chưa làm được việc gì? Hãy lập kế hoạch giải quyết những việc còn tồn đọng; (2) Giao nhiệm vụ, bài tập ở các mức độ khác nhau cho mỗi đối tượng HS; (3) Hỏi nhiều câu hỏi nối tiếp nhau xung quanh một vấn đề, một bài toán; (5) Khuyến khích HS đưa ra các câu hỏi cho vấn đề vừa học; khuyến khích HS tự đưa ra các bài toán để mọi người cùng suy nghĩ; … rất hiếm khi được sử dụng với ĐTB là 3,5; 3,7; 3,8; 3,9. Các biện pháp (16) Yêu cầu HS: ghi vào "nhật kí học tập" ; (7) Chấp nhận và

hoan nghênh các câu trả lời khác nhau của HS hầu như không bao giờ được sử dụng với ĐTB là 4,3; 4,7.

Trong phiếu hỏi GV, chúng tôi tiếp tục đưa ra một số câu hỏi nhằm tìm hiểu sự cần thiết và độ khả thi của một số biện pháp xây dựng lớp học TD trong dạy học Toán. Với câu hỏi: "Xin thầy cô cho biết ý kiến về sự cần thiết của những biện pháp dưới đây trong việc phát triển TDPP, TDST cho từng đối tượng học sinh", chúng tôi thu được kết quả trình bày ở bảng 2.11, Phụ lục 1. Kết quả bảng 2.11 cho thấy, tất cả các biện pháp chúng tôi đưa ra đều được đánh giá ở mức cần thiết cao. Các biện pháp (4), (9), (11), (1), (2), (8), (7), (3), (10) được GV cho là rất cần thiết với ĐTB tương ứng là 1,2; 1,2; 1,2; 1,3; 1,3; 1,4; 1,5; 1,6; 1,6. Các biện pháp (6), (12), (13), (9) được đánh giá là cần thiết với ĐTB tương ứng là 1,8; 2,1; 2,2; 2,4. Không có biện pháp nào có mức ĐTB 3,25 đến 4,0 chứng tỏ tất cả GV đều rất quan tâm và đồng tình với các biện pháp mà chúng tôi đưa ra nhằm phát triển TDPP, TDST cho từng đối tượng học sinh trong học Toán.

Với câu hỏi "Xin thầy cô cho biết ý kiến về độ khả thi của những biện dưới đây trong việc phát triển TDPP, TDST cho từng đối tượng học sinh", chúng tôi thu được kết quả trình bày ở Bảng 2.12, Phụ lục 1. Qua bảng kết quả có thể thấy, phần lớn các biện pháp chúng tôi đề xuất đều được GV cho là có thể thực hiện được thậm chí là có thể thực hiện được dễ dàng. GV khẳng định có thể thực hiện bốn biện pháp (13); (2); (5); (1) một cách dễ dàng. Các biện pháp (3); (4); (12); (7); (8) là có thể thực hiện được trong các giờ học với ĐTB lần lượt là 1,9; 1,9; 2,1; 2,4; 2,5. Bốn biện pháp có liên quan đến kĩ thuật tổ chức các cấu trúc nhóm và kĩ thuật đặt câu hỏi thúc đẩy siêu nhận thức là (6) Sử dụng linh hoạt các cấu trúc nhóm đánh số, nhóm ghép hình …trong dạy học; (9) Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải suy nghĩ, xem xét về vốn kiến thức, kinh nghiệm của bản thân từ đó đưa ra lựa chọn phương hướng giải quyết vấn đề; (10) Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải xác định mục tiêu, lập kế hoạch cho hoạt động học tập; (11) Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải đánh giá quá trình nhận thức, quá trình học tập và kết quả đạt được so với mục tiêu, kế hoạch đề ra được GV cho là gặp khó khăn trong thực hiện với ĐTB lần lượt là 3,0; 3,1; 3,1; 3,3. Theo chúng tôi tìm hiểu thông qua phỏng vấn trò chuyện với GV thì điều này có thể là do nguyên nhân GV chưa được trang bị đầy đủ kiến thức về phương pháp dạy học liên quan và một phần là do tâm lý còn e ngại áp dụng phương pháp mới.

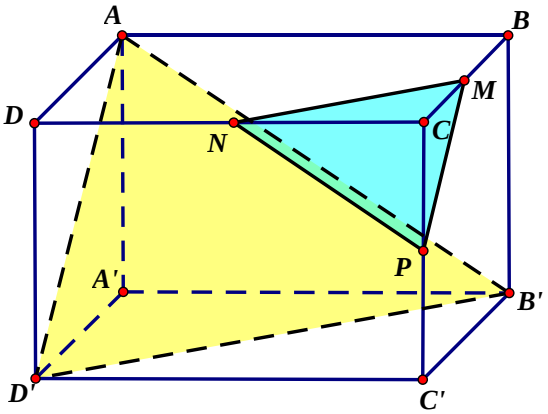
● *Qua tìm hiểu giáo án, kế hoạch DH của GV*

Qua nghiên cứu tìm hiểu giáo án lên lớp, kế hoạch DH của GV,... chúng tôi thấy rằng ở tất cả các trường được khảo sát kể cả ở những trường THPT chuyên có thành tích cao cũng chưa có một hướng dẫn về phát triển TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng cho HS trong chương trình, kế hoạch, giáo án giảng dạy của GV. Điều đó chứng tỏ việc phát triển TD cho HS vẫn chưa trở thành một yêu cầu bắt buộc trong việc DH của GV. Trong giáo án của GV chủ yếu là các hoạt động để giải quyết các nội dung kiến thức trong bài học, không có phần thiết kế cho các hoạt động TD hay lồng ghép các hoạt động TD vào trong kế hoạch giảng dạy ở mỗi bài học cụ thể. Thực tế cho thấy giáo án lên lớp của GV chủ yếu sử dụng mẫu thiết kế bài giảng trong các sách tham khảo. Trong các cuốn thiết kế bài giảng, cũng hoàn toàn không có các hướng dẫn cho việc phát triển TD, TDPP và TDST cho HS. Như vậy có thể khẳng định, giáo án, kế hoạch DH của GV hiện nay mới chỉ thể hiện việc giải quyết kiến thức, mà chưa hướng đến phát triển TD, TDPP, TDST cho HS.

● *Qua dự giờ*

Chúng tôi đã tiến hành dự giờ một số tiết học HHKG lớp 11 ở các trường được khảo sát. Trong khuôn khổ Luận án, chúng tôi chỉ trình bày diễn biến của một trong số các giờ học điển hình mà chúng tôi đã dự. Dưới đây chúng tôi tóm tắt những diễn biến chính trong một giò học: Bài học "Hai mặt phẳng song song". Giáo viên thực hiện: Cô N. T. B. dạy tại lớp 11A1, trường THPT Ngô Quyền – Ba Vì – Hà Nội. Ngày dạy: 22/01/2013. Diễn biến chi tiết toàn bộ giờ dạy và phần bình luận tiết dạy được chúng tôi trình bày ở Phụ lục 3. Nhìn chung, tiết dạy diễn ra khá nhịp nhàng theo đúng giáo án mà GV chuẩn bị. Mở đầu giờ học cô giáo phát biểu và ghi lên bảng định nghĩa hai mặt phẳng song song: "Hai mặt phẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung". Sau khi HS ghi xong định nghĩa, cô phát biểu Định lí 1: "Nếu mp(α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng song song với mp(β) thì (α) song song với (β)" và yêu cầu cả lớp chứng minh định lí. Có 2 HS xung phong lên bảng, cô gọi một HS lên bảng trình bày chứng minh sau đó chỉnh sửa lại một số sai sót. Cô yêu cầu HS ghi lại lời giải của bạn. GV đã dạy định nghĩa hai mặt phẳng song song và Định lý 1 theo cách truyền đạt một chiều. GV làm HS có cảm giác bị áp đặt kiến thức và cảm thấy đơn điệu, nhàm chán. Trong khi đó ở phần này GV hoàn toàn có thể đưa ra tình huống gợi vấn đề kích thích nhu cầu nhận thức của HS, đồng thời tổ chức các hoạt động thảo luận nhóm để tạo điều kiện cho tất cả HS cùng khám phá kiến thức.

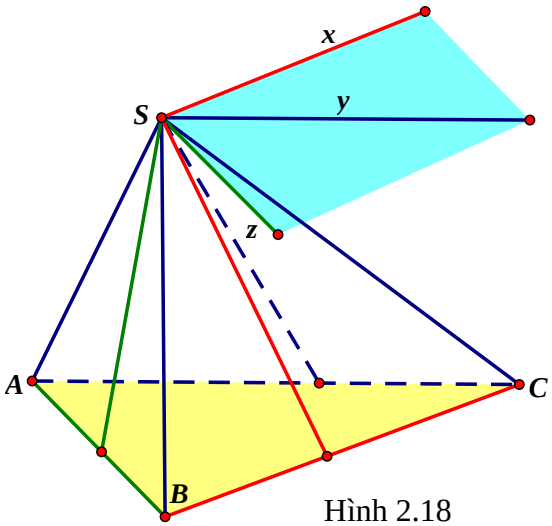
Cô giáo chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm gồm các HS trong 3 bàn ngồi gần nhau giải bài tập: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P là trung điểm BC, CD, CC'. Chứng minh rằng (MNP) // (AB'D') (Hình 2.17). Cô giáo yêu cầu 4 nhóm cử 4 đại diện lên bảng trình bày lời giải. Cả 4 HS được gọi lên bảng đều có lời giải đúng và tương tự nhau. Cả 4 HS lên bảng đều là các HS giỏi. Cô giáo yêu cầu cả lớp ghi chép lời bài tập. Theo quan sát của chúng tôi trong bài tập này các nhóm đã cử HS giỏi nhất nhóm đại diện cho nhóm, các HS khá, giỏi cố gắng giải thật nhanh rồi đưa cho các HS khác xem. Thực ra chỉ có các HS khá, giỏi làm bài tập, các HS trung bình và dưới trung bình ngồi chờ xem lời giải và chép lời giải. Họ tỏ ra thụ động và thiếu tự tin. GV không hướng dẫn HS tìm thêm cách giải khác cũng không gợi ra sự mở rộng hay tổng quát hóa, đặc biệt hóa nào cho bài toán mặc dù với bài toán này hoàn toàn có thể thực hiện được điều đó.



Hình 2.17

Tiếp theo cô giáo yêu cầu một HS mở SGK đọc lại nội dung Định lý 2, và 3 hệ quả. Cô tóm tắt nội dung của Định lý 2, và 3 hệ quả và cho HS ghi vở. Không chỉ các HS trung bình và dưới trung bình mà ngay cả các HS khá, giỏi cũng đón nhận kiến thức một cách đơn điệu, buồn tẻ.

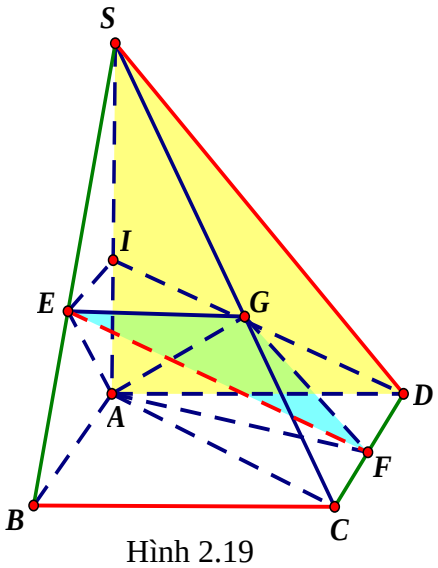
Cô yêu cầu cả lớp làm bài tập (Hình 2.18): Cho tứ diện SABC, SA = SB = SC. Sx, Sy, Sz là phân giác ngoài các góc SBC, SCA, SAB. Chứng minh (Sx, Sy) //(ABC). Chứng minh Sx, Sy, Sz đồng phẳng. Cũng tương tự như ở bài tập 1, cô giáo chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm gồm các HS trong 3 bàn ngồi gần nhau. Sau đó cô gọi 4 HS đại diện lên bảng làm bài. Cả 4 HS đều cho cách giải giống nhau bằng cách chỉ ra rằng Sx, Sy, Sz lần lượt song



Hình 2.18

song với BC, AC, AB. Trong tiết dạy này, việc chia nhóm, thảo luận nhóm được thực hiện nhưng rất hình thức. Một số HS khá, giỏi trong các nhóm luôn là những người đại diện nhóm để trả lời và trình bày bài làm cho nhóm. Cô giáo hầu như không hỏi ý kiến của HS khác mà đưa ra ngay nhận xét và cho điểm cho các câu trả lời của HS. GV có tổ chức cho HS thảo luận trong quá trình làm bài tập theo cách: mỗi hoạt động thảo luận, GV đưa ra câu hỏi và HS đại diện (là HS giỏi trong mỗi nhóm) trả lời rất nhanh, GV đồng ý và không khuyến khích HS phản ứng (nhận xét và bổ sung) thêm. Dường như GV đã tính trước được các câu trả lời là đáp án đúng cho mỗi bài tập. Vì vậy hoạt động thảo luận diễn ra rất nhanh. Thời gian còn lại GV dành cho HS ghi chép đáp án, bài làm của bạn vào vở của họ.

Cô giáo yêu cầu cả lớp làm bài tập thứ ba: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành. Các tam giác SAD, ABC cân tại A. Gọi AE, AF là đường phân giác trong góc A của các tam giác ASB, ACD. Chứng minh rằng EF//mp(SAD) (Hình 2.3): Sau khi cho cả lớp suy nghĩ cô giáo yêu cầu HS xung phong lên bảng. Không có học sinh nào giải được bài toán. Cô giáo trình bày lời giải chi tiết trên bảng để các HS ghi chép: Do AE, AF là đường phân giác trong góc A của các tam giác ASB, ACD và nên có: $\frac{ES}{EB} = \frac{AS}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{FD}{FC}$.



Hình 2.19

Theo định lý Thales trong không gian suy ra EF, BC, SD nằm trên 3 mặt phẳng song song. Mặt khác mp (SAD) qua SD và (SAD)// BC nên suy ra EF//mp(SAD). Đây là một bài toán tương đối khó rất thuận lợi để GV phát triển TDPP, TDST cho HS. Tuy nhiên thay vì đưa ra một hệ thống câu hỏi kích thích TD HS từ đó tìm lời giải thì GV lại đặt ngay HS vào một tình thế khó khăn trước một nhiệm vụ họ cảm thấy quá sức. Kết quả là HS không biết bắt đầu từ đâu, không tìm thấy hướng TD và không thể tự tìm ra cách giải quyết vấn đề. Đến khi đó GV lại thay HS làm tất cả mọi công việc. Tất cả HS trong lớp chỉ nhận ra rằng đây là bài toán quá khó họ không thể giải được. Những bài toán như thế này tốt nhất là chờ cô giải sau đó cố gắng ghi nhớ cách giải

để có thể làm được các bài tương tự. Thực ra ngoài cách giải ngắn gọn mà cô giáo đưa ra, bài toán còn một số cách giải khác có tác dụng rất tốt cho phát triển TDPP, TDST cho HS, chẳng hạn như: gọi AG là đường phân giác trong góc A của tam giác ASC hãy chứng minh mp(EFG)//mp(SAD) để suy ra EF//mp(SAD) hoặc qua E kẻ đường thẳng song song với AB cắt SA tại I hãy chứng minh EF//ID để suy ra EF//mp(SAD) ,… Nhưng GV đã không hề đề cập đến các hướng suy nghĩ này khiến cho HS mặc định nghĩ rằng bài toán chỉ có thể giải bằng cách của cô, không còn hướng đi nào khác, làm hạn chế TD của HS. Kết thúc giờ học, cô giáo yêu cầu cả lớp làm các bài tập 1, 2, 3, 4 SGK trang 71.

Qua các tiết dạy của các GV mà chúng tôi dự giờ, có một số điểm đáng chú ý như sau:

-Cách hướng dẫn, tổ chức cho HS tiến hành các hoạt động học tập của GV còn rất đơn điệu, hình thức và cứng nhắc chưa phát huy được TDPP, TDST của HS. Nhiều HS trong lớp chưa được cùng tham gia vào các hoạt động học tập. Cụ thể:

+Các nội dung kiến thức thường được đưa ra một cách "đột ngột" manh tính "áp đặt " nhận thức cho HS. HS không hiểu vì đâu cần phải học nội dung kiến thức này, không thấy hứng thú, không có động cơ và nhu cầu nhận thức kiến thức. Họ buộc phải học thuộc, phải ghi nhớ vì đó là mệnh lệnh của thầy cô giáo

+ Điểm rõ nhất là trong tiết dạy là chỉ có một vài câu hỏi (câu lệnh) được sử dụng như trong SGK, một vài HS khá, giỏi tham gia, còn đa số HS trong lớp dường như đứng ngoài cuộc.

+ Trong tiết dạy, GV không tổ chức cho HS và không khuyến khích HS đặt câu hỏi để tìm kiếm thông tin hay tập mô tả vấn đề theo một cách thức khác…Trong khi đây là việc làm cần thiết, vì khi HS không có hướng giải bài toán tức là họ đang gặp vấn đề ở khâu sắp xếp, liên kết và tổ chức các thông in đầu vào của bài toán

+ HS không được tạo điều kiện để khai thác sâu các nội dung bài học thông qua việc tìm thêm cách giải quyết vấn đề, mở rộng bài toán…Hơn nữa, trong bài học, HS không được yêu cầu hệ thống hoá , chưa có sự liên hệ và vận dụng kiến thức vào thực tiễn. Cuối bài học, thay vì cho HS rút ra và tổng kết lại những phương pháp những kinh nghiệm giải quyết vấn đề, những bài học về nhận thức mà HS thu được, GV chỉ cho HS đọc thuộc lòng nội dung các định nghĩa, định lý và làm bài tập về nhà trong SGK.

-Các phát vấn của GV ít có tác dụng phát triển TD cho HS. Cụ thể:

+ Phát vấn của GV thường chỉ là những câu lệnh yêu cầu HS phải làm bài tập, phải phát biểu định nghĩa định lý, và những câu hỏi chỉ có một cách trả lời đúng duy nhất. Có rất ít những câu hỏi mở, câu hỏi mở rộng với nhiều phương án trả lời và huy động được nhiều hoạt động trí tuệ, TD của HS.

+Theo quan sát của chúng tôi, trong suốt giờ học, thầy giáo không đưa ra các câu hỏi giúp HS hồi tưởng lại quá trình suy nghĩ, quá trình tìm kiếm lời giải như:*Em tìm ra câu trả lời như thế nào?, Em đã dùng cách nào để tìm ra kết quả?, Tại sao em làm như vậy?, Bằng cách nào em biết điều đó?, Trong các việc đó, theo em việc gì khó?, Còn cái gì (điều gì) liên quan đến bài học mà em chưa biết rõ?, Em đã tìm ra (học được) điều gì?, Trước đây em có biết gì về điều đó không? Em có thể làm gì tiếp khi đã biết, đã hiểu về điều đó?...*

- GV chưa tổ chức thành công các hoạt động nhóm, chưa thực sự tạo điều kiện cho HS được hoạt động, trao đổi, thảo luận. Cụ thể:

+ Việc chia nhóm, thảo luận nhóm được thực hiện nhưng rất hình thức. Một số HS khá, giỏi trong các nhóm luôn là những người đại diện nhóm để trả lời và trình bày bài làm cho nhóm. Nhiều HS trong suốt giờ học không phải làm gì ngoài việc chép lại bài làm của HS khác, một số HS thì nhìn lên bảng nhưng không tham gia hoạt động, không phải suy nghĩ và cũng không được thầy đưa vào các tình huống học tập để phát huy TDPP và TDST của mình.

+ GV chưa dành thời gian thỏa đáng để HS suy nghĩ về vấn đề cần giải quyết. Nhiều GV còn không dám để HS tự do tranh luận vì sợ làm mất thời gian, không hoàn thành được bài dạy (cháy giáo án). Nhiều khi HS chưa kịp nói hết ý đã bị GV thúc giục, thậm chí bác bỏ làm cho HS không được tự tin, nhiều em còn thấy e sợ, lúng túng,... Các hoạt động trao đổi, thảo luận được tiến hành rất nhanh, rất gấp gáp, dường như cho xong việc. Cách làm này dẫn đến không kích thích được HS tích cực suy nghĩ, tìm nhiều phương án, nhiều giải pháp và giải pháp độc đáo cho vấn đề.

+ Những câu trả lời hoặc cách giải khác của HS nhiều khi còn không được chấp nhận chỉ vì cách giải đó khác với cách giải của GV. Nó dẫn đến việc HS chỉ tuân theo cách giải của GV, hình thành cho chúng suy nghĩ rằng chúng không thể tìm ra cách nào khác được GV chấp nhận. Cách làm này thực sự cản trở TDPP, TDST của HS.

-GV chưa xác định mục tiêu, nhiệm vụ cụ thể cho từng nhóm đối tượng HS. Điều này dẫn đến hệ quả là trong đa số các hoạt động học tập chỉ có HS giỏi và khá tham gia.

GV đã gần như "bỏ rơi" đối tượng HS trung bình và dưới trung bình trong việc phát triển TDPP, TDST thông qua các hoạt động học tập của HS. Điều này thể hiện ngay từ thái độ thiếu tin tưởng của GV khi không gọi nhóm đối tượng HS trung bình và dưới trung bình tham gia giải quyết những bài tập nâng cao, mở rộng và việc không khuyến khích, gợi mở, dẫn dắt để nhóm HS này có thể nỗ lực giải quyết những bài tập, những vấn đề đòi hỏi sáng tạo trong quá trình học tập,...

● Qua trò truyện, phỏng vấn với các cán bộ quản lý (hiệu trưởng, phó hiệu trưởng, các tổ trưởng chuyên môn, các GV chuyên bồi dưỡng HS giỏi của các cụm, miền,..) thuộc các trường khảo sát, chúng tôi nhận được ý kiến chung của đa số họ cho rằng phát triển TDPP, TDST cho HS là một yêu cầu quan trọng. Tuy nhiên khi được hỏi về việc phát triển TDPP, TDST hay đơn giản chỉ là tổ chức giờ học làm sao để HS được TD trong quá trình học tập thì hầu hết đều trả lời rằng nhà trường chưa có một hướng dẫn hay chương trình cụ thể nào liên quan đến dạy TDPP và TDST. Một số GV trẻ cũng có những hiểu biết nhất định về TDPP , TDST và nhận thức về tầm quan trọng của việc dạy TDPP, TDST cho HS cũng tốt hơn những GV lâu năm. Nhưng tất cả chỉ dừng ở mức nhận thức, ý thức còn việc thức hiện nó bằng các biện pháp cụ thể thì chưa được triển khai.

Kết luận chương 2

Để tìm hiểu về sự khác biệt trong TDPP, TDST của các nhóm đối tượng HS và thực trạng cũng như tiềm năng của việc xây dựng "lớp học TD " trong dạy học Toán, chúng tôi đã sử dụng nhiều phương pháp nghiên cứu khác nhau trên đối tượng nghiên cứu gồm 128 GV và 360 HS tại 10 trường THPT trên địa bàn 6 tỉnh, thành phố là Hà Nội, Thanh Hóa, Bắc Giang, Phú Thọ, Hà Nam, Điện Biên. Khi nghiên cứu thực tiễn, chúng tôi đã tiến hành các nội dung cụ thể sau: xin ý kiến GV và HS (phiếu hỏi dành cho GV và HS); phỏng vấn trực tiếp cán bộ quản lý và một số GV đang giảng dạy; dự giờ một số tiết dạy HHKG lớp 11; nghiên cứu bài làm của HS; trò chuyện với HS nhằm tìm hiểu nhận thức cũng như biểu hiện của các em trong giờ học; nghiên cứu tài liệu, xem vở HS, giáo án, kế hoạch DH của GV. Qua nghiên cứu thực tiễn chúng tôi có một số nhận định sau:

Thứ nhất, ở cả 3 nhóm đối tượng HS: HS dưới trung bình, HS trung bình và HS khá, giỏi đều có những biểu hiện của TDPP, TDST. Tuy nhiên biểu hiện TDPP, TDST ở các nhóm đối tượng HS có nhiều điểm khác biệt. Có sự khác biệt lớn trong TDPP, TDST giữa nhóm đối tượng HS khá, giỏi và nhóm đối tượng HS trung bình và

dưới trung bình. Có một số khác biệt trong TDPP giữa nhóm đối tượng HS trung bình và nhóm đối tượng HS dưới trung bình nhưng hầu như không có sự khác biệt trong TDST giữa hai nhóm đối tượng này. Mặc dù còn một số hạn chế như: chưa chú ý tới việc mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ; chưa quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác; chưa làm tốt khái quát hóa nội hàm nhưng nhìn chung có thể thấy TDPP ở HS khá, giỏi được thể hiện khá rõ nét trong quá trình học tập. Trong khi đó ở HS trung bình và HS dưới trung bình TDPP chủ yếu mới chỉ thể hiện ở mức độ cơ bản với các biểu hiện liên quan đến khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề ; khả năng liên kết, đánh giá , xử lí thông tin nhằm giải quyết vấn đề và nhìn chung còn rất mờ nhạt ở các mức độ cao liên quan đến tính thấu đáo, tính sáng tạo và khả năng phản ánh vấn đề. TDPP ở HS trung bình thể hiện rõ nét hơn ở HS dưới trung bình trong một số biểu hiện liên qua đến khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề. HS trung bình và dưới trung bình đã có một số biểu hiện của TDST như: Bước đầu biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh; Bước đầu biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học; Có khả năng tìm được thêm giải pháp khác cho một số vấn đề đơn giản; Bước đầu có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác, tuy nhiên các biểu hiện này còn chưa rõ nét, rời rạc và đơn lẻ chưa mang tính thường xuyên. TDST ở HS khá, giỏi có sự vượt trội so với HS trung bình và dưới trung bình. Khoảng cách giữa đối tượng HS khá, giỏi và HS trung bình, dưới trung bình là khá xa. Ở HS khá, giỏi, các biểu hiện của tính linh hoạt, tính nhuần nhuyễn được thể hiện khá rõ nét và thường xuyên; các biểu hiện hoàn thiện, tính độc đáo, tính nhạy cảm vấn đề được GV đánh giá là chưa thể hiện rõ nét trong các giờ học.

Thứ hai, thông qua nghiên cứu thực tiễn, chúng tôi cho rằng hiện nay nhìn chung việc bồi dưỡng, phát triển TD cho mọi đối tượng HS ở trường THPT chưa được quan tâm đúng mức. Giáo án, kế hoạch DH của GV hiện nay mới chỉ tập trung vào nhiệm vụ truyền thụ tri thức, mà chưa hướng đến phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng cho HS. Trong giảng dạy, đa số GV chỉ chú ý và cố gắng giảng hết những phần nội dung đã được trình bày trong SGK. GV đã sử dụng một số biện pháp, hoạt động không có tác dụng thậm chí còn kìm hãm sự phát triển TD, TDPP, TDST của HS. GV rất ít sử dụng thậm chí môt số GV chưa bao giờ sử dụng những biện pháp

giúp xây dựng lớp học TD để phát triển TD, TDPP, TDST cho từng HS. Nguyên nhân chính của thực trạng này là do: Nhận thức của đại đa số GV về dạy TD và xây dựng lớp học TD còn mơ hồ, chung chung. GV chưa được trang bị hệ thống biện pháp đồng bộ, phù hợp, hiệu quả để phát triển TD của từng HS. Nhà trường, các cơ sở giáo dục chưa có định hướng, chưa có chương trình dạy học phù hợp để phát triển TD cho mỗi HS.

Thứ ba, ý kiến của các cán bộ quản lý giáo dục, các giáo viên đều thống cho rằng: Việc tạo dựng một môi trường dạy học phát triển TD nói chung và TDPP, TDST nói riêng cho từng đối tượng HS là một yêu cầu quan trọng và cấp bách. Trong điều kiện giáo dục Việt Nam hiện nay, việc xây dựng "lớp học TD " là hoàn toàn có thể thực hiện được thông qua việc kết hợp sử dụng đồng bộ các biện pháp, các chiến lược xây dựng lớp học tư duy mà chúng tôi đã trình bày ở Chương 1.

Những nội dung trên đây về đặc điểm TDPP, TDST của các nhóm đối tượng HS trong học Toán và thực trạng DH phát triển TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng cho HS ở trường THPT hiện nay được thực hiện dựa trên nền tảng khoa học là cơ sở lý luận ở chương 1. Cả chương 1 và chương 2 (cơ sở lý luận và cơ sở thực tiễn) sẽ là định hướng để chúng tôi tiến hành nghiên cứu các biện pháp cụ thể để xây dựng lớp học TD nhằm phát triển TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng cho từng HS trong dạy học Toán ở trường THPT sẽ được trình bày trong chương tiếp theo của Luận án.

CHƯƠNG 3: MỘT SỐ BIỆN PHÁP XÂY DỰNG LỚP HỌC TƯ DUY TRONG DẠY HỌC TOÁN

Qua nghiên cứu tham khảo các chiến lược, biện pháp, kĩ thuật xây dựng lớp học TD của nhiều tác giả như: J. F. Feldhusen và D. J. Treffinger (1980), A. J. Udall và J. E. Daniels (1991), C. McGuinness (1999), H. Crawford, W. Saul, S. Mathews(2005), R. Duron, B. Limbach, W. Waugh (2006), L. Erikson(2007), A. de A'Echevarria (2008), S. Hartman (2011)..., dựa trên 5 chiến lược xây dựng lớp học tư duy cùng với cơ sở lý luận và thực tiễn được làm rõ trong chương 1 và chương 2 của luận án, chúng tôi cho rằng: muốn xây dựng một lớp học TD trước hết cần phải xây dựng một hệ thống nhiệm vụ học tập và bài tập có tính phân bậc phù hợp với từng nhóm đối tượng HS. Trong quá trình dạy học, người GV cần: sử dụng các tình huống dạy học, các câu hỏi hiệu quả nhằm gây hứng thú, tạo động cơ và định hướng TD của HS; tổ chức các nhóm học tập tương tác nhằm tích cực hóa thúc đẩy hợp tác giữa các HS. Đồng thời cần phải tập luyện cho HS khả năng tự đánh giá quá trình TD và kết quả học tập của bản thân. Đây là nội dung chính của một số biện pháp chúng tôi đề xuất nhằm xây dựng lớp học TD trong dạy học Toán. Các biện pháp được xây dựng và thực hiện theo các định hướng sau:

- Các biện pháp được xây dựng trên cơ sở tôn trọng nội dung chương trình Toán THPT hiện hành.
-Các biện pháp là khả thi, có thể thực hiện được trong điều kiện dạy học thực tế ở Việt Nam.
- Các biện pháp được xây dựng căn cứ vào đặc điểm TD nói chung và TDPP, TDST nói riêng của HS, phù hợp với tâm sinh lí lứa tuổi.
-Các biện pháp đề cao vai trò tích cực, sáng tạo của HS và GV, hướng tới bồi dưỡng, phát triển TD nói chung, TDPP và TDST nói riêng cho HS. Đảm bảo sự thống nhất giữa vai trò chủ đạo của GV và chủ động của HS trong suốt quá trình dạy học.

Mô hình hoàn chỉnh của lớp học tư duy bao gồm các yếu tố như: quy mô lớp học; nội dung chương trình; cách thức tổ chức dạy học; cách thức thiết kế, sắp xếp không gian, bàn ghế…trong phòng học; các điều kiện về cơ sở vật chất, trang thiết bị, phương tiện, đồ dùng dạy học…Luận án tập trung vào phương diện giáo dục học của mô hình lớp học tư duy, tức là đi sâu nghiên cứu cách thức tổ chức dạy học trong lớp học tư duy. Trong các biện pháp được xây dựng, chúng tôi tập trung vào phân tích các vấn đề chung, khái quát, không đi vào toàn tiết dạy cụ thể. Các ví dụ minh họa chỉ là

các trích đoạn một số bài tập mà GV sẽ dạy tương tự trong một giờ dạy cụ thể của họ. Các biện pháp này mang tính định hướng tư tưởng, mang tính phương pháp luận cho GV vận dụng vào việc thiết kế bài dạy và tổ chức dạy học trên lớp.

3.1. Xây dựng hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và hệ thống bài tập Hình học không gian lớp 11 phát triển tư duy phê phán, tư duy sáng tạo phù hợp với từng nhóm đối tượng học sinh.

Nghiên cứu thực tiễn cho thấy trong nhiều giờ học Toán hiện nay đang xảy ra tình trạng "lệch pha" trong hoạt động học tập của các nhóm đối tượng HS dưới trung bình, trung bình và nhóm đối tượng HS khá, giỏi. Khi nhóm HS khá, giỏi tỏ ra say sưa, hứng thú với một bài toán mới lạ thì nhóm HS dưới trung bình, trung bình lại ngồi im lặng và tỏ ra mệt mỏi vì họ cho rằng những bài toán này là quá khó. Còn khi nhóm HS dưới trung bình, trung bình đang tập trung, gắng sức giải quyết một bài toán cơ bản mà GV đưa ra thì nhóm HS khá, giỏi lại tỏ ra lơ đãng và làm bài một cách chiếu lệ - họ cho rằng bài toán mà GV vừa đưa ra là quá dễ, quá đơn giản chẳng đáng phải quan tâm. Nguyên nhân chính dẫn đến tình trạng trên là do chưa có hệ thống mục tiêu và nhiệm vụ học tập phù hợp với từng nhóm đối tượng HS.

3.1.1. Xây dựng hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập phù hợp với từng đối tượng HS:

Mục tiêu nói về việc: nhận thức của HS sẽ như thế nào, HS có khả năng làm được gì sau khi kết thúc một bài giảng. Mục tiêu là cái đích mà HS phải đạt được sau khi học; đó chính là "đích" cuối cùng mà cả thầy và trò đều phải hướng tới.

Nhiệm vụ học tập được hiểu là những hoạt động, những công việc mà HS cần phải thực hiện một cách chủ động, tích cực dưới sự tổ chức, hướng dẫn, kiểm tra, đánh giá của GV nhằm mục đích là đạt được mục tiêu của bài học.

Để xác định được mục tiêu bài học cần tuân theo một số nguyên tắc sau:

- Mục tiêu phải được diễn đạt theo yêu cầu của người học chứ không phải theo chức năng của người dạy.
- Kết quả mong đợi của mục tiêu bài giảng phải được diễn tả dưới dạng hành vi có thể quan sát thấy được (có khả năng đo lường được), xác định được hoàn cảnh mà hành vi sẽ diễn ra cũng như thời gian và điều kiện thực hiện. Mỗi mục tiêu cụ thể nên diễn đạt bằng một động từ để xác định rõ mức độ HS phải đạt bằng hành động. Để viết mục tiêu cụ thể, nên dùng các động từ như: phân tích, so sánh, liên hệ, tổng hợp, chứng minh, đo đạc, tính toán, quan sát, lập được, vẽ được, thu thập, áp dụng...
- Phải thích đáng (quan trọng, thiết thực, phù hợp) và khả thi (có thể thực hiện được).

- Phải phù hợp với đối tượng HS (đặc điểm tâm sinh lý, trình độ hiện có của HS).

Để lôi cuốn tất cả các đối tượng HS vào hoạt động học tập chủ động và tích cực, người GV cần phải xây dựng hệ thống mục tiêu có tính chất phân bậc, phân hóa, theo định hướng phát triển TD dành cho từng nhóm đối tượng HS: TB và dưới TB, khá và giỏi. Để làm được điều này, GV cần phải căn cứ vào vốn kiến thức và đặc điểm TDPP, TDST của từng nhóm đối tượng HS mà chúng tôi đã trình bày ở chương 2 đồng thời cần tham khảo 6 mức độ về nhận thức do B. J.Bloom đề xuất:

Bảng 3.1. Thang 6 mức độ nhận thức do Bloom đề xuất

Trình độ	Định nghĩa	Các động từ mô tả
1.Biết knowledge	- Nhận lại được sự kiện. - Nhận biết được sự vật.	Nhắc lại được, kể tên được, trình bày được, nêu được, điền vào, xác định, liệt kê, đặt tên, nhớ lại, nêu lên, kể ra, viết ra…
2.Thông hiểu comprehension	Trình bày được nội dung các sự kiện, tính chất đặc trưng của sự vật.	Diễn đạt được, mô tả, giải thích, phân tích, diễn đạt, báo cáo, sắp xếp, tính toán, lựa chọn, tóm tắt, khái quát hóa, xây dựng, chứng minh, phân biệt, minh họa, trình bày, chọn lựa, …
3. Vận dụng application	- Vận dụng một kiến thức để hiểu một kiến thức khác phức tạp hơn. - Vận dụng trường hợp chung vào trường hợp riêng.	Thể hiện, ứng dụng, trình diễn, minh hoạ, bố trí, hoàn thành, áp dụng, liên hệ, giải quyết, so sánh, soạn thảo, bố trí, thiết lập, xếp hạng, phát hiện được, kiểm tra được ....
4. Phân tích analysis	Vận dụng các nguyên lý để tìm hiểu, nhận thức các sự kiện, sự việc, trường hợp riêng.	Phân tích, phân hoá, phân loại, đánh giá, so sánh, tính toán...đối chiếu, phân biệt, tìm sự khác nhau, tách ra…
5. Tổng hợp synthesis	Vận dụng các nguyên lý vào các trường hợp riêng lẻ để trình bày 1 kết luận chung hoặc 1 giải pháp mới.	Soạn thảo, tổng kết, hệ thống, lập kế hoạch, thiết kế, bố trí, thiết lập, kết hợp, hình thành, lập kế hoạch, đề xuất, liên hệ…

Trình độ	Định nghĩa	Các động từ mô tả
6. Đánh giá evaluation	Vận dụng các nguyên lý để phân tích, tìm hiểu và so sánh một giải pháp(kết cấu, quy trình...) với các giải pháp khác đã biết.	Nhận xét được, đánh giá được, xếp hạng, so sánh, chọn lựa, định giá, cho điểm, lập luận, xác định giá trị, phê phán, nhận xét, bảo vệ, khẳng định. ủng hộ, bình phẩm, miêu tả…

Hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học cho nhóm đối tượng HS dưới trung bình và trung bình cần tập trung hướng tới :

-Củng cố, hoàn thiện những yếu tố ban đầu của TDPP, TDST như: khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết; khả năng liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm, cân nhắc, suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến; khả năng dự đoán bước đầu.

- Bồi dưỡng và từng bước phát triển một số yếu tố khác của TDPP, TDST như: khả năng liên hệ những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có với hoàn cảnh mới, điều kiện mới; khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác; khả năng điều chỉnh hướng suy nghĩ khi gặp trở ngại; khả năng nhìn đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác; khả năng gạt bỏ những dấu hiệu bề ngoài để tìm hiểu bản chất vấn đề; khả năng đặt các câu hỏi để tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết vấn đề; khả năng tìm sai lầm và sửa chữa sai lầm trong cách giải quyết vấn đề…

- Củng cố, hoàn thiện vốn kiến thức cơ bản cho HS dưới trung bình và trung bình qua các câu hỏi, bài tập ở các mức độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng cơ bản như: Nhắc lại được nội dung khái niệm và cho ví dụ minh họa; Phát biểu được các tính chất, định lý, công thức, trình bày được quy trình giải toán đã học và biết áp dụng giải được các bài tập cơ bản…

-Từng bước tiếp cận, làm quen với các nội dung kiến thức ở các mức độ vận dụng, phân tích, tổng hợp, đánh giá như: So sánh, sắp xếp, phân loại, hệ thống hóa các khái niệm và xây dựng thêm các ví dụ minh họa; Phát biểu lại định lý dưới dạng nêu giả thiết – kết luận, xem xét các cấu trúc logic của định lý như: mệnh đề đảo, điều kiện cần, điều kiện đủ; Từng bước mở rộng việc vận dụng định lý trong các bài toán, các tình huống không tiêu chuẩn; Tìm và sửa chữa sai lầm trong lời giải…

Hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học cho HS khá, giỏi cần tập trung hướng tới:

- Củng cố, phát huy những yếu tố cơ bản của TDPP và TDST như: khả năng so sánh,

sắp xếp, phân loại và tổ chức lại các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết; khả năng đặt ra câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề; khả năng liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm, cân nhắc, suy xét vấn đề; khả năng điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại; khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau; khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau để giải quyết vấn đề …

- Phát triển một số yếu tố khác của TDPP và TDST như: khả năng lập luận đưa ra các phán đoán; khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết; khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra; khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề và sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu; khả năng xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề; khả năng khái quát hóa, trừu tượng hóa vấn đề; khả năng khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới…

-Tập trung phát triển vốn kiến thức cho HS khá, giỏi qua các câu hỏi, bài tập ở các mức độ vận dụng, phân tích, tổng hợp, đánh giá như: Sắp xếp, phân loại, hệ thống hóa các khái niệm và xây dựng thêm hệ thống các ví dụ minh họa; Xem xét các định lí, các bài toán một cách sâu sắc toàn diện qua những cách thức như đặc biệt hóa, tương tự hóa, tổng quát hóa, lật ngược vấn đề; Sử dụng phối hợp linh hoạt nhiều công cụ để giải toán; Giải bài toán với nhiều cách khác nhau; Tìm ra sai lầm và sửa chữa những sai lầm trong lời giải; So sánh, đánh giá các lời giải khác nhau…

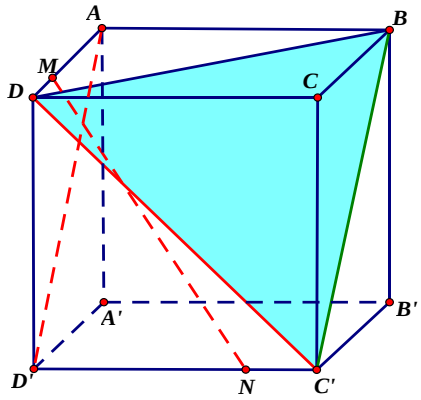
3.1.2. Xây dựng hệ thống bài tập toán học phù hợp với đặc điểm tư duy của từng đối tượng học sinh:

Bài tập toán học có chức năng dạy học, chức năng giáo dục, chức năng phát triển và chức năng kiểm tra. Ở đây, chúng tôi nhấn mạnh đến chức năng phát triển, bồi dưỡng TDPP và TDST ở HS. Giải bài tập toán học là nhiệm vụ quan trọng mà HS cần phải thực hiện để đạt được mục tiêu đã đề ra. Từ một vấn đề, một bài toán trong SGK, SBT hoặc các nguồn tài liệu khác, GV cần phải "chế biến", "cấu trúc" lại thành các bài tập vừa có tác dụng củng cố kiến thức vừa có tác dụng phát triển TDPP, TDST phù hợp với từng đối tượng HS. Dưới đây, chúng tôi trình bày một số cách thức giúp GV thực hiện điều này:

●Từ một bài toán ở mức độ cơ bản, GV có thể tạo ra các bài tập phù hợp với sự phát triển TD của HS khá, giỏi bằng các cách làm sau:

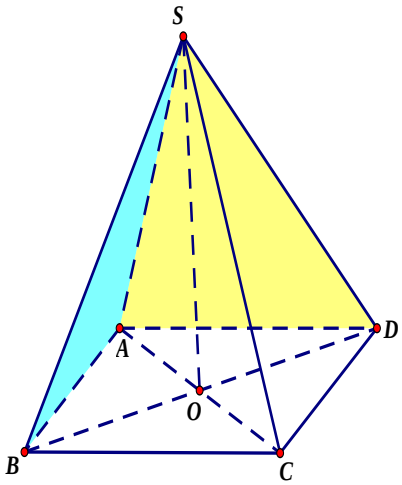
- Tổng quát hóa, tương tự hóa lên một mức cao hơn.

Ví dụ: Từ BT "Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên AD và C'D' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{C'N}{ND'} \neq 0$. Chứng minh rằng MN // (AA'C'C)", GV có thể tạo ra BT mới "Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{D'N}{NC'}$. Chứng minh rằng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định" (Hình 3.1).



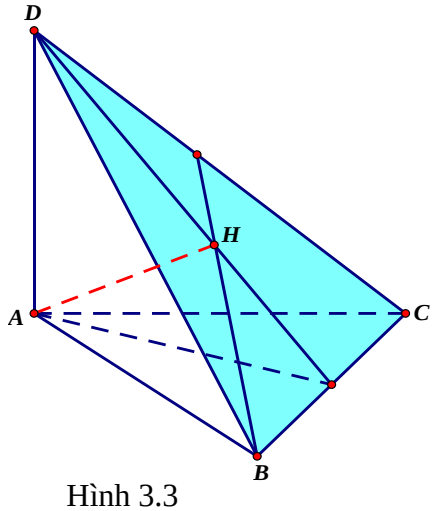
Hình 3.1

-"Làm mờ" giả thiết bài toán bằng cách viết lại các dữ kiện cho trước dưới dạng gián tiếp. Ví dụ: Từ bài toán: "Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tìm góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp", GV có thể tạo ra bài tập mới: " Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa (SAB) và (SAD) bằng 60^0. Tìm góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp." (Hình 3.2)



Hình 3.2

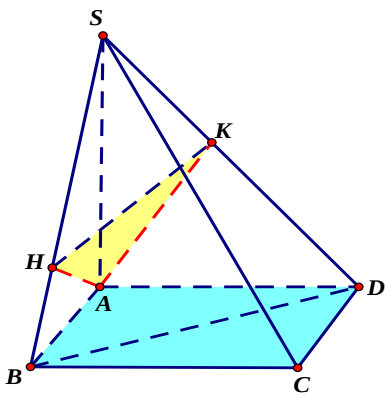
-Phát triển và mở rộng thêm kết luận bài toán. Ví dụ: từ BT "Cho hình tứ diện vuông S.ABC đỉnh S, H là hình chiếu của S trên (ABC). Chứng minh rằng H là trực tâm tam giác ABC", GV tạo ra BT : "Cho hình tứ diện vuông S.ABC đỉnh S, H là hình chiếu của S trên (ABC). Chứng minh rằng $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2}$" (Hình 3.3).



Hình 3.3

-Tạo ra "bài toán mở" từ bài toán ban đầu. Ví dụ: Từ BT "Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông và SA $\perp$ (ABCD). Gọi H, K là hình chiếu của A trên SB, SD.

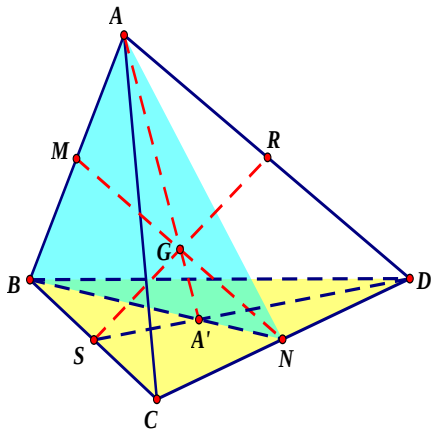
Chứng minh SC⊥ HK", GV tạo ra BT "Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình bình hành và SA⊥ (ABCD). Gọi H, K là hình chiếu của A trên SB, SD. Hình bình hành ABCD cần thỏa mãn điều kiện gì để SC⊥ HK. Khi đó hãy chứng minh SC⊥ HK" (Hình 3.4).



Hình 3.4

● Từ một bài toán, một vấn đề đòi hỏi HS phải trải qua nhiều giai đoạn TD và phải vận dụng phối hợp linh hoạt nhiều kĩ năng TDPP, TDST, GV có thể tạo ra các bài tập phù hợp với sự phát triển TD của HS TB và dưới TB bằng một số cách làm sau:

-Diễn đạt lại giả thiết, kết luận bài toán theo cách thức tường minh hơn, cụ thể hơn. Ví dụ: Từ bài toán "Trong tứ diện ABCD ba đường trung bình MN, PQ, RS và bốn đường trọng tuyến AA', BB', CC', DD' đồng quy tại điểm G và $\frac{GA'}{GA} = \frac{GB'}{GB} = \frac{GC'}{GC} = \frac{GD'}{GD} = \frac{1}{4}$"

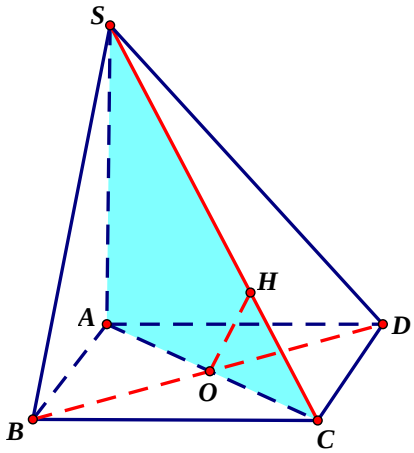


Hình 3.5

GV tạo ra bài tập: "Cho tứ diện ABCD. M, N, P, Q, R, S là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC; A', B', C', D' là trọng tâm các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Chứng minh: Ba đường trung bình MN, PQ, RS đồng quy tại G; A, G, A' thẳng hàng và $\frac{A'G}{A'A} = \frac{1}{4}$" (Hình 3.5).

-Đặc biệt hóa bài toán. Ví dụ: Từ bài toán "Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{D'N}{NC'}$. Chứng minh rằng MN // (BDC')", GV tạo ra bài tập như sau "Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, C'D'. Chứng minh MN // (BC'D)"

-Đưa vào đề bài một số yếu tố gợi ý: Từ bài toán "Cho hình chóp SABCD đáy là hình vuông cạnh a, SA = 2a, SA vuông góc với đáy. Tìm khoảng cách giữa BD và SC", GV có thể viết lại thành bài tập: "Cho hình chóp



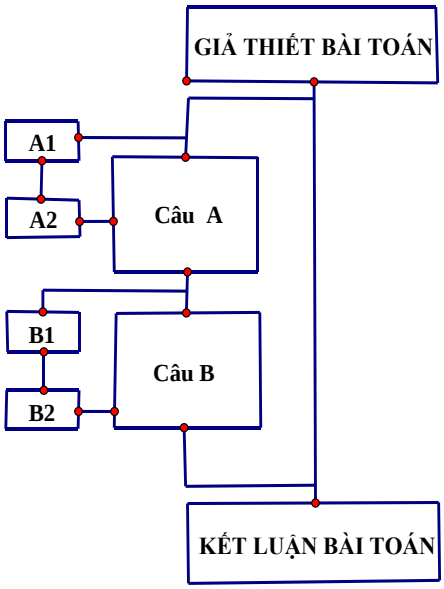
Hình 3.6

S.ABCD đáy là hình vuông ABCD có cạnh a, tâm O, SA = 2a, SA vuông góc với đáy. Chứng minh BD vuông góc (SAC) và tìm khoảng cách giữa BD và SC" (Hình 3.6)

●Có thể phát triển tư duy cho các nhóm đối tượng HS có năng lực nhận thức khác nhau thông qua việc tổ chức để họ cùng tham gia giải quyết một vấn đề, một bài toán theo cách sau: Xuất phát từ bài toán có cấu trúc thông thường (Hình 3.7):

Hình 3.7

GV viết lại bài toán này với cấu trúc mới như hình bên (Hình 3.8):



Hình 3.8

Lúc đầu, GV đưa ra bài toán có cấu trúc thông thường. Một số HS khá, giỏi sẽ tìm ra cách giải bài toán, qua đó GV phát triển được TDPP, TDST của nhóm đối tượng HS này. Tuy nhiên, sẽ có những HS cho dù đã cố gắng nhưng vẫn không tìm ra hướng giải quyết vấn đề. Khi đó họ sẽ giải quyết các câu A, câu B, câu C… từ đó sẽ tìm ra hướng giải quyết vấn đề và đi đến Kết luận của bài toán. Nếu có HS tiếp tục gặp khó khăn và không thể giải được câu A, HS này sẽ chuyển sang giải quyết các câu hỏi A1, A2, A3,…từ đó tìm ra hướng giải quyết câu A. Sau đó họ giải quyết tiếp câu B. Nếu không giải được câu B, họ có thể tiếp tục giải quyết các câu B1, B2, B3,… từ đó tìm ra hướng giải cho câu B. Quá trình này tiếp diễn cho đến khi tất cả mọi HS đều giải quyết được bài toán ban đầu mà GV đưa ra . Với những bài tập được cấu trúc theo kiểu này, GV có thể phát triển TD cho các đối tượng HS có trình độ nhận thức khác nhau thông qua giải quyết cùng một vấn đề. Sau đây là một ví dụ: Từ bài toán ban đầu "Cho hình chóp S.ABCD đáy là nửa lục giác đều có AD = 2BC = 2AB = 2DC và SA$\perp$ (ABCD). Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SD và cắt SD tại D', (P) cắt SB, SC lần lượt tại B', C'. Chứng minh rằng AB'C'D' là tứ giác nội tiếp", GV có thể tạo ra một bài tập phù hợp với TD của nhiều đối tượng HS như sau (Hình 3.9): "Cho hình chóp S.ABCD đáy là nửa lục giác đều có AD = 2BC = 2AB = 2DC và SA$\perp$ (ABCD). Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SD và cắt SD tại D', (P) cắt SB, SC lần lượt tại B', C'.

Chứng minh rằng AB'C'D' là tứ giác nội tiếp.

a) Chứng minh AC' ⊥ (SDC)

b) Chứng minh AD' ⊥ (SBD)

c) Chứng minh rằng AB'C'D' là tứ giác nội tiếp

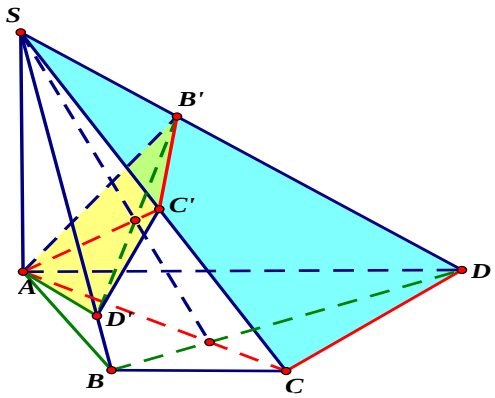
a1) Chứng minh DC ⊥ (SAC)

a2) Chứng minh AC' ⊥ (SDC)

b1) Chứng minh BD ⊥ (SAB)

b2) Chứng minh AD' ⊥ (SBD)

c) Chứng minh AB'C'D' là tứ giác nội tiếp"



Hình 3.9

3.1.3.Tổ chức dạy học, giao nhiệm vụ học tập cho từng nhóm đối tượng học sinh:

• Chuẩn bị trước giờ học: Căn cứ vào nội dung kiến thức bài học và trình độ HS, GV xây dựng hệ thống mục tiêu, hệ thống bài tập và lập hệ thống nhiệm vụ phù hợp cho từng nhóm đối tượng HS theo định hướng nêu đã nêu ở phần trên.

• Sắp xếp vị trí ngồi cho HS: để thuận tiện cho việc triển khai các nhiệm vụ học tập đến từng đối tượng HS đồng thời tăng cường quan hệ hợp tác trong học tập giữa các HS, nên bố trí chỗ ngồi sao cho trong một dãy bàn vừa có đối tượng HS dưới trung bình và trung bình, vừa có đối tượng HS khá, giỏi. Chẳng hạn trong dãy bàn 4 HS có thể bố trí như sau (Hình 3.10):

1	2	3	4

4	3	2	1

Hình 3.10

HS khá, giỏi ngồi ở các vị trí số 1 và số 3; HS dưới trung bình và trung bình ngồi ở các vị trí 2, 4. HS dãy bàn trên có thể quay xuống trao đổi, thảo luận và thực hiện hoạt động học tập hợp tác với HS ở dãy bàn dưới.

• Tổ chức giao nhiệm vụ cho các nhóm đối tượng HS:

-Đầu giờ học, GV công bố cho từng HS bảng các nhiệm vụ học tập mà họ cần phải thực hiện và hoàn thành.

-Vào cuối giờ học, GV tổng kết, đánh giá việc thực hiện nhiệm vụ học tập được giao của từng HS thông qua các câu hỏi, bài tập và kiểm tra vở bài tập ở nhà.

-GV khen ngợi và có thể thưởng 1 điểm vào tổng điểm của bài kiểm tra cuối bài học cho các HS hoàn thành tốt nhiệm vụ học tập. Đối với các HS chưa hoàn thành nhiệm

vụ học tập, GV cùng với HS đó tìm ra nguyên nhân để sửa chữa, khắc phục, điều chỉnh; đồng thời nhắc nhở, động viên các HS này gắng sức hoàn thành nhiệm vụ trong những bài học sau.

3.1.4. Ví dụ : Xây dựng hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học bài: "Hai mặt phẳng vuông góc" cho các nhóm đối tượng HS trong một lớp học:

Hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS dưới trung bình và trung bình:

•Mục tiêu:

-HS nhắc lại được một cách chính xác, rõ ràng: định nghĩa góc giữa 2 mặt phẳng; định nghĩa 2 mặt phẳng vuông góc.

-HS tóm tắt được nội dung của Tính chất về diện tích hình chiếu của đa giác và Định lý 1 về điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc thông qua việc sử dụng các cấu trúc logic.

-HS nhớ được nội dung 2 hệ quả của định lí 1 và nội dung của định lí 2; lắng nghe và thông hiểu cách chứng minh các định lý và hệ quả.

-HS vẽ hình biểu diễn và mô tả được khái niệm về hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều.

-HS nhớ lại và hệ thống hóa được: các định nghĩa về góc giữa 2 đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa 2 mặt phẳng; các định nghĩa về 2 đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, 2 mặt phẳng vuông góc dưới sự chỉ dẫn của GV.

- HS nêu được 2 phương pháp tìm góc giữa 2 mặt phẳng và phương pháp chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc.

-HS tích cực tham gia nhóm học tập, hoàn thành nhiệm vụ được nhóm giao và chủ động học hỏi các bạn HS khá, giỏi.

-HS giải được: bài toán tìm góc giữa 2 mặt phẳng trong trường hợp đã có sẵn hoặc dễ dàng dựng được 2 đường thẳng vuông góc với 2 mặt phẳng đã cho; bài toán tìm góc giữa 2 mặt phẳng trong trường hợp đã có sẵn hoặc dễ dàng dựng được 2 đường thẳng vuông góc với giao tuyến 2 mặt phẳng đã cho.

-HS chứng minh được 2 mặt phẳng vuông góc trong trường hợp dễ dàng tìm ra đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với mặt phẳng kia hoặc trong trường hợp dễ nhìn ra được góc giữa 2 mặt phẳng bằng 90^0.

-HS xác định được một số yếu tố và chứng minh được một số tính chất cơ bản trong hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều

-HS tập làm quen với việc giải bài toán tìm góc giữa 2 mặt phẳng khi chưa nhìn thấy 2 đường thẳng vuông góc với 2 mặt phẳng đã cho (hoặc 2 đường thẳng vuông góc với giao tuyến 2 mặt phẳng đã cho) thông qua việc giải các bài toán có nhiều câu hỏi dẫn dắt gợi ý việc dựng 2 đường thẳng vuông góc với 2 mặt phẳng đã cho (hoặc dựng 2 đường thẳng vuông góc với giao tuyến 2 mặt phẳng đã cho).

-HS tập làm quen với việc chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc trong trường hợp chưa xác định được đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với mặt phẳng kia thông qua việc giải các bài toán có nhiều câu hỏi dẫn dắt gơi ý việc tìm ra đường thẳng này.

-HS tập luyện việc giải một số bài toán tổng hợp liên quan đến quan hệ vuông góc và quan hệ song song.

-HS rút ra được một số kinh nghiệm trong việc tìm góc và chứng minh vuông góc.

•Nhiệm vụ học tập:

- Phát biểu: định nghĩa góc giữa 2 mặt phẳng; định nghĩa 2 mặt phẳng vuông góc.

-Tóm tắt được nội dung của Tính chất về diện tích hình chiếu của đa giác và Định lý 1 về điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc.

-Ghi nhớ nội dung 2 hệ quả của định lí 1 và nội dung của định lí 2.

-Lắng nghe cách chứng minh các định lý và hệ quả và ghi tóm tắt cách chứng minh.

-Vẽ hình biểu diễn hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều và mô tả các đặc điểm của chúng.

-Nêu 2 phương pháp tìm góc giữa 2 mặt phẳng và phương pháp chứng minh 2 mặt phẳng vuông góc.

-Tham gia nhóm học tập, hoàn thành nhiệm vụ được nhóm giao, chủ động trao đổi, thảo luận với các bạn HS khác.

-Làm các bài tập sau:

Bài tập 1: Hãy nhớ lại các định nghĩa về góc giữa 2 đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa 2 mặt phẳng; các định nghĩa về 2 đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, 2 mặt phẳng vuông góc và ghi thông tin hoàn thiện bảng sau:

CÁC ĐỊNH NGHĨA GÓC	CÁC KHÁI NIỆM VUÔNG GÓC
Định nghĩa góc giữa 2 đường thẳng:	Định nghĩa 2 đường thẳng vuông góc:
Định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:	Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng:
Định nghĩa góc giữa 2 mặt phẳng:	Định nghĩa 2 mặt phẳng vuông góc:

Bài tập 2: (Thiết kế dựa trên BT 3. trang 113– SGK Hình học 11) Cho hình chóp D.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B, DA vuông góc với mặt đáy.

a.Chứng minh mp(BCD) vuông góc với mp(ABD).

b.Biết rằng AB = AD tìm góc giữa 2 mặt phẳng (ABC) và (DBC).

c.Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với DB, HK là giao tuyến của mp(P) và mp(DBC). Chứng minh rằng HK//BC.

Bài tập 3: (Thiết kế dựa trên BT 4. trang 114– SGK Hình học 11)

Cho hai mặt phẳng (P), (Q) và điểm M không thuộc (P) và không thuộc (Q).

a.Dựng mp(R) qua M vuông góc với (P) và (Q). Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và vuông góc với (P) và (Q). Hãy sử dụng định lí 2 chứng minh rằng qua điểm M có một và chỉ một mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q).

b.Nếu (P)//(Q) thì có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và vuông góc với (P) và (Q)?

Bài tập 4: (Thiết kế dựa trên BT 4. và BT 8. trang 114– SGK Hình học 11)

Cho lập phương ABCD.A’B’C’D’ cạnh a.

a. Chứng minh rằng mp(AB’C’D) vuông góc với mp(BCD’A’).

b.Chứng minh AC’ vuông góc với mp(A’BD) và tính AC’ theo a.

Bài tập 5: Cho hình vuông ABCD tâm O. Ax, Cy là 2 tia cùng chiều cùng vuông góc với (ABCD). Gọi M, N là các điểm di động trên Ax, Cy sao cho $AM.CN = AO.CO$. Chứng minh rằng (MBD) $\perp$ (NBD); (BMN) $\perp$ (DMN).

a) Chứng minh góc $MON = 90^\circ$.

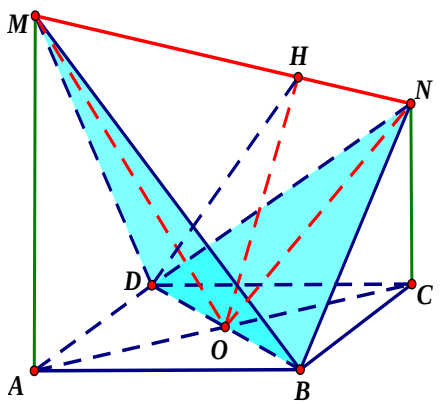
b) Chứng minh rằng (MBD) $\perp$ (NBD).

c) Kẻ DH$\perp$ MN. Chứng minh $BHD = 90^\circ$.

d) Chứng minh (BMN) $\perp$ (DMN).

a1) Chứng minh các tam giác MAO và OCN đồng dạng.

a2) Chứng minh góc $MON = 90^\circ$.



Hình 3.11

b) Chứng minh rằng (MBD) $\perp$ (NBD).

c1) Kẻ DH$\perp$ MN. Chứng minh OH$\perp$ MN

c2) Tính OH theo a.

c3) Chứng minh $BHD = 90^{\circ}$.

d) Chứng minh (BMN) $\perp$ (DMN) (Hình 3.11).

Bài tập 6: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C; AB = AA' = a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BB', CC', BC và Q là một điểm trên cạnh AB sao cho BQ = $\frac{a}{4}$. Chứng minh rằng $(MAC) \perp (NPQ)$.

a) Gọi I là trung điểm A'B'. Chứng minh $(NPQ)//(C'BI)$.

b) Chứng minh rằng $(MAC) \perp (NPQ)$.

Hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

•Mục tiêu:

-HS tóm tắt được nội dung của các định lí, hệ quả và tính chất trong bài học.

-HS chứng minh các định lý, tính chất và hệ quả dưới sự gợi ý của GV.

-HS hệ thống hóa được: các định nghĩa và phương pháp tìm góc giữa 2 đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa 2 mặt phẳng; các định nghĩa và phương pháp chứng minh 2 đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, 2 mặt phẳng vuông góc.

-HS vẽ hình biểu diễn và mô tả được khái niệm về hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều.

-HS tích cực tham gia nhóm học tập với vai trò là nhóm trưởng, thư kí nhóm và chủ động trao đổi, thảo luận giúp đỡ, hỗ trợ các bạn HS hoàn thành nhiệm vụ chung của cả nhóm.

-HS giải được bài toán tìm góc giữa 2 mặt phẳng trong nhiều tình huống khác nhau và rút ra được một số kinh nghiệm trong việc tìm góc.

-HS chứng minh được 2 mặt phẳng vuông góc trong nhiều tình huống khác nhau rút ra được một số kinh nghiệm trong chứng minh vuông góc.

- HS xác định được các yếu tố và chứng minh được các tính chất trong hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều.

-HS giải được các bài toán tổng hợp liên quan đến quan hệ vuông góc và quan hệ

song song trong đa diện đặc biệt là trong hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều.

-HS tập luyện việc: kết hợp nhiều kiến thức, nhiều công cụ trong việc giải toán; biến đổi bài toán theo hướng quy lạ về quen; đặc biệt hóa, tổng quát hóa bài toán đã cho; xây dựng, xem xét bài toán ngược…

-HS tập luyện việc chuyển từ việc xem xét bài toán "tĩnh" với các yếu tố cố định sang bài toán "động" với những yếu tố thay đổi, từ bài toán cụ thể sang bài toán tổng quát, từ bài toán "đóng" sang bài toán "mở".

•Nhiệm vụ học tập:

- Lập bảng hệ thống hóa các định nghĩa về góc giữa 2 đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa 2 mặt phẳng; các định nghĩa về 2 đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, 2 mặt phẳng vuông góc.
- Tóm tắt nội dung và chứng minh các định lí, hệ quả và tính chất trong bài học.
- Vẽ hình biểu diễn, mô tả khái niệm và nêu các đặc điểm cơ bản của: hình lăng trụ đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều.
- Lập bảng hệ thống hóa các phương pháp tìm góc giữa 2 đường thẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa 2 mặt phẳng; phương pháp chứng minh 2 đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, 2 mặt phẳng vuông góc.

-Làm các bài tập sau:

Bài tập 1: (Thiết kế dựa trên BT 3. trang 113– SGK Hình học 11)

Cho hình chóp D.ABC có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, DA vuông góc với mặt đáy. a.Chứng minh mp(ABD) vuông góc với mp(BCD).

b.Biết rằng AC = AD tìm góc giữa 2 mặt phẳng (ABC) và (DBC).

c.Dựng mp(P) đi qua A và vuông góc với DB.

Bài tập 2: (Thiết kế dựa trên BT 4. trang 114– SGK Hình học 11).

Cho hai mặt phẳng (P), (Q) và điểm M không thuộc (P) và không thuộc (Q).

a. Chứng minh rằng qua M có một và chỉ một mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q).

b.Nếu (P)//(Q), chứng minh rằng có vô số mặt phẳng đi qua M và vuông góc với (P) và (Q).

Bài tập 3: (Thiết kế dựa trên BT 4. và BT 8. trang 114– SGK Hình học 11).

Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB = a, BC = b, AA' = c.

a. Khi a = b = c, chứng minh rằng mp(AB'C'D) vuông góc với mp(BCD'A'). Tìm điều kiện của a, b, c để mp(AB'C'D) vuông góc với mp(BCD'A').

b.Tính AC’ theo a, b, c. Tìm điều kiện của a, b, c để AC’ vuông góc với mp(A’BD).

Bài tập 4: (Thiết kế dựa trên BT 4. và BT 8. trang 114– SGK Hình học 11).

Cho lập phương ABCD.A’B’C’D’ cạnh a.

a. Chứng minh rằng mp(AB’C’D) vuông góc với mp(BCD’A’).

b.Chứng minh AC’ vuông góc với mp(A’BD) và tính AC’ theo a.

Bài tập 5: Cho hình vuông ABCD cạnh a. Ax, Cy là 2 tia cùng chiều cùng vuông góc với (ABCD). Gọi M, N là các điểm di động trên Ax, Cy sao cho $AM.CN = \frac{a^2}{2}$. Chứng minh rằng (MBD)$\perp$ (NBD); (BMN)$\perp$ (DMN).

Bài tập 6: Cho lăng trụ đứng ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C; AB = AA’ = a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BB’, CC’, BC và Q là một điểm trên cạnh AB sao cho BQ = $\frac{a}{4}$. Chứng minh rằng $(MAC) \perp (NPQ)$. Hãy giải bài toán theo nhiều cách khác nhau.

3.2.Tạo động cơ, gây hứng thú và kích thích học sinh tư duy bằng cách tình huống hóa các nội dung dạy học

Lí luận dạy học hiện đại khẳng định, bất kì sự dạy học nào cũng phải dựa vào tính vấn đề ngay bên trong tiến trình và nội dung dạy học. Tính vấn đề được quan niệm ở đây không bị bó gọn trong phạm trù TD, mà nó có thể bắt nguồn từ cảm xúc, trạng thái cụ thể của nhu cầu, từ rung cảm thẩm mĩ và đạo đức… Tất nhiên, cơ sở khách quan chủ yếu nhất của tính vấn đề chính là các vấn đề học tập trong nội dung học vấn của môn học, bài học, chủ đề. Tính vấn đề khi được chủ thể hóa bởi người học nó trở thành vấn đề của cá nhân người học (hay người học ở trong tình huống có vấn đề), trở thành mục tiêu và động lực thúc đẩy người học hoạt động để giải quyết hay chiếm lĩnh chúng.

Trong dạy học, người dạy có thể làm xuất hiện tình huống vấn đề, hay xuất hiện vấn đề ở người học thông qua việc thiết kế và tổ chức các tình huống dạy học.Ở đây, thực chất là người dạy tạo dựng môi trường học tập thuận lợi, để các yếu tố từ môi trường có khả năng kích hoạt nhiều nhất vốn kinh nghiệm của người học, tạo ra sự liên hệ nào đó giữa những kinh nghiệm với nhau, mà nhất là mối liên hệ giữa kinh nghiệm ấy với vấn đề học tập. Những mối liên hệ này như chất men kích thích nhu cầu tìm tòi, khám phá ở người học, để họ giải đáp những băn khoăn mà chỉ có thể đạt được thông qua hoạt động vật chất và trí tuệ tích cực của bản thân.

3.2.1.Tình huống dạy học:

Xét về mặt khách quan, tình huống dạy học là tổ hợp những mối quan hệ hội cụ thể được hình thành trong quá trình dạy học, khi mà người học đã trở thành chủ thể hoạt động của đối tượng nhận thức trong môi trường dạy học, nhằm một mục đích dạy học cụ thể. Xét về mặt chủ quan, tình huống dạy học chính là trạng thái bên trong được sinh ra do sự tương tác giữa chủ thể với đối tượng nhận thức. Bản chất của tình huống dạy học là đơn vị cấu trúc của bài lên lớp, chứa đựng mối liên hệ M-N-P (mục đích –nội dung –phương pháp) theo chiều ngang tại một thời điểm nào đó với nội dung là một đơn vị kiến thức [12]. Một tình huống thông thường chưa phải là một tình huống dạy học. Nó chỉ trở thành tình huống dạy học khi người GV đưa những nội dung cần truyền thụ vào trong các sự kiện tình huống và cấu trúc các sự kiện sao cho phù hợp với logic sư phạm, để khi người học giải quyết nó sẽ đạt được mục tiêu dạy học. Việc xây dựng tình huống dựa trên các tiêu chí cơ bản sau:

- Tình huống xây dựng phải phù hợp và phục vụ cho việc thực hiện mục đích, nội dung của bài học.
- Nội dung tình huống phải đảm bảo tính chính xác khoa học, bám sát kiến thức chuẩn từ sách giáo khoa.
- Tình huống phải hấp dẫn, khơi dậy sự hứng thú, khơi dậy khả năng tự học và yêu thích bộ môn ở người học.
- Tình huống phải mang tính khả thi, bảo đảm những điều kiện cần và đủ để đưa đến giải pháp hợp lí, dễ chấp nhận.
- Tình huống phải vừa sức, phải phù hợp với trình độ người học.

Theo các nhà tâm lý học, con người chỉ bắt đầu TD tích cực khi nảy sinh nhu cầu TD, tức là khi đứng trước một khó khăn về nhận thức cần phải khắc phục, một tình huống gợi vấn đề, hay nói như Rubinstein: "TDST luôn bắt đầu bằng một tình huống gợi vấn đề". “Tính huống gợi vấn đề là một tình huống gợi ra cho HS những khó khăn về lý luận hay thực tiễn mà họ thấy cần thiết và có khả năng vượt qua, nhưng không phải là ngay tức khắc nhờ một quy tắc có tính chất thuật toán, mà phải trải qua một quá trình tích cực suy nghĩ, hoạt động để biến đổi đối tượng hoạt động hoặc điều chỉnh kiến thức sẵn có” [24]. TD nói chung và TDPP, TDST nói riêng của mỗi HS sẽ dược phát triển trong quá trình giải quyết các tình huống. Như vậy, một tình huống có vấn đề có tác dụng kích thích TD của tất cả các đối tượng HS cần thoả mãn các điều kiện sau:

- Tồn tại một vấn đề: Tính huống phải bộc lộ mâu thuẫn giữa thực tiễn với trình độ nhận thức, chủ thể phải ý thức được một khó khăn trong TD hoặc hành động mà vốn hiểu biết sẵn có chưa đủ để vượt qua [24].

- Gợi nhu cầu nhận thức, tức là người HS phải cảm thấy sự cần thiết, thấy mình có nhu cầu giải quyết. Tốt nhất là tình huống gây được "cảm xúc" làm cho HS ngạc nhiên, thấy hứng thú mà mong muốn giải quyết.

- Gây niềm tin ở khả năng: Nếu một tình huống tuy có vấn đề và vấn đề tuy hấp dẫn, nhưng nếu HS cảm thấy nó vượt quá xa so với khả năng của mình thì họ cũng không sẵn sàng giải quyết. Cần làm cho HS thấy rõ tuy họ chưa có ngay lời giải, nhưng đã có một số kiến thức, kỹ năng liên quan đến vấn đề đặt ra và họ tin rằng nếu tích cực suy nghĩ thì sẽ giải quyết được. Để tình huống có tác dụng kích thích TD của nhiều đối tượng HS khác nhau, GV nên chia quá trình giải quyết tình huống thành nhiều bước để tạo điều kiện cho các HS TB và dưới TB cùng tham gia vào quá trình giải quyết tình huống.

Theo tác giả Nguyễn Bá Kim: "Tri thức không phải là điều có thể dễ dàng cho không. Để dạy một tri thức nào đó, thầy giáo thường không thể trao ngay cho học sinh điều thầy muốn dạy, cách làm tốt nhất thường là cài đặt tri thức đó vào những tình huống thích hợp để học sinh chiếm lĩnh nó thông qua hoạt động tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo”[24]. Giới thiệu nội dung dạy học với tư cách là một tình huống gợi vấn đề làm cho nội dung đó trở nên hấp dẫn tạo khả năng kích thích TD tích cực của học sinh.

3.2.2. Kĩ thuật thiết kế tình huống dạy học:

Tùy vào mục tiêu dạy học cụ thể, nội dung dạy học cụ thể, thậm chí cả điều kiện dạy học cụ thể mà người dạy có thể thiết kế và tổ chức trên giờ học những kiểu tình huống dạy học sau:

- Tình huống có định hướng nhận thức: Tình huống này đậm nét trí tuệ và kích thích kinh nghiệm nhận thức hay hoạt động lí trí của người học bằng những nghịch lí, những sự vật hay giá trị mới lạ đối với người học, kích thích tri giác, sự huy động trí nhớ, suy luận, phán đoán hoặc các hành động nhận cảm trực tiếp. Kiểu tình huống này thường có liên hệ logic với nội dung học tập của bài trước hay chủ đề trước, với kết quả đạt được gần đây của người học. Như vậy, để có được những tình huống dạy học có định hướng nhận thức, người dạy phải biết kết hợp và tìm ra những mâu thuẫn hay nghịch lí giữa vấn đề học tập với kiến thức và kinh nghiệm nền tảng của người

học, hay mâu thuẫn giữa vấn đề học tập với một sự kiện hay hiện tượng nào đó trong thực tiễn. Đây là việc làm khó khăn đòi hỏi ở người dạy kinh nghiệm nghề nghiệp và sự tinh tế trong quan sát để gắn kết hoặc đối sánh giữa nội dung học tập với kinh nghiệm nền tảng của người học và sự đa dạng của hiện thực cuộc sống.

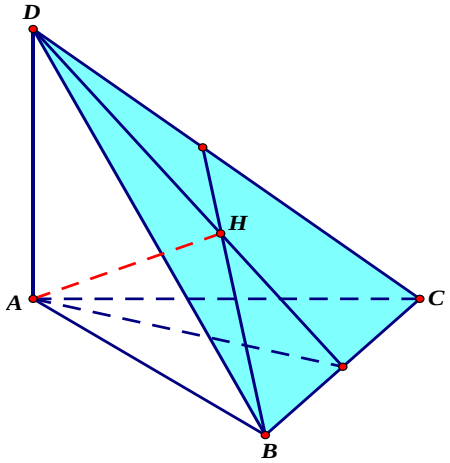
- Tình huống có định hướng vận động: Tình huống này có động thái sôi nổi, năng động, phấn khởi, sinh động, hướng vào kinh nghi ệm vận động của người học, kích thích sự cử động, tiếp xúc, hành vi tác động, sự di chuyển chú ý và các quá trình nhận thức như quan sát, tưởng tượng… Ta có thể sử dụng các công nghệ đa phương tiện hiện đại, các học liệu có hình thức biểu diễn sinh động những quá trình và hiện tượng phức tạp để tạo ra kiểu tình huống này.

Để tạo ra một tình huống dạy học có tác dụng kích thích TDPP, TDST của HS, người dạy có thể sử dụng một số cách thức như:

- Dự đoán nhờ nhận xét trực quan, thực hành hoặc hoạt động thực tiễn.
-Lật ngược vấn đề.
-Xem xét tương tự.
-Khái quát hóa.
-Khai thác kiến thức cũ đặt vấn đề dẫn đến kiến thức mới.
-Nêu một bài toán mà việc giải quyết cho phép dẫn đến kiến thức mới.
-Tìm sai lầm trong lời giải.

Theo lý thuyết Vưgôtsky về vùng phát triển gần nhất (zone of proximal development), những yêu cầu phải hướng vào vùng phát triển gần nhất tức là phải phù hợp với trình độ mà HS đã đạt tới ở thời điểm đó, không thoát ly cách xa trình độ này, nhưng họ vẫn còn phải tích cực suy nghĩ phấn đấu vươn lên thì mới thực hiện được nhiệm vụ đặt ra. Nhờ những hoạt động đa dạng với yêu cầu thuộc về vùng phát triển gần nhất, vùng này chuyển hoá dần thành vùng trình độ hiện tại, tri thức, kỹ năng, năng lực lĩnh hội được trở thành vốn trí tuệ của HS và những vùng trước kia còn ở xa nay được kéo lại gần và trở thành những vùng phát triển gần nhất mới. Cứ như vậy, HS leo hết nấc thang này tới nấc thang khác trong quá trình hoạt động và phát triển. Để tạo lập được môi trường thúc đẩy hoạt động học tập của HS, GV cần xây dựng những tình huống dạy học gần với "vùng phát triển gần nhất" của HS từ đó có thể khuyến khích sự "mạo hiểm" và kích thích nhu cầu chiếm lĩnh tri thức của họ. Việc dạy học có hiệu quả là quá trình tổ chức và điều khiển của GV sao cho sự "di chuyển" tri thức trong hai vùng này diễn ra một cách thuận lợi để giúp HS lĩnh hội tri thức một

cách tự giác, tích cực đồng thời phát triển năng lực tự học, phát triển kĩ năng vận dụng tri thức một cách sáng tạo. Đối với nội dung HHKG trong trường THPT chúng tôi xin đề xuất một số cách thức thiết kế tình huống có tác dụng kích thích TDPP, TDST của HS theo quan điểm vận dụng lý thuyết Vưgôtsky về vùng phát triển gần nhất:



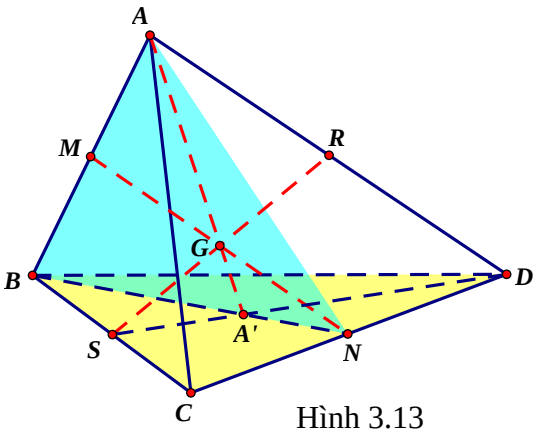
Hình 3.12

-Thiết kế tình huống dạy học dưới dạng một vấn đề, một bài toán có liên quan mật thiết với các kiến thức hình học phẳng hoặc các kiến thức mà HS vừa được học trước đó mà HS có thể nhận ra thông qua phép tương tự hóa hoặc phép khái quát hóa. Những tình huống kiểu này sẽ giúp HS phát triển TDPP của bản thân. Ví dụ: Có thể thiết kế tình huống giải bài tập "Cho hình tứ diện vuông ABCD đỉnh A, H là hình chiếu của A trên mp(BCD). Chứng minh rằng $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2}$" như sau:

"a/ Cho tam giác vuông ABC đỉnh A, H là hình chiếu của A trên BC. Tìm hệ thức liên hệ giữa $\frac{1}{AH^2}, \frac{1}{AB^2}, \frac{1}{AC^2}$.

b/ Cho hình tứ diện vuông ABCD đỉnh A, H là hình chiếu của A trên mp(BCD). Tìm hệ thức liên hệ giữa $\frac{1}{AH^2}, \frac{1}{AB^2}, \frac{1}{AC^2}, \frac{1}{AD^2}$" (Hình 3.12).

- Thiết kế tình huống dạy học dưới dạng một bài toán có cùng cấu trúc logic với một số bài toán mà HS được học trước đó: Mỗi bài toán được hình thành trên cơ sở thống nhất giữa hai thành tố: cấu trúc logic và vỏ ngôn ngữ. Nói cách khác: Bài toán = cấu trúc logic +vỏ ngôn ngữ. Cấu trúc logic là tổ hợp các điều kiện (giả thiết) của bài toán và kết luận rút ra từ giả thiết, nó được cấu thành thông qua các thuật ngữ logic, mệnh đề logic, các phép suy luận logic. Vỏ ngôn ngữ của bài toán là hình thức thể hiện cấu trúc bài toán. Việc khai thác cấu trúc logic hoặc vỏ ngôn ngữ của nó hoặc kết hợp cả hai là một phương thức tạo ra tình huống. Ví dụ: Để dạy học tính chất của trọng tâm tứ diện, GV có thể thiết kế tình huống như sau: "Hãy giải bài toán: Cho tứ



Hình 3.13

diện ABCD. M, N , G là trung điểm AB, CD, MN. Gọi A’ là trọng tâm tam giác BCD. Chứng minh rằng A, G, A’ thẳng hàng và A’G/A’A =1/4.

b/ Từ đó chứng minh rằng: Trong hình tứ diện ABCD, Ba đường trung bình MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm G của mỗi đường.

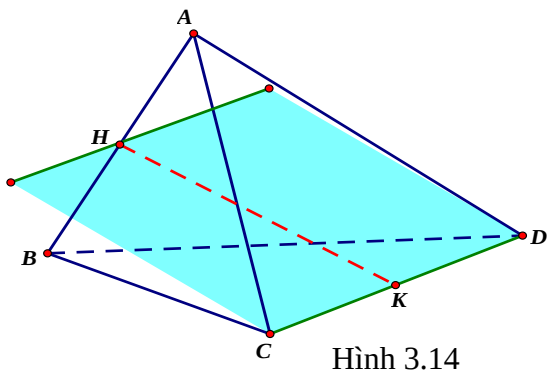
Bốn đường trọng tuyến AA’, BB’, CC’, DD’ đồng quy tại G và A’G/A’A = B’G/B’B = C’G/C’C = D’G/D’D = 1/4” (Hình 3.13)

- Thiết kế tình huống dạy học dưới dạng một bài toán có cùng phương pháp với một lớp bài toán mà HS được học trước đó nhưng ở mức độ khó tăng dần. Các tình huống kiểu này sẽ kích hoạt TDST ở HS.

Ví dụ: Để dạy học bài toán: Chứng minh thể tích của hình tứ diện ABCD bằng $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB.CD.d_{(AB,CD)}.\sin(AB,CD)$ ” có thể thiết kế tình huống như sau: Cho tứ diện ABCD có AB = a, CD = b.Tìm thể tích của tứ diện ABCD trong 2 trường hợp:

TH1: AB $\perp$ CD và đường vuông góc chung của AB và CD là HK = h.

TH2: (AB,CD) = α và $d_{(AB,CD)} = h$.



Hình 3.14

Quy trình xây dựng, triển khai một tình huống trong dạy học toán có thể chia làm 2 giai đoạn và 6 bước như sau:

Giai đoạn 1: Giai đoạn tạo dựng tình huống .

Bước 1: Xác định mục đích, nội dung của tình huống .

- Xác định mục đích của tình huống: Tình huống được xây dựng nhằm bồi dưỡng cho HS những năng lực TD và những tri thức gì ?

- Xác định nội dung của tình huống: Tình huống chứa đựng những thông tin nào trong sách giáo khoa toán phổ thông?

Bước 2: Thiết kế tình huống cụ thể:

-Đề ra nhiệm vụ cho HS: có thể thông qua phiếu học tập, sử dụng công cụ công nghệ thông tin, công cụ trực quan để thiết kế tình huống như một đoạn phim, một câu chuyện... dẫn đến nghịch lí.

-Dự kiến các cách nghĩ khác nhau của HS và phương án giải quyết.

-Dự kiến các chướng ngại, những mâu thuẫn và cách xử lý.

-Dự kiến những biện pháp giúp HS tương tác với bạn học, với GV, với môi trường do GV tạo ra; dự kiến những câu hỏi phụ, những gợi ý giúp HS vượt qua chướng ngại, xử lí các mâu thuẫn.

-Dự kiến cách thức xác nhận kiến thức.

-Dự kiến cách thức đánh giá HS.

Giai đoạn 2: Giai đoạn triển khai tình huống.

Bước 3. Chỉ dẫn: Bước này do GV thực hiện. GV cần có sự chỉ dẫn về hệ thống quy tắc hay các luật quy định trong từng hoạt động của tình huống tới các HS.

Bước 4: Triển khai tình huống theo kịch bản.

Bước 5: Thầy giáo thực hiện vai trò thể chế hoá. GV ra quyết định để điều khiển, điều chỉnh và xử lý chướng ngại (nếu có) và xác nhận kiến thức.

Bước 6: Đánh giá.

Việc đánh giá HS đảm bảo tính liên tục và toàn diện bao gồm cả đánh giá năng lực TD, kiến thức, kĩ năng, thái độ, khả năng tương tác, hợp tác trong suốt quá trình HS tham gia giải quyết tình huống.

3.2.3. Một số ví dụ về thiết kế tình huống trong dạy học HHKG lớp 11 THPT:

Ví dụ 1: Tình huống dạy học khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

*Mục tiêu: HS hiểu được khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng đồng thời tự xây dựng được quy trình xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

*Thiết kế tình huống:

1) Cho đường thẳng a $\perp$ mp (P). Xét đường thẳng d nằm trên mp(P). Tìm (a, d).

2) Cho đường thẳng a // mp (P) và a' là hình chiếu vuông góc của a trên mp(P). Xét đường thẳng d$\subset$ (P). So sánh góc giữa a và a' với góc giữa a và d (kí hiệu (a,d)).

3) Cho đường thẳng a cắt mp (P) tại A, a không vuông góc với mp (P) và a' là hình chiếu vuông góc của a trên mp(P). Xét đường thẳng d nằm trên mp(P) và đi qua A. So sánh góc giữa a và a' với góc giữa a và d.

4) Cho đường thẳng a và mp(P). Có thể quan niệm số đo góc giữa đường thẳng a và mp(P) bằng giá trị nhỏ nhất của số đo góc giữa đường thẳng a và đường thẳng d, trong đó d là đường thẳng nằm trong mp (P). Em hãy nêu định nghĩa về góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Đây là tình huống có tác dụng bồi dưỡng cho HS nhiều yếu tố của TDPP, TDST như : khả năng xem xét đối tượng trên nhiều khía cạnh khác nhau; có cái nhìn sinh động từ nhiều phía đối với các sự vật hiện tượng; khả năng so sánh, sắp xếp,

phân loại các thông tin; khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới … Trong tình huống này, các HS khá, giỏi có thể giải quyết được cả 4 phần ; HS TB và dưới TB sẽ giải quyết được phần 1) và phần 2) và tìm được cách giải quyết phần 3), phần 4) thông qua thảo luận với bạn học, với GV.

*GV xác nhận kiến thức :

1) $(a,d) = 90^0$.

2) Do $a//mp(P)$ nên $a//a' \Rightarrow (a,a') = 0^0$. Vậy $(a,d) \geq (a,a')$ dấu bằng xảy ra khi d//a'

3) Trên a lấy điểm M khác A. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên a', d thì H chính là hình chiếu của M trên mp(P). Do $MK \geq MH$ nên:

$\sin(a,d) = \sin MAK = \frac{MK}{MA} \geq \frac{MH}{MA} = \sin MAH = \sin(a,a')$, suy ra $(a,d) \geq (a,a')$ dấu bằng xảy ra khi d trùng với a'.

4)Nếu a $\perp$ mp (P) thì ta nói $(a,P) = 90^0$. Nếu a không vuông góc với mp(P) thì góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên mp(P) gọi là góc giữa a và mp(P).

Ví dụ 2: Để dạy học phần vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian ta, có thể tạo lập một tình huống dạy học như sau:

*Mục tiêu: HS hiểu được khái niệm hai đường thẳng cắt nhau, hai đường thẳng song song và hai đường thẳng chéo nhau.

*Thiết kế tình huống:

1) Cho hình lập phương ABCD A'B'C'D'. Hãy tìm mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng trong các cặp đường thẳng sau: AC và BD; AC và A'C'; AC và B'D'.

2) Hãy chỉ ra mối quan hệ giữa hai đường thẳng trong các cặp đường thẳng sau: AC và BD; AC và A'C'. Ta nói hai đường thẳng AC và B'D' là chéo nhau. Trong không gian cho hai đường thẳng phân biệt a và b, hãy chỉ ra các vị trí tương đối của hai đường thẳng đó?

3) Hai đường thẳng gọi là đồng phẳng nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng. Em hãy nêu định nghĩa về hai đường thẳng song song, hai đường thẳng chéo nhau.

*GV xác nhận kiến thức:

1) AC và BD cùng nằm trong mp(ABCD); AC và A'C' cùng nằm trongg mp(ACC'A'); không có mặt phẳng nào chứa cả hai đường thẳng AC và B'D'

2) AC và BD cắt nhau, AC và A'C' song song với nhau. Hai đường thẳng phân biệt a, b có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau.

3) Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung. Hai đường thẳng gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.

Ví dụ 3: Để dạy học Định lý Thales trong không gian, có thể tạo lập một tình huống dạy học như sau:

*Mục tiêu: Tất cả HS nắm vững nội dung định lý. HS khá, giỏi tìm ra cách chứng minh định lý; HS TB và dưới TB hiểu cách chứng minh định lý.

*Thiết kế tình huống: GV đưa ra bài toán sau: Cho ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ đôi một song song; đường thẳng a cắt $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C; đường thẳng b cắt $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A', B', C'. So sánh 2 tỉ số $\frac{AB}{BC}; \frac{A'B'}{B'C'}$ trong các trường hợp sau: 1) a // b 2) a và b cắt nhau 3) a và b chéo nhau

*Với tình huống này HS sẽ được dẫn dắt nhìn ra kết quả định lý đồng thời tìm ra cách chứng minh định lý.

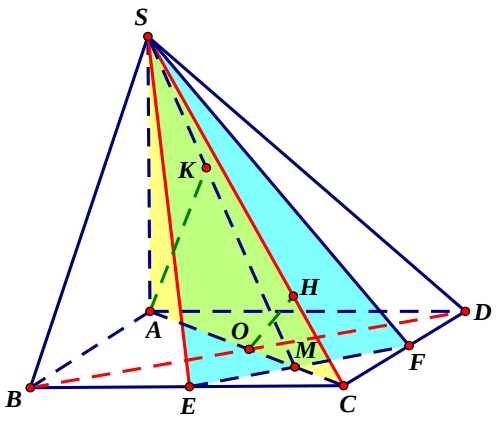
1) Nếu $a // b$: Khi đó ta có A, B, A', B' đồng phẳng và $AB // A'B'$. Gọi $(\alpha) = mp(a, b)$ thì (α) cắt hai mặt phẳng $(P), (Q)$ theo hai giao tuyến AA', BB' suy ra $AA' // BB'$. Vậy $AA'B'B$ là hình bình hành suy ra $AB = A'B'$.Tương tự $BC = B'C'$. Vậy $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

2) Nếu a và b không song song: Từ A' kẻ đường thẳng $a' // a$. a' cắt (Q) và (R) tại B'', C''. Ta có $AB = A'B''$, $BC = B''C''$. Vì $(Q) // (R)$ nên $B'B'' // C'C'' \Rightarrow$ $\Delta A'B'B'' \sim \Delta A'C'C'' \Rightarrow \frac{A'B''}{B''C''} = \frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AB}{BC}$. Vậy $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$.

Ví dụ 4: Để bồi dưỡng tri thức phương pháp giải bài toán tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau, có thể tạo lập một tình huống dạy học như sau:

*Mục tiêu: Bồi dưỡng tri thức phương pháp và củng cố kĩ năng tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

*Thiết kế tình huống: GV đưa ra bài toán: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tâm O, SA = $a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy. E là điểm nằm trên cạnh BC, BE = x $(0 < x \le a)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SE khi :



Hình 3.15

a) x = a b) x = $\frac{a}{2}$ c) 0 < x < a (Hình 3.15).

* Đây là tình huống có tác dụng bồi dưỡng cho HS nhiều yếu tố của TDPP, TDST như: khả năng xem xét đối tượng trên nhiều khía cạnh khác nhau; Có cái nhìn sinh động từ nhiều phía đối với các sự vật hiện tượng; Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc, biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã có những yếu tố thay đổi; Khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước… Với tình huống này HS sẽ có cái nhìn "động" dưới nhiều góc độ khác nhau về bài toán tìm khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau.

Ở TH1, khi x = a thì SE trùng với SC, HS gọi H là hình chiếu của O trên SC, chỉ ra rằng OH là đường vuông góc chung của SC và BD, từ đó $d_{(SC,BD)} = OH = \frac{a}{2}$.

Ở TH2, khi x = $\frac{a}{2}$, Gọi F là trung điểm của CD thì:

$d_{(BD,SE)} = d_{(BD,(SEF))} = d_{(O,(SEF))} = \frac{1}{3}d_{(A,(SEF))}$. Gọi M là giao điểm của EF và AC, K là hình chiếu của A trên SM, dễ thấy AK$\perp$ (SEF). Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{8}{9a^2}$. Suy ra: $d_{(BD,SE)} = \frac{1}{3}d_{(A,(SEF))} = \frac{1}{3}AK = \frac{a\sqrt{2}}{5}$.

Ở TH3, cách giải tương tự như TH2, tuy nhiên HS phải tính AK theo a và x.

3.3. Tăng cường sử dụng hệ thống câu hỏi hiệu quả nhằm định hướng và thúc đẩy tư duy phê phán, tư duy sáng tạo của tất cả các đối tượng học sinh

3.3.1.Hệ thống câu hỏi hiệu quả:

Câu hỏi là kiểu câu nghi vấn, có mục đích tìm hiểu, làm rõ sự kiện hay sự vật nhất định, đòi hỏi sự cung cấp, giải thích, nhận xét, đánh giá thông tin về sự vật, sự mô tả, phân tích, so sánh có liên quan đến sự vật và về bản thân sự vật dưới hình thức trả lời, đáp lại [23].

Qua tham khảo phương pháp đặt câu hỏi của triết gia vĩ đại Socrat và các nghiên cứu các của các tác giả như Dyer &Moynihan (2000), Ivan Hannel (1999) …về "*câu hỏi hiệu quả trong cao dạy học-HEQ*" [97], kết hợp với kinh nghiệm thực tiễn trong dạy học, chúng tôi đề xuất việc xây dựng *Hệ thống câu hỏi hiệu quả trong dạy học môn Toán. Đó là hệ thống các câu hỏi có phạm vi trả lời rộng, huy động được nhiều*

hoạt động trí tuệ, TD của HS và lôi cuốn được tất cả các đối tượng HS tham gia vào bài học với một thái độ chủ động, tích cực.

Hệ thống câu hỏi hiệu quả có các đặc trưng cơ bản sau:

a) *Hệ thống câu hỏi dẫn dắt HS suy nghĩ đi từ điều đã biết đến điều chưa biết, đi từ vốn kiến thức đã có đến kiến thức mới, giúp HS suy nghĩ và trả lời theo trình tự phát triển của TD, rèn luyện cho họ ý chí kiên trì vượt qua khó khăn để đạt thành công trong học tập. Các câu hỏi có tác dụng phát triển TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng và lôi cuốn tất cả các đối tượng HS tham gia trả lời. Để làm được điều này GV có thể xây dựng các câu hỏi dựa theo các mức độ nhận thức do Benjamin Bloom (1956) và Lorin Anderson (1999) đề xuất:*

•Câu hỏi Nhớ - Nhận biết : Mục tiêu của loại câu hỏi này là để kiểm tra trí nhớ của HS về các dữ liệu, số liệu, các định nghĩa, tên tuổi, địa điểm,...Việc trả lời các CH này giúp HS ôn lại được những gì đã học, đã đọc hoặc đã trải qua.

•Câu hỏi Thông hiểu – Liên kết: Mục tiêu của loại câu hỏi này là để kiểm tra cách HS liên hệ, kết nối các dữ liệu, số liệu, tên tuổi, địa điểm, các định nghĩa…Việc trả lời các câu hỏi này cho thấy HS có khả năng diễn tả bằng lời nói, nêu ra được các yếu tố cơ bản hoặc so sánh các yếu tố cơ bản trong nội dung đang học. Những kỹ năng cụ thể cho quá trình này bao gồm diễn giải, tìm ví dụ minh hoạ, phân loại, tóm lược, suy luận, so sánh, và giải thích.

•Câu hỏi Vận dụng: Mục tiêu của loại câu hỏi là để kiểm tra khả năng áp dụng các dữ liệu, các khái niệm, các quy luật, các phương pháp… vào hoàn cảnh và điều kiện tương tự hoặc hoàn cảnh và điều kiện mới. Việc trả lời các câu hỏi áp dụng cho thấy Hs có khả năng hiểu được các quy luật, các khái niệm… có thể lựa chọn tốt các phương án để giải quyết, vận dụng các phương án vào thực tiễn. Khi đặt câu hỏi cần tạo ra những tình huống mới khác với điều kiện đã học trong bài học.

•Câu hỏi Phân tích: Mục tiêu của loại câu hỏi này là để kiểm tra khả năng phân tích nội dung vấn đề bao gồm chia nhỏ kiến thức thành nhiều phần và TD để tìm ra mối quan hệ của chúng với cấu trúc tổng thể, từ đó đi đến kết luận, tìm ra mối quan hệ hoặc chứng minh một luận điểm. Việc trả lời câu hỏi này cho thấy HS có khả năng tìm ra được mối quan hệ mới, tự diễn giải hoặc đưa ra kết luận. Việc đặt câu hỏi phân tích đòi hỏi HS phải giải thích được các nguyên nhân từ thực tế. Các câu hỏi phân tích thường có nhiều lời giải (thể hiện sáng tạo) bao gồm chia nhỏ kiến thức thành nhiều

phần và TD để tìm ra mối quan hệ của chúng với cấu trúc tổng thể. HS phân tích bằng cách chỉ ra sự khác nhau, tổ chức và tổng hợp.

•Câu hỏi Đánh giá: Mục tiêu của loại câu hỏi này là kiểm tra xem HS có thể đóng góp ý kiến và đánh giá các ý tưởng, giải pháp,… dựa vào những tiêu chuẩn đã đề ra.

•Câu hỏi Tổng hợp – Sáng tạo: Mục tiêu của câu hỏi loại này là để kiểm tra xem HS có thể đưa ra những dự đoán, giải quyết vấn đề, đưa ra câu trả lời hoặc đề xuất có tính sáng tạo. Câu hỏi tổng hợp – sáng tạo thúc đẩy sự sáng tạo của HS, các em phải tìm ra những nhân tố và ý tưởng mới để có thể bổ sung, cho nội dung. Để trả lời câu hỏi tổng hợp – sáng tạo khiến HS phải: dự đoán, giải quyết vấn đề và đưa ra các câu trả lời sáng tạo. Cần nói rõ cho HS biết rõ rằng các em có thể tự do đưa ra những ý tưởng, giải pháp mang tính sáng tạo, tưởng tượng của riêng mình. GV cần lưu ý rằng câu hỏi loại này đòi hỏi một thời gian chuẩn bị khá dài, vì vậy hãy để cho HS có đủ thời gian tìm ra câu trả lời.

Các câu hỏi Thông hiểu – liên kết, Vận dụng, Phân tích, Đánh giá, Tổng hợp có tác dụng bồi dưỡng TDPP cho HS; các câu hỏi Phân tích; Tổng hợp – Sáng tạo sẽ bồi dưỡng cho HS TDST. Nhiệm vụ của HS khá, giỏi là trả lời cả 6 dạng câu hỏi. HS TB và dưới TB có thể trả lời được các câu hỏi Nhớ - Nhận biết , Vận dụng, Thông hiểu – Liên kết và tìm câu trả lời cho các loại câu hỏi còn lại qua thảo luận với bạn học và GV.

b) *Các câu hỏi hiệu quả có chiều sâu và phạm vi rộng. Chiều sâu và phạm vi câu hỏi được xác định bởi cả độ rộng của tập hợp các phương án trả lời và số lượng, chất lượng chiều sâu của các hoạt động trí tuệ, TD được huy động để trả lời câu hỏi. Để làm được điều này người GV có thể sử dụng ba biện pháp sau:*

•Tăng cường sử dụng các câu hỏi mang tính“ thách thức”. Đó là những câu hỏi đòi hỏi HS phải vận dụng kết hợp các kĩ năng phân tích, tổng hợp, đánh giá, lật ngược vấn đề. Khuyến khích HS suy nghĩ nhằm phát hiện ra bằng chứng cho những kiến thức mà họ đang có, áp dụng một cách phù hợp những kiến thức đó vào những tình huống cụ thể qua đó phát triển TDPP, TDST cho HS.

•Tăng cường sử dụng các câu hỏi kết thúc mở (Open-ended questions). Câu hỏi kết thúc mở là câu hỏi trong đó điều phải tìm kiếm, phải xem xét không được nêu lên một cách tường minh, HS phải đoán nhận, phát hiện, tìm kiếm tất cả các kết quả có thể xảy ra có thể bằng nhiều con đường khác nhau. GV sử dụng các câu hỏi có kết thúc mở để giúp HS :

-Tham gia tích cực hơn trong các bài học và thể hiện ý tưởng của mình thường xuyên hơn, có nhiều cơ hội hơn để sử dụng đầy đủ các kiến thức và kĩ năng của mình trong việc trả lời cho vấn đề đặt ra theo một số cách có ý nghĩa riêng.

-Tạo ra những thách thức đối với TD HS, từ đó nuôi dưỡng và thúc đẩy TD đặc biệt là TDST.

-Tạo điều kiện cho HS áp dụng nhiều cách tiếp cận và chiến lược khác nhau để đi đến kết quả.

-Kích thích mở ra những trao đổi hoặc tranh luận thúc đẩy sự hợp tác, tương tác giữa các HS và giữa HS với GV.

Để xây dựng câu hỏi có kết thúc mở, GV có thể sử dụng một số cách thức sau:

-Thay việc chứng minh một kết quả cho sẵn bằng yêu cầu đoán nhận, phát hiện và chứng minh kết quả.

-Thay việc tìm kiếm, chứng minh một kết quả bằng việc chứng minh, tìm kiếm nhiều kết quả khác có thể có.

-Thay việc tìm ra kết quả bằng một con đường duy nhất bằng việc sử dụng nhiều con đường để đi đến kết quả.

•Tăng cường sử dụng các câu hỏi mở rộng (Extension questions). Những câu hỏi "mở rộng" nhằm khai thác những thông tin sâu hơn, rộng hơn dựa trên câu trả lời trước đó. Có ba loại câu hỏi "mở rộng" chính:

- Thứ nhất, những câu hỏi "làm sáng tỏ", nhằm làm rõ, giải thích hay chi tiết, cụ thể hóa những ý tưởng trong câu trả lời trước. Câu hỏi làm sáng tỏ cung cấp cho GV và HS nhiều thông tin giá trị. Nó được dùng nhiều nhất để giải thích từ ngữ còn mơ hồ. Ví dụ: Hãy diễn đạt bằng các từ khác cho ý tưởng…; Tôi chưa rõ ý của em về …; Hãy giải thích ý của em là gì khi em nói là …; Em sẽ giải thích những gì An nói theo cách hiểu của em như thế nào?; Cách diễn đạt khác khi nói về điều này là gì?

-Thứ hai, câu hỏi "hỗ trợ", là loại câu hỏi nhằm thăm dò lý do của HS. Ví dụ: Tại sao?; Cách lập luận của em là gì?; Phương pháp của em là gì?; Sao em lại khẳng định như vậy?; Tại sao điều đó có nghĩa?; Em có bằng chứng gì để chứng minh không?; Cái gì khiến em đưa ra kết luận đó?; Chi tiết nào trong bài ủng hộ khẳng định của em?

- Thứ ba, câu hỏi "xây dựng", cũng tương tự như câu hỏi hỗ trợ, tuy nhiên nó xa và sâu hơn ở chỗ HS được hỏi để chỉnh trang lại câu trả lời ban đầu của họ. Ví dụ: Nó trông như thế nào?; Điều gì sẽ xảy ra nếu …?; Cái gì còn thiếu?; Hãy cho tôi biết thêm về…; Hãy cho ví dụ?

•Sử dụng những câu hỏi để khuyến khích sự đa dạng trong các câu trả lời của HS như: "Một câu trả lời khác biệt hoàn toàn là gì?", "Giải pháp khác là gì?", "Các phương án thay thế khác là gì?"

3.3.2.Một số kĩ thuật sử dụng hệ thống câu hỏi hiệu quả:

• GV viết ra những câu hỏi chứa đựng nội dung chính cùng với các câu hỏi phụ xung quanh câu hỏi chính, các câu hỏi này sẽ được sử dụng nếu câu hỏi đầu tiên không thành công.

• GV chuẩn bị những câu hỏi cụ thể, phù hợp với những nội dung trọng tâm của bài học và viết ra những câu hỏi chính lên bảng để HS luôn có thể nhìn thấy những câu hỏi đó.

• GV dành thời gian chờ đợi để HS suy nghĩ tìm câu trả lời hoặc đáp lại yêu cầu của GV. Với mỗi câu hỏi đưa ra, tùy theo tình huống, GV sẽ chờ đợi đủ thời gian để HS suy nghĩ trả lời. Thời gian chờ đợi có thể khoảng 5 đến 10 giây đủ để HS suy nghĩ về vấn đề được GV đưa ra, hoặc lâu hơn nếu câu hỏi là phức tạp đối với HS.

•GV tích cực hóa hoạt động của tất cả các HS bằng cách:

-GV chuẩn bị trước bảng các câu hỏi và nói với học sinh : "các em sẽ được lần lượt được gọi lên để trả lời câu hỏi" hoặc "Thầy sẽ gọi một HS bất kì trả lời câu hỏi"

- GV sẽ không đưa ra ý kiến hoặc nhận xét đánh giá ngay lập tức về câu trả lời của HS. Khi một học sinh phát biểu ý kiến nào đó, hãy hỏi một học sinh khác (hoặc một vài học sinh khác) nhận xét về ý kiến trên. Ví dụ, GV có thể hỏi: "An, em nghĩ sao về ý kiến của Bình?"

•GV chấp nhận và hoan nghênh sự đa dạng trong các câu trả lời của HS. Chấp nhận các câu trả lời khác nhau tức là GV luôn tích cực tìm kiếm nhiều câu trả lời và chưa vội đưa ra những đánh giá, phán xét các câu trả lời của HS. Khi GV có thể chấp nhận các câu trả lời khác nhau, một số lượng lớn HS sẽ tham gia. Do đó, sẽ nhận được nhiều ý kiến hơn. Khi nhiều HS tham gia và tích cực thảo luận, thì cả lớp học sẽ có trách nhiệm lớn hơn với cuộc thảo luận. HS sẽ lắng nghe những HS khác nhiều hơn qua đó thúc đẩy TDPP. Để làm được việc này GV cần thực hiện các hoạt động sau:

- Yêu cầu học sinh lập một bảng kê khai các câu hỏi mà học sinh đã đóng góp câu trả lời và số lần đóng góp.

-Nói cho HS biết rằng họ phải tham gia xây dựng ít nhất hai lần trong một cuộc thảo luận hoặc một hoạt động nào đó và hãy cho điểm thưởng hoặc tuyên dương những HS nào tham gia tích cực.

-Trước khi gọi HS trả lời, hãy yêu cầu HS viết câu trả lời ra giấy.

3.3.3.Ví dụ về xây dựng hệ thống câu hỏi hiệu quả trong một số tình huống dạy học

Ví dụ 1: Xây dựng và sử dụng hệ thống câu hỏi hiệu quả dạy học khái niệm đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau :

***Mục tiêu**: HS hiểu được khái niệm đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau, khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau và rút ra được một số phương pháp để tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau .

***Thiết kế hệ thống câu hỏi**:

Câu hỏi 1(CH1) (mức độ nhớ - nhận biết): Em hãy phát biểu định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và định lí về điều kiện cần và đủ để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ?

CH2 (mức độ liên kết – thông hiểu; câu hỏi có yếu tố mở rộng): Cho 2 đường thẳng a, b chéo nhau nằm trong 2 mặt phẳng song song với nhau (P) và (Q). Có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng a và b? Hãy nêu cách xác định các đường thẳng như thế.

CH3 (mức độ liên kết – thông hiểu ; câu hỏi có yếu tố mở rộng): Có bao nhiêu đường thẳng cắt đường thẳng a và vuông góc với cả hai đường thẳng a, b? Hãy nêu cách xác định các đường thẳng như thế.

CH4 (mức độ phân tích): Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’. Tìm đường thẳng cắt và vuông góc hai đường thẳng a, b trong các TH:

a) a ≡ AB, b ≡ B’C’ b) a ≡ AB, b ≡ B’D’

CH5 (mức độ tổng hợp, đánh giá; câu hỏi có tính “thách thức”): Nêu cách vẽ đường thẳng cắt và vuông góc hai đường thẳng a, b trong trường hợp a, b chéo nhau nằm trong 2 mặt phẳng song song với nhau (P) và (Q). Có bao nhiêu đường thẳng cắt và vuông góc hai đường thẳng a, b.

CH6 (mức độ tổng hợp, đánh giá): Giả sử đường thẳng d vuông góc hai đường thẳng a, b và cắt a, b lần lượt tại A, B. Với M, N lần lượt là các điểm thuộc a, b. So sánh MN và AB.

Có thể thay câu hỏi trên bởi một câu hỏi có tính “thách thức” như sau :

Với M, N lần lượt là các điểm thuộc a, b, tìm vị trí của M, N để độ dài MN là nhỏ nhất?

CH7 (mức độ tổng hợp): Đoạn thẳng AB dựng được ở trên được gọi là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b. Nêu cách dựng đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau bất kỳ?

CH8 (mức độ tổng hợp, sáng tạo; câu hỏi có kết thúc mở và có tính "thách thức"): Với M, N lần lượt là các điểm thuộc a, b, người ta quan niệm khoảng cách giữa 2 đường thẳng a, b chính là giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN. Em hãy phát biểu định nghĩa về khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b theo một cách khác. Hãy nêu phương pháp tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

***Sử dụng hệ thống câu hỏi:**

- GV dự kiến phương án trả lời và chuẩn bị các câu hỏi bổ trợ như sau:

Trả lời câu hỏi 1 (TLCH1): ĐN: Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mp(P) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mp(P).

ĐL: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.

TLCH2: Có vô số đường thẳng vuông góc với cả 2 đường thẳng a, b. Đó là tất cả các đường thẳng vuông góc với cả 2 mặt phẳng (P) và (Q).

TLCH3: Có vô số đường thẳng vuông góc với cả hai đường thẳng a, b và cắt đường thẳng a. Đó là tất cả các đường thẳng vẽ từ một điểm bất kỳ trên đường thẳng a và vuông góc với mặt phẳng (Q).

TLCH4: Đường thẳng BB'.

TLCH5: Cách vẽ đường thẳng d cắt và vuông góc hai đường thẳng a, b*:*

- Dựng a' là hình chiếu vuông góc của a trên mặt phẳng (Q).
- Tìm B là giao điểm của a' và b.
- Từ B, dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (Q). Khi đó, d là đường thẳng thỏa mãn tính chất trên. Qua phép dựng thì d là đường thẳng duy nhất.

Câu hỏi phụ sẽ sử dụng khi HS không trả lời được CH5:

Dựng a' là hình chiếu vuông góc của a trên mặt phẳng (Q). Gọi d là đường thẳng cắt và vuông góc hai đường thẳng a, b. Xét vị trí tương đối giữa d và d'. Nêu cách dựng đường thẳng d cắt và vuông góc hai đường thẳng a, b.

TLCH6: Qua A dựng đường thẳng d//MN, d cắt mp(Q) tại C. Khi đó $MN = AC \geq AB$

Độ dài MN là nhỏ nhất khi M≡A, N≡B.

TLCH7: Cách dựng đường thẳng cắt và vuông góc cả hai đường thẳng chéo nhau a, b bất kỳ.

- Dựng mặt phẳng (Q) đi qua đường thẳng b và (Q) // a.
- Dựng a' là hình chiếu vuông góc của a trên mặt phẳng (Q).
- Tìm B là giao điểm của a' và b.
- Từ B, dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (Q). Qua phép dựng thì đường thẳng d là duy nhất.

TLCH8: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ một trong hai đường thẳng đó đến mặt phẳng song song với nó , chứa đường thẳng còn lại

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

Câu hỏi phụ sẽ sử dụng khi HS không trả lời được CH8:

Cho 2 đường thẳng a, b chéo nhau nằm trong 2 mặt phẳng song song với nhau (P) và (Q). Hãy so sánh các khoảng cách sau : $d_{(a,b)}$; $d_{(a,(Q))}$; $d_{(b,(P))}$; $d_{((P),(Q))}$. Hãy nêu phương pháp tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

-Trước khi dạy học phần này, GV viết lên bảng câu hỏi lớn: " Khoảng cách giữa 2 đường thẳng chéo nhau là gì? Tìm nó bằng cách nào?"

-Đối với các câu hỏi 1, 2, 3 GV sẽ chờ đợi HS trả lời trong thời gian 10 giây và tuyên bố với HS "các em sẽ được lần lượt được gọi lên để trả lời câu hỏi".

-Đối với các câu hỏi 4 GV sẽ chờ đợi HS trả lời trong thời gian 1-2 phút và tuyên bố với HS "Thầy sẽ gọi một HS bất kì trả lời câu hỏi".

-Đối với các câu hỏi 5,6,7 GV yêu cầu viết ra giấy câu trả lời và sẽ chờ đợi HS trả lời trong thời gian 1-3 phút. GV có thể sử dụng câu hỏi phụ nêu ở phần trên nếu HS hầu như không trả lời được câu hỏi. Sau khi một HS phát biểu ý kiến GV hãy hỏi các HS khác nhận xét về ý kiến phát biểu của bạn.

-Đối với câu hỏi 8 GV yêu cầu viết ra giấy câu trả lời và sẽ chờ đợi HS trả lời trong thời gian 3 phút. GV có thể sử dụng câu hỏi phụ nêu ở phần trên nếu HS hầu như không trả lời được câu hỏi. Sau khi một HS phát biểu ý kiến GV hãy hỏi các HS khác "Theo em có còn phương pháp nào khác không?"

-GV yêu cầu mỗi HS thống kê số câu trả lời mà mình đã đóng góp cho mỗi câu hỏi và khen ngợi, tuyên dương những HS có nhiều câu trả lời.

Ví dụ 2: Xây dựng và sử dụng hệ thống câu hỏi hiệu quả dạy học định lí về điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau :

***Thiết kế hệ thống câu hỏi**:

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'.

CH1(mức độ nhớ - nhận biết, câu hỏi mở): Tìm góc giữa mp(AA'B'B) và mp(ABCD). Tìm các đường thẳng nằm trong (AA'B'B) và vuông góc với (ABCD)

CH2 (mức độ tổng hợp; câu hỏi có yếu tố mở rộng) : Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Tồn tai hay không một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với mặt phẳng kia ? Hãy chứng minh nhận định của em.

CH3 (mức độ tổng hợp). Xét mp(α) qua AA'. Tìm góc giữa mp(ABCD) và mp(α).

CH4 (mức độ tổng hợp) Từ các câu trả lời trên hãy rút ra Định lý về điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau và trình bày chứng minh định lí?

CH5 (mức độ tổng hợp, câu hỏi có kết thúc mở): Hãy phát biểu các hệ quả được suy ra từ định lí ?

***Sử dụng hệ thống câu hỏi:**

- GV dự kiến phương án trả lời và chuẩn bị các câu hỏi bổ trợ như sau:

TLCH1: Do AA' và AD cùng vuông góc với AB nên ((AA'B'B), (ABCD)) = (AA',AD) = 90°. Các đường thẳng nằm trong (AA'B'B) và vuông góc với AB thì đều vuông góc với (ABCD).

HS có thể TL : Các đường thẳng nằm trong (AA'B'B) và // AA' thì đều vuông góc với (ABCD). Khi đó GV chỉ ra cho HS thấy các đường thẳng này vuông góc với AB.

TLCH2: Tất cả các đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng thì đều vuông góc với mặt phẳng kia. Thật vậy, giả sử $(P)\cap(Q)=c$. Trong (P) vẽ đường thẳng a vuông góc và cắt c tại O. Trong (Q) từ O vẽ đường thẳng b vuông góc với c. Khi đó $a\perp c, b\perp c, a\perp b$ (do (a,b) = ((P),(Q)) =90°). Suy ra $a\perp(Q), b\perp(P)$.

TLCH3: Giả sử $(\alpha)\cap(ABCD)=\Delta$. Khi đó $AA'\perp\Delta$. Trong (ABCD) qua A dựng b$\perp\Delta$ thì $((P),(Q))=(AA',b)=90^\circ$ (Do $AA'\perp(ABCD)$).

TLCH4: Định lí: Điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau là mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

Chứng minh định lí: Giả sử $(P)\perp(Q), (P)\cap(Q)=c$. Trong (P) vẽ đường thẳng a vuông góc và cắt c tại O. Trong (Q) từ O vẽ đường thẳng b vuông góc với c. Khi đó $a\perp c, b\perp c, a\perp b$ (do (a,b) = ((P),(Q)) =90°). Suy ra $a\perp(Q), b\perp(P)$.

Ngược lại, giả sử (P) chứa $a \perp (Q)$. Gọi O là giao điểm của a và (Q) suy ra O thuộc giao tuyến c của (P) và (Q). Trong (Q) dựng b qua O và vuông góc với c thì $((P),(Q)) = (a,b) = 90^\circ$ (Do $a \perp (Q)$).

Câu hỏi phụ sẽ sử dụng khi HS không chứng minh được định lí:

Giả sử $(P) \perp (Q), (P) \cap (Q) = c$, chứng minh rằng tồn tại đường thẳng a trong (P) và a$\perp$ (Q). Ngược lại, giả sử (P) chứa $a \perp (Q)$, chứng minh rằng $(P) \perp (Q)$.

TLCH5: -Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng kia

-Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. Nếu từ một điểm thuộc (P) dựng một đường thẳng a vuông góc với (Q) thì a nằm trong (P).

Câu hỏi phụ: Hãy rút ra 2 hệ quả từ việc chứng minh phần thuận của định lí ?

3.4. Tích cực hóa tư duy của tất cả các đối tượng học sinh thông qua việc tổ chức cho học sinh học tập trong các nhóm tương tác đa chiều

Trong phần này chúng tôi đề xuất các biện pháp nhằm thúc đẩy sự tương tác nhiều chiều giữa ba nhân tố chủ đạo gồm GV, HS và môi trường. Trong đó: HS là trung tâm của quá trình dạy học và được khơi dậy tính tích cực hoạt động, tích cực TD; GV là người tổ chức, hướng dẫn, giúp đỡ HS thực hiện nhiệm vụ học tập; Môi trường đóng vai trò ảnh hưởng, thích nghi đối với GV và HS. Môi trường ở đây được hiểu là những điều kiện cụ thể và đa dạng của quá trình dạy học do GV tạo ra, tổ chức cho HS hoạt động, thích nghi trên nền tảng những lựa chọn đúng đắn, phù hợp với yêu cầu đặt ra cho HS nhằm đạt được các nhiệm vụ dạy học.

Việc tổ chức cho HS học tập trong các nhóm học tập tương tác đa chiều được tiến hành theo 5 bước sau đây:

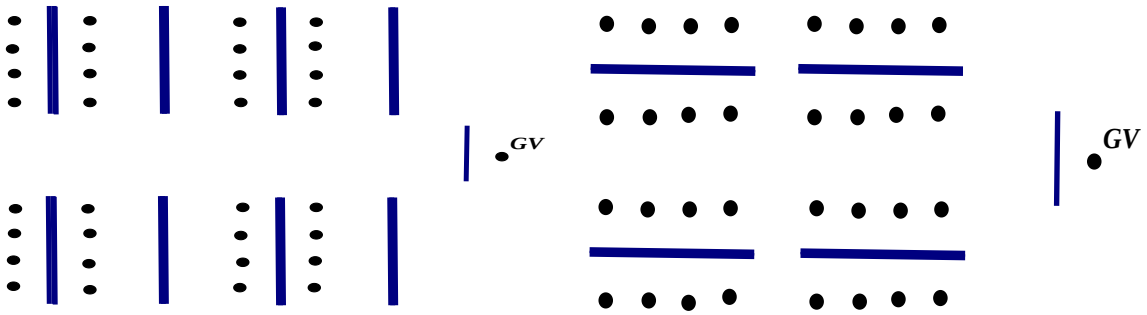
Bước 1: Nêu vấn đề, tình huống, nhiệm vụ nhận thức :

GV không chuyển giao trực tiếp tri thức cho HS mà chuyển giao một cách gián tiếp thông qua một tình huống gợi vấn đề để HS chấp nhận tình huống này như một tình huống nảy sinh từ nhu cầu nhận thức của bản thân.

Bước 2 : Tổ chức các nhóm học tập :

• *Thành lập nhóm học tập:* Trên cơ sở những dự kiến, GV hướng dẫn HS thành lập nhóm học tập tương tác và sắp xếp chỗ ngồi hợp lý. GV có thể bố trí HS giỏi, khá, TB và dưới TB ngồi phân bố tương đối đồng đều ở các bàn để tạo điều kiện cho các

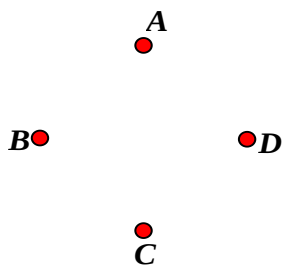
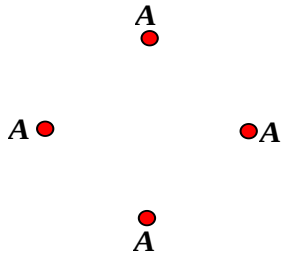
quá trình cộng tác, hợp tác giữa các HS (Hình 3.10). GV có thể sử dụng một trong 2 kiểu xếp chỗ ngồi cho các nhóm như sau (Hình 3.16):

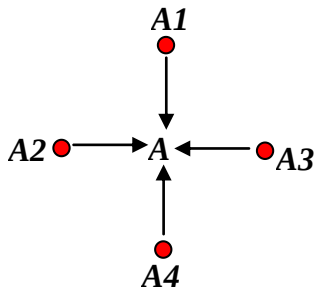
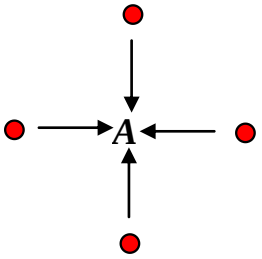


Hình 3.16

• *Hướng dẫn HS hoạt động nhóm*: Trước khi HS hoạt động nhóm, người GV nên hướng dẫn HS phân công vai trò trong nhóm bao gồm: nhóm trưởng, thư ký, quan sát viên, báo cáo viên,…Các vai trò này có thể thay đổi luân phiên trong các hoạt động học tập hợp tác.

• *Giao nhiệm vụ cho các nhóm học tập:* GV làm cho mọi HS hiểu rõ mục tiêu chung của cả nhóm và làm rõ trách nhiệm của mỗi các nhân HS trong việc thực hiện các mục tiêu chung đó. Trong phạm vi luận án, chúng tôi đề cập đến 4 mô hình cấu trúc nhiệm vụ nhóm [7].

Bảng 3.2. Bảng mô hình cấu trúc nhiệm vụ nhóm	
	Bốn HS ngồi với nhau như một nhóm nhưng mỗi em có một nhiệm vụ cá nhân khác nhau (A, B, C, D) và làm ra những kết quả cá nhân
	Các HS có nhiệm vụ cá nhân như nhau (A) để làm ra sản phẩm cá nhân. Tuy nhiên HS được phép trao đổi hay tương trợ nhau, tương tác giữa HS chỉ được khuyến khích, không bắt buộc

	Nhiệm vụ chung của nhóm (A) được chia nhỏ cho các thành viên (A1, A2, A3, A4). Nhiệm vụ cá nhân của mỗi HS là khác nhau và là một bộ phận của nhiệm vụ chung. HS phụ thuộc nhau bởi nhiệm vụ chung. Tương tác giữa HS được xây dựng trên mục tiêu chung của nhóm
	Cả nhóm thực hiện cùng một nhiệm vụ (A) để có một kết quả chung. Sự cộng tác được cấu trúc trong nhiệm vụ vì nhóm phải cùng nhau đặt kế hoạch, phân chia nhiệm vụ và phối hợp hoạt động. Tương tác giữa HS diễn ra trong suốt quá trình thực hiện nhiệm vụ

Trong 4 mô hình cấu trúc trên, chúng tôi giả định mỗi nhóm có 4 HS. Trong trường hợp nhóm có nhiều hay ít hơn 4 HS, GV vẫn có thể tổ chức giao nhiệm vụ nhóm theo định hướng trên bằng cách phân chia lại nhiệm vụ chung của nhóm hoặc giao cho 2 HS cùng làm một nhiệm vụ…Trong cả 4 phương án cấu trúc nhiệm vụ nhóm trên đây tương tác giữa các thành viên trong nhóm đều có thể được thiết lập nhưng ở các mức độ khác nhau. Trong phương án 3 và phương án 4, các thành viên trong nhóm vừa có thể hướng đến những mục tiêu chung của nhóm (cả nhóm làm ra sản phẩm chung) vừa có thể hướng tới những mục tiêu cá nhân (mỗi thành viên đóng một vai trò riêng, làm tốt và hiểu biết một cách sâu sắc phần công việc được phân công) – đây là các phương án khuyến khích và thúc đẩy mạnh mẽ sự tương tác, hợp tác.

Bước 3 : Tổ chức thực hiện, quản lí và điều chỉnh các tương tác :

a. HS độc lập tương tác với tình huống, vấn đề hay nội dung kiến thức: Trong tương tác này diễn ra hai trạng thái nhận thức liên tiếp của cá nhân HS đó là tự nhận thức và tự đánh giá. Đây là quá trình nội tương tác, là kiểu tương tác gián tiếp bằng các hình ảnh, biểu tượng của trí nhớ. Tương tác này diễn ra theo trình tự sau : 1/ Tiếp nhận nhiệm vụ, phát hiện vấn đề ; 2/ Định hướng giải quyết vấn đề ; 3/ Thu thập thông tin; 4/ Xử lí thông tin; 5/ Tái hiện kiến thức, xây dựng các giải pháp giải quyết; 6/ Thử nghiệm các giải pháp, xác định kết quả; 7/Đưa ra kết luận; 8/ Ghi lại kết quả và cách nghiên cứu (sản phẩm ban đầu).

Để hoạt động tương tác này có hiệu quả GV có thể sử dụng một số biện pháp sau:

-Tạo ra một tình huống dạy học hấp dẫn, gây hứng thú và phù hợp với HS: Tình

huống phải được xây dựng trên cơ sở sự phối hợp của 3 yếu tố sau: mục tiêu bài học; nhu cầu nhận thức của HS và trình độ nhận thức hiện có của HS.

- Tổ chức môi trường tương tác độc lập cho HS: GV cần quy định và dành quỹ thời gian cho hoạt động này trong tiến trình dạy học. Cần hướng dẫn HS các quy tắc như không trao đổi, tôn trọng người khác, không tạo tiếng ồn hay các hành động phân tán sự suy nghĩ của người khác khi họ đang tương tác độc lập.
- Khuyến khích HS tổ chức huy động các biểu tượng trong trí nhớ: Khuyến khích HS sử dụng các sơ đồ, biểu đồ, hình ảnh, sự mô phỏng, các kí hiệu... để góp phần tăng cường huy động trí nhớ và tái hiện các biểu tượng cũ.
- Khuyến khích HS tự đối thoại: Khuyến khích HS tưởng tượng, mở rộng bối cảnh, đặt mình vào hoàn cảnh của đối tác để đối thoại và tranh luận với chính mình về vấn đề học tập. Quá trình này sẽ giúp người học mở rộng TD và tạo ra kết quả nhận thức phong phú.
- Hình thành cho HS thói quen phân tích, so sánh những ưu thế, hạn chế của các cách giải quyết vấn đề, nhiệm vụ nhận thức.
- Hình thành cho HS thói quen ra quyết định đề xuất cách giải quyết vấn đề, nhiệm vụ nhận thức: Khuyến khích HS ra quyết định nhằm lựa chọn phương án tối ưu để giải quyết vấn đề, nhiệm vụ nhận thức.
- Hình thành cho HS thói quen tự tổng hợp tri thức của các thành viên trong nhóm đã đóng góp.

b. HS tương tác với các HS khác trong nhóm: Hoạt động tương tác này giúp các HS trong nhóm trao đổi tri thức cho nhau, thảo luận đi đến thống nhất, qua đó nhận thức nội dung chuẩn xác, sâu rộng hơn. Đồng thời, mỗi HS được công nhận tri thức sáng tạo đóng góp cá nhân và tạo ra tri thức mới có giá trị sáng tạo mang tính tập thể. Tương tác này diễn ra theo trình tự sau: 1/ Tự trình bày, giới thiệu, bảo vệ sản phẩm của mình ; 2/ Tỏ rõ thái độ của mình trước chủ kiến của bạn, có thể tham gia tranh luận; 3/ Tự ghi lại ý kiến của các bạn; 3/ Khai thác những gì đã hợp tác điều chỉnh sản phẩm ban đầu của mình thành một sản phẩm tiến bộ hơn. Để tổ chức tốt các tương tác này, GV cần tiến hành các hoạt động sau:

- Tạo ra sự phụ thuộc tích cực giữa các HS với nhau: Để tạo ra sự phụ thuộc tích cực, ta có thể sử dụng những cách thức như: Tạo ra sự phụ thuộc về mục tiêu học tập ; Sự phụ thuộc về phần thưởng; Sự phụ thuộc về tài nguyên học tập; Sự phụ thuộc về vai trò của mỗi thành viên trong nhóm; Sự phụ thuộc về môi trường hoạt động…

- Tăng cường các pha tương tác cộng tác : Trong quá trình làm việc hợp tác giải quyết nhiệm vụ học tập thường xuất hiện những tình huống, hay nhiệm vụ nhận thức mới, nó có thể tương đối xa rời mục tiêu hay nhiệm vụ ban đầu, song có tính thách thức cao về hoạt động trí tuệ của người học, chính tính thách thức của vấn đề học tập và động cơ học tâp tương đối cao ở người học thôi thúc họ tham gia vào các pha nghiên cứu cộng tác để giải quyết nhiệm vụ phát sinh. Tương tác hợp tác (cooperative learning) là sự chung sức của người học để cùng giải quyết một mục tiêu hay một nhiệm vụ được đặt ra từ trước; còn tương tác cộng tác (collaborative learning) cũng là sự chung sức của người học để giải quyết một nhiệm vụ học tập, nhưng nhiệm vụ này không phải được đặt ra từ trước mà do sự phát sinh trong quá trình học tập, người học cộng tác nghiên cứu nhằm thỏa mãn nhu cầu cá nhân nhiều hơn là một nhiệm vụ bắt buộc. Sự tương tác theo kiểu cộng tác cũng có thể được xem là ở một trình độ cao hơn so với tương tác hợp tác, chính là do lí tưởng học tập và tinh thần tự nguyện của người học. Trong quá trình học tập cộng tác thường các cá nhân hoạt động rất tích cực, nghiên cứu để khám phá theo chiều sâu của vấn đề, có sự tôn trọng và thừa nhận về năng lực giữa cá nhân người học. Để hoạt động học tập cộng tác của HS đạt hiệu quả cao, GV cần hình thành cho HS một số kĩ năng cụ thể như: mỗi người cần luôn ở lại và làm việc với nhóm một cách gắn bó; biết giữ im lặng, nói năng, phát biểu đúng lúc, đúng giọng, ôn hòa; biết chờ đợi để nghe ý kiến người khác và chờ đợi đến lượt mình phát biểu ý kiến cá nhân; chú ý động viên, lắng nghe những lời nhận xét của nhau; tìm hiểu những khó khăn của người khác và chia sẻ kinh nghiệm; biết chủ động hỗ trợ bạn và yêu cầu được hỗ trợ một cách tự tin, chân thực, cởi mở; biết trao đổi ý kiến, thảo luận …

- Hình thành cho HS thói quen chuẩn bị bản trình bày và các kĩ năng trình bày vấn đề trước nhóm: Hoạt động này giúp HS diễn đạt tri thức sáng tạo cá nhân một cách chính xác, rõ ràng, đồng thời giúp tạo dựng cách trình bày thuyết phục trước nhóm. Trong hoạt động này, HS lần lượt trình bày về tri thức sáng tạo cá nhân và các vấn đề chưa giải quyết được trong nhận thức.

- Khuyến khích HS trong nhóm cộng tác tìm kiếm tri thức sáng tạo của toàn nhóm: Trong quá trình tranh luận thì mỗi cá nhân HS đều thể hiện một cách tiếp cận mới trong giải quyết vấn đề học tập. Trên cơ sở này nhóm có xu hướng tìm ra cách thức giải quyết tối ưu. Vì vậy cộng tác trong nhóm dẫn đến sự công nhận các giải pháp chung trong nhận thức và tạo nên những sáng tạo có tính tập thể.

c.Hoạt động tương tác liên nhóm:

Hoạt động tương tác, cộng tác liên nhóm giúp các nhóm học tập chuyển tri thức cho nhau qua đó nhận thức nội dung bài học chuẩn xác và đầy đủ và sâu rộng hơn. Đồng thời hoạt động này công nhận các giá trị nhận thức sáng tạo của nhóm và tạo ra tri thức mới có giá trị sáng tạo toàn lớp học. Để thúc đẩy các tương tác liên nhóm, ngoài việc sử dụng các biện pháp đã nêu ở phần trên, GV cần kết hợp sử dụng các biện pháp như: Hình thành cho HS thói quen tổng hợp các tri thức sáng tạo chung của nhóm để trình bày trước lớp; Hình thành cho HS thói quen ghép các kết quả học tập của các nhóm và chuyển chúng thành tri thức mới có giá trị sáng tạo chung của toàn lớp học; Phát động phong trào thi đua, học tập lẫn nhau giữa các nhóm.

d.Tương tương tác giữa GV và HS:

Tương tác này diễn ra theo trình tự sau: 1/ Xử lí tình huống, giải quyết vấn đề theo sự hướng dẫn của thầy; 2/ Chủ động trao đổi với thầy, nhất là về cách học, cách làm; 3/ Tự ghi lại ý kiến kết luận của thầy; 4/ Học cách suy nghĩ, cách giải quyết vấn đề của thầy, tự kiểm tra, tự đánh giá, tự điều chỉnh sản phẩm ban đầu của mình. Để thúc đẩy tương tác này GV cần thực hiện một số hoạt động sau:

- Dựa trên sự phối hợp của 3 yếu tố là mục tiêu bài học, nhu cầu nhận thức của HS và trình độ nhận thức hiện có của HS, GV thiết kế các tình huống dạy học khuyến khích các tương tác hợp tác và cộng tác của HS qua đó khéo léo dẫn dắt các hoạt động của HS sao cho họ luôn cảm thấy mình tự tìm ra được kiến thức mà không có sự áp đặt của GV.
- GV tổ chức các nhóm học tập và phân công nhiệm vụ của từng cá nhân trong nhóm, các vai trò chính trong nhóm như: nhóm trưởng, thư ký, báo cáo viên, quan sát viên
- GV làm cho mọi HS hiểu rõ mục tiêu chung của cả nhóm và làm rõ trách nhiệm của mỗi các nhân HS trong việc thực hiện các mục tiêu chung đó. Đồng thời làm cho HS hiểu rằng cơ hội thành công của mỗi nhóm phụ thuộc vào thành công của mỗi cá nhân vì thế họ phải nỗ lực để nhóm đạt được kết quả cao nhất.
- GV giữ vai trò là người tổ chức thực hiện và điều chỉnh các tương tác.
- GV luôn đóng vai trò là người cố vấn, người định hướng, đôi khi là người tham dự để quá trình hợp tác nhóm thông suốt. GV là người giúp đỡ HS giải quyết các xung đột trong nhận thức, là người xác nhận, hợp thức hóa kiến thức.
- GV phải luôn theo dõi và chấm điểm thi đua kịp thời, chính xác.

Bước 4 : Kiểm tra, đánh giá (KT, ĐG)

Việc đánh giá HS phải đảm bảo tính liên tục và toàn diện bao gồm cả đánh giá kiến thức, kĩ năng, kết hợp với đánh giá sự tiến bộ trong tư duy và khả năng tương tác, hợp tác. Để làm được điều này, GV cần kết hợp cả 3 phương thức đánh giá: HS tự đánh giá, HS đánh giá lẫn nhau, GV đánh giá nhóm HS và cá nhân mỗi HS.

Trong các giờ học, GV cần khuyến khích HS tự theo dõi, đánh giá, điều chỉnh quá trình nhận thức của bản thân. Trong các hoạt động nhóm, GV hướng dẫn HS tự đánh giá năng lực nhận thức của mình với 3 trạng thái sau đây: Nhận thức không đầy đủ các mục tiêu của toàn nhóm; nhận thức đầy đủ các mục tiêu của toàn nhóm; nhận thức sáng tạo hơn so với các mục tiêu của toàn nhóm. Trong trường hợp nhận thức không đầy đủ các mục tiêu của bài học, HS sẽ điều chỉnh tương tác với GV, với nhóm và với các HS khác để tìm sự đánh giá tiếp theo.

Khuyến khích các HS tiến hành đánh giá tri thức sáng tạo cá nhân của bản thân và bạn học thông qua thảo luận, tranh luận trong nhóm: Sau khi mỗi HS đã trình bày hết các tri thức sáng tạo cá nhân, nhóm sẽ tiến hành tô chức tranh luận về tính chuẩn xác của tri thức sáng tạo cá nhân. Sự tranh luận này sẽ diễn ra theo hai chiều hướng: xung đột hoặc đồng thuận trong nhận thức. Xu hướng xung đột sẽ được giải quyết theo hướng đề xuất câu hỏi để tìm kiếm sự trả lời, sự trợ giúp đỡ, đánh giá từ nhóm khác hoặc từ GV. Xu hướng đồng thuận sẽ được giải quyết thông qua sự công nhận các giá trị tri thức sáng tạo giữa các HS với nhau.

Khi tổ chức các hoạt động học tập cho HS trong các nhóm tương tác tích cực, GV có thể đánh giá mỗi cá nhân HS và nhóm HS bằng cách cho điểm như sau: Điểm của nhóm sẽ tính vào điểm học tập cho từng cá nhân. Điểm thi đua của nhóm bao gồm: điểm trả lời trong phiếu học tập hoặc bài kiểm tra cá nhân; điểm báo cáo của cá nhân đại diện cho nhóm hoặc sản phẩm chung của nhóm; điểm đánh giá về các hoạt động hợp tác nhóm. Có thể cụ thể hóa việc đánh giá HS trong mỗi nhóm theo 2 cách thức sau:

- *KT, ĐG cá biệt hoá trong nhóm:* Với phương pháp này nội dung KT dành cho tất cả các HS trong lớp. Mỗi HS trong một nhóm HT phải thực hiện một bài KT dưới hình thức bài cá nhân. Nếu tất cả các thành viên nhóm nào đạt điểm khá từ 7 trở lên, nhóm đó mỗi thành viên được cộng thêm điểm thưởng 0,5-1,0 điểm (tuỳ vào mức độ khó, dễ của đề và mức điểm đạt được của HS mà GV có thể thiết lập mức thưởng ở các khung điểm khác nhau). Các thành viên trong nhóm và GV sẽ tìm ra các HS có nhiều ý kiến phát biểu đóng góp để cộng điểm thưởng từ 0,5-1,0 điểm cho các HS này (tùy

vào số lượng và chất lượng các ý kiến phát biểu của HS). Tuy nhiên điểm tối đa cho HS vẫn được tính bằng điểm 10. Kế sách cho điểm thưởng cộng vào điểm cá nhân trong biện pháp này vừa đảm bảo đánh giá được năng lực riêng biệt của từng HS trong nhóm vừa không làm giảm đi tính tích cực hợp tác và mối quan hệ phụ thuộc lẫn nhau trong nhóm học tập. Hình thức KT này gắn trách nhiệm của từng cá nhân với kết quả chung của nhóm, yêu cầu mỗi HS phải có trách nhiệm cá nhân cao hơn. Mặt khác nó đặt ra yêu cầu các thành viên trong nhóm phải tương trợ, giúp đỡ, trao đổi với nhau trong qua trình học tập để cùng đạt được kết quả KT, ĐG từ đó làm tăng tính phụ thuộc tích cực, giúp đỡ, hỗ trợ lẫn nhau giữa các thành viên trong nhóm.

- *Biện pháp KT, ĐG kết quả chung của nhóm:* Đây là phương pháp lấy kết quả học tập của nhóm làm đơn vị ĐG. Điểm của nhóm sẽ lấy làm điểm học tập chung của tất cả các thành viên. Như vậy, khác với hình thức KT truyền thống động viên các cá nhân cạnh tranh đạt thành tích cao nhất, ở phương pháp này cá nhân hưởng lợi từ thành quả chung của nhóm. Nó kích thích các cá thành viên biết phân chia nhiệm vụ, giao tiếp với nhau, hỗ trợ lẫn nhau, hợp tác với nhau để sao cho nhóm có thành tích cao nhất. Có 2 phương án tính điểm kết quả chung của nhóm:

+Phương án 1: Điểm cho cả nhóm được tính bằng điểm ngẫu nhiên một HS trong nhóm: GV mã hoá mỗi HS trong nhóm bằng các số thứ tự 1; 2; 3; 4. Sau khi giao nhiệm vụ, nhóm HS cùng nhau hoàn thành nhiệm vụ theo thời gian quy định. GV gọi ngẫu nhiên mỗi nhóm một HS lên trình bày sản phẩm và trả lời câu hỏi phụ để kiểm tra việc nhận thức của HS xoay quanh vấn đề vừa trình bày.

+Phương án 2: Kết quả điểm cho cả nhóm được tính bằng kết quả báo cáo hoạt động chung của nhóm. Phương pháp này nhằm mục đích kích thích, tăng cường sự nỗ lực của mỗi cá nhân nhưng nhấn mạnh xét trong sự liên kết, tương hỗ, chặt chẽ với nhau giữa các thành viên trong nhóm hợp tác để nhóm cùng nhau tiến bộvà đạt được kết quả học tập cao nhất.

Bước 5 : Tổng kết

GV ra quyết định để điều khiển, điều chỉnh và xử lý chướng ngại (nếu có), thực hiện vai trò hợp thức hóa kiến thức và đưa ra các kết luận. HS mong đợi GV chính xác hóa các kiến thức trong giờ học này, những kết luận về thi đua để "biết mình, biết người". Về kiến thức, GV có thể dùng các phương tiện dạy học để củng cố, thể chế hóa, khắc sâu kiến thức nhằm nâng cao sức thuyết phục đối với HS đồng thời tiết kiệm được thời gian. Trong thi đua, ngoài bảng thi đua còn có điểm cụ thể, GV

cần nhận xét thêm về các hoạt động hợp tác của các nhóm. GV nên đưa ra lời khen để nhóm hoạt động tốt hơn, đồng thời góp ý cho các nhóm và những thành viên chưa phát huy được vai trò của mình. Tổng kết giờ học vừa có ý nghĩa kết thúc giờ học, vừa có ý nghĩa chuẩn bị cho giờ học sau được tốt hơn.

Để tổ chức các nhóm học tập đạt hiệu quả cao theo mô hình giao nhiệm vụ của phương án 3 và phương án 4 được trình bày ở bước 2, trong khuôn khổ luận án chúng tôi đề xuất việc sử dụng 2 cấu trúc nhóm: cấu trúc nhóm ghép hình (Jigsaw) do Elliot Aronson khởi xướng và cấu trúc nhóm Đánh số (Numbered Heads) do Spencer Kagan đề xuất:

Cấu trúc nhóm Đánh số (Numbered Heads):

Đây là một kỹ thuật tạo ra quan hệ tương tác phụ thuộc tích cực lẫn nhau. Điểm nhấn của kỹ thuật này là HS vừa làm việc cá nhân với trách nhiệm cao tạo ra sản phẩm (hoặc một phần của sản phẩm) mang tính cá nhân, vừa phải biết thương lượng, trao đổi với nhau đi đến thống nhất tạo ra sản phẩm chung mang tính tập thể (nhóm); đồng thời các thành viên trong nhóm kiểm tra sự lĩnh hội của nhau để mỗi thành viên đều có thể chịu trách nhiệm trình bày kết quả học tập cho cả nhóm mình tạo ra [19]. Cách thực hiện:

+ Bước 1: Chia lớp thành các nhóm nhỏ ngẫu nhiên theo cách đếm số thứ tự theo bàn ngồi từ trên xuống dưới hoặc theo danh sách lớp, mỗi nhóm có 4 - 8 HS. Mỗi HS trong nhóm được nhận một con số 1; 2; 3; 4... Nhóm phân công nhiệm vụ cho các thành viên gồm: nhóm trưởng điều khiển quá trình thảo luận; thư ký ghi chép các ý kiến của các thành viên; người theo dõi thời gian...).

+ Bước 2: GV Giao nhiệm vụ dưới dạng một câu hỏi, một chủ đề thảo luận trước lớp. Hướng dẫn HS cách thức hoạt động và các nguyên tắc hoạt động trong nhóm. Thông báo cho HS các tiêu chí đánh giá cá nhân, nhóm. Hỗ trợ HS xác định nhiệm vụ và mục tiêu đạt được của từng cá nhân, gợi ý, giúp đỡ những HS gặp khó khăn trong việc giải quyết nhiệm vụ. Các thành viên trong nhóm HS tập trung suy nghĩ lần lượt đưa ra cách giải quyết của mình, thư ký ghi lại toàn bộ câu trả lời của từng thành viên trong nhóm. Khi hết các ý kiến trình bày, HS thảo luận sắp xếp lại ý kiến, trao đổi thảo luận đi đến thống nhất tạo ra sản phẩm chung của nhóm.

+ Bước 3: HS lần lượt đặt câu hỏi xoay xung quanh vấn đề vừa thảo luận hỗ trợ những HS dưới trung bình trong nhóm nhằm đạt được chắc chắn tất cả các thành viên

trong nhóm đều hiểu, trả lời trôi chảy thống nhất một đáp án và có khả năng trình bày báo cáo của nhóm.

+ Bước 4: GV gọi một số ngẫu nhiên lên trình bày báo cáo nhóm đồng thời đặt những câu hỏi xung quanh vấn đề thảo luận để kiểm tra việc nắm tri thức của HS.

Cấu trúc nhóm ghép hình (Jigsaw):

Trong cấu trúc nhóm này HS thuộc về 2 loại nhóm: nhóm gia đình và nhóm chuyên gia. Mỗi HS vừa phải thực hiện nhiệm vụ cá nhân với trách nhiệm cao, vừa phải biết trao đổi, lắng nghe, thảo luận đi đến thống nhất để hoàn thành nhiệm vụ với các bạn trong nhóm "chuyên gia", đồng thời phải nhận trách nhiệm là người thuyết giảng lại nội dung mình nghiên cứu được cho các thành viên trong nhóm "ghép hình" [80].

Cách thực hiện:

+ Bước 1: GV đưa ra một vấn đề có thể được chia nhỏ thành nhiều phần. Sau đó chia HS thành nhiều nhóm "gia đình" và mỗi thành viên của nhóm được giao một phần của nội dung vấn đề, tìm hiểu kĩ lưỡng để trở thành "chuyên gia" về phần đó.

+Bước 2: Nhóm "gia đình" tách ra giống như các mảnh ghép của trò chơi ghép hình và mỗi thành viên sẽ kết hợp với các thành viên của nhóm "gia đình" khác phụ trách phần bài học giống mình để thành lập nhóm "chuyên gia". GV tư vấn cho HS lựa chọn phân vai cho các thành viên trong nhóm (nhóm trưởng, thư ký, giám sát…). Trong nhóm chuyên gia HS sẽ thảo luận phần bài học được giao để đảm bảo hiểu rõ và nắm chắc nó và tìm cách thức trình bày vấn đề một cách khúc triết nhất.

+ Bước 3: HS trở về nhóm "gia đình" của mình và giảng lại cho các thành viên trong nhóm của mình về nội dung phần bài học đã nắm đồng thời khuyến khích những người trong nhóm đặt câu hỏi để làm rõ vấn đề.

+Bước 4: GV gọi ngẫu nhiên một thành viên của nhóm lên trình bày báo cáo nhóm đồng thời đặt những câu hỏi xung quanh vấn đề thảo luận để kiểm tra việc nắm tri thức của HS.

Một số ví dụ tổ chức hoạt động dạy học trong giờ học HHKG lớp 11 THPT

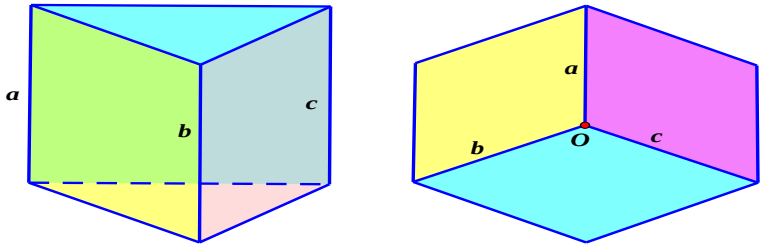
Ví dụ 1: Tổ chức dạy học định lí: "Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau"

Bước 1: Giáo viên đưa ra nhiệm vụ học tập :

a/ Với 3 tấm bìa bằng nhau (hình vuông), băng dán yêu cầu hãy dựng mô hình 3 mặt phẳng cắt nhau từng đôi một sao cho các giao tuyến của chúng là phân biệt. Hãy dự đoán mối quan hệ của 3 giao tuyến đó (Hình 3.17).

b/ Cho ba mặt phẳng (P), (Q), (R) đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt. Gọi a là giao tuyến của (P) và (R), b là giao tuyến của (Q) và (R), c là giao tuyến của (P) và (Q). Xét vị trí tương đối của a, b, c trong hai trường hợp: a, b cắt nhau và a//b.

c/ Hãy phát biểu Định lý em rút ra được từ các câu trả lời trên và trình bày chứng minh định lý.



Hình 3.17

Bước 2: GV chia lớp thành các nhóm theo cấu trúc ghép hình. Một số HS trong nhóm được giao nhiệm vụ: Dựng mô hình 3 mặt phẳng cắt nhau từng đôi một sao cho các giao tuyến của chúng là phân biệt và dự đoán mối quan hệ của 3 giao tuyến đó. Một số HS khác trong nhóm được giao nhiệm vụ 2: Xét vị trí tương đối của a, b, c trong hai trường hợp a, b cắt nhau. Các HS còn lại trong nhóm được giao nhiệm vụ: Xét vị trí tương đối của a, b, c trong hai trường hợp a//b.

Bước 3: GV yêu cầu các HS huy động các biểu tượng trong trí nhớ, độc lập TD để giải quyết vấn đề, nhiệm vụ được giao. GV cho các HS chuyển đến ba nhóm "chuyên gia", mỗi nhóm thảo luận giải quyết 1 nhiệm vụ. GV sẽ theo sát và hướng dẫn, hỗ trợ cả 3 nhóm khi cần thiết (đặc biệt là nhóm chuyên gia giải quyết nhiệm vụ số 3 là nhiệm vụ khó khăn nhất). Tiếp đó, GV yêu cầu HS trở về các nhóm "gia đình" để trao đổi, thảo luận thống nhất phương án giải quyết vấn đề.

Bước 4: GV gọi mỗi nhóm 1 HS lên trình bày phương án trả lời và đánh giá, cho điểm mỗi nhóm.

Bước 5: GV hợp thức hóa kiến thức và kết luận vấn đề:

- Phát biểu định lý: "Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau"

-Chứng minh định lý: a, b đồng phẳng nên chỉ có thể xảy ra 2 trường hợp (TH):

TH1: a, b cắt nhau tại M. Suy ra M là điểm chung của (P) và (Q). Vậy $M \in c$ hay a, b, c đồng quy tại M.

TH2: a//b. Giả sử c cắt a tại N. Khi đó a qua $N \in (Q)$ và a//b nằm trong (Q) suy ra a nằm trong (Q). Như vậy (Q)là mặt phẳng qua cả a, b suy ra (Q)≡(R) (mâu thuẫn). Vậy a, b, c đôi một song song.

Thông qua việc giải quyết nhiệm vụ học tập, GV bồi dưỡng cho HS một số phẩm chất

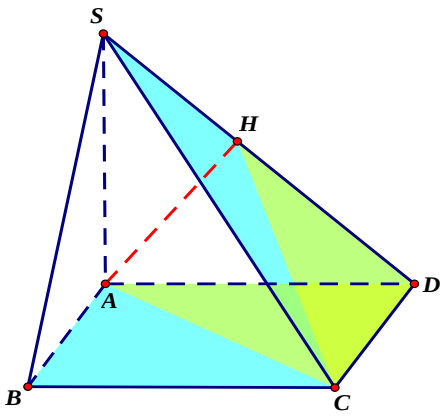
của TDPP như: Tiếp cận, suy xét vấn đề từ nhiều phương diện khác nhau; Dự kiến các tình huống có thể xảy ra; Lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định; Xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau với thái độ hoài nghi tích cực …

Ví dụ 2: Tổ chức dạy học khái niệm góc giữa hai mặt phẳng:

Bước 1: GV đưa ra nhiệm vụ học tập: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA = a, SA $\perp$ (ABCD) (Hình 3.18).

a/Tìm hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng (ABCD), (SCD) và cùng vuông góc với giao tuyến CD. Tìm góc giữa hai đường thẳng này.

b/Tìm hai đường thẳng a, b lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng (ABCD), (SCD). Tìm góc giữa a và b.



Hình 3.18

c/Tính tỉ số $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle SCD}}$.

d/Góc tìm được ở câu b/ gọi là góc giữa hai mặt phẳng (ABCD), (SCD) . Hãy phát biểu định nghĩa góc giữa hai mặt phẳng.

e/Tìm mối quan hệ giữa các kết quả ở câu a/, câu b/ và câu c/ và rút ra phương pháp tìm góc giữa hai mặt phẳng.

Bước 2: GV chia lớp thành các nhóm theo cấu trúc đánh số. Mỗi nhóm gồm 2 bàn sát nhau như sau (Hình 3.19):

1	2	3	4

4	3	2	1

Hình 3.19

HS khá, giỏi ngồi ở các vị trí số 2 và số 4; HS dưới trung bình và trung bình ngồi ở các vị trí 1, 3. HS dãy bàn trên có thể quay xuống trao đổi, thảo luận và thực hiện hoạt động tương tác với HS ở dãy bàn dưới. Các thành viên trong nhóm cử trưởng nhóm, thư kí, phân công nhiệm vụ để giải quyết các phần a), b), c), d).

Bước 3: Các thành viên trong nhóm sẽ giải quyết nhiệm vụ của mình. Trong quá trình thực hiện họ có thể trao đổi, thảo luận. Các thành viên trong nhóm sẽ cùng xem xét, góp ý cho kết quả của nhau. Sau đó cả nhóm sẽ cùng kết hợp giải quyết phần e); thống nhất ý kiến cho câu trả lời cho cả 5 phần a), b), c), d), e).

Bước 4: GV gọi mỗi nhóm 1-2 HS (thường là gọi HS 1 và HS 3) lên trình bày phương án trả lời và đánh giá, cho điểm mỗi nhóm.

Bước 5: GV hợp thức hóa kiến thức và kết luận vấn đề:

a)Thấy AD và SD cùng vuông góc CD và (SD, AD) = SDA, $\tan SDA = \frac{SA}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, suy ra (SD, AD) = 30^0.

b) Kẻ AH $\perp$ SD thấy AH $\perp$ (SCD), $(SA, AH) = SAH$; $\tan SAH = \frac{1}{\sqrt{3}}$; (SA, AH) = 30^0

c) $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle SCD}} = \frac{AD.CD}{SD.CD} = \frac{AD}{SD} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^0$.

d) Góc giữa 2 mặt phẳng (P), (Q) là góc giữa 2 đường thẳng lần lượt vuông góc với (P) và (Q).

e) Để tìm góc giữa 2 mặt phẳng (P), (Q) có thể dùng các phương pháp sau:

- Dựng a $\perp$ (P); b$\perp$ (Q) thì ((P), (Q)) = (a, b).
- Gọi d = (P)$\cap$ (Q), chọn O trên d, trong (P) dựng a qua O vuông góc với d, trong (Q) dựng a qua O vuông góc với d. Ta có ((P), (Q)) = (a, b).
- Gọi S là diện tích của một đa giác trên (P), S' là diện tích hình chiếu vuông góc của nó trên (Q). Khi đó $\cos((P),(Q)) = \frac{S'}{S}$.

Thông qua việc giải quyết các nhiệm vụ học tập, GV bồi dưỡng cho HS một số phẩm chất của TDPP, TDST như: Tiếp cận, suy xét vấn đề từ nhiều phương diện khác nhau; Lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định; Xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau với thái độ hoài nghi tích cực; khả năng tổng hợp, khái quát hóa vấn đề ; Khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau; Khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới …

3.5. Tập luyện cho mỗi học sinh khả năng tự lập kế hoạch học tập, tự theo dõi, đánh giá, điều chỉnh quá trình nhận thức và quá trình học của bản thân.

Nghiên cứu của Marzano (1998) về hơn 4000 phương thức can thiệp trong giáo dục đã cho thấy: "Phương thức có hiệu quả nhất đối với việc cải thiện quá trình học tập và TD của HS là tập trung vào cách thức HS suy nghĩ về quá trình TD của mình và cách thức HS cảm nhận về bản thân với vai trò là người học" [107]. Để tập luyện cho HS khả năng tự lập kế hoạch học tập, tự theo dõi, đánh giá, điều chỉnh quá

trình nhận thức và quá trình học của bản thân, GV có thể sử dụng phối hợp các biện pháp sau:

-*Làm mẫu và giải thích cho HS cách thức theo dõi, điều chỉnh, đánh giá quá trình TD của chính mình*: Trước khi yêu cầu HS giải quyết một vấn đề , GV có thể đóng vai trò người đồng hành cùng HS giải quyết một vấn đề tương tự. GV sẽ cùng HS: tìm hiểu xem kiến thức nền giúp gì cho việc thực hiện nhiệm vụ; thảo luận để lập kế hoạch giải quyết vấn đề. GV chia sẻ với HS: cách tìm kiếm và liên kết các thông tin quan trọng; cách nhìn ra điểm khởi đầu và những khâu then chốt để giải bài toán; cách đưa ra những dự đoán; cách phát triển các giả thuyết; cách điều chỉnh chuyển hướng khi gặp khó khăn…

-*Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải suy nghĩ, xem xét về vốn kiến thức, kinh nghiệm của bản thân từ đó đưa ra lựa chọn phương hướng giải quyết vấn đề*: Để giải bài toán này cần sử dụng những kiến thức, khái niệm, tính chất, định lí, quy tắc nào? Để…có thể sử dụng những phương pháp nào?...

- *Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải xác định mục tiêu, lập kế hoạch cho hoạt động học tập*: Em hãy nêu các bước cần tiến hành để giải bài toán?...

- *Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải theo dõi, điều chỉnh quá trình nhận thức của bản thân*: Trong các bước đã nêu để giải bài toán, bước nào là khó khăn nhất? Tại sao? Khi thực hiện bước này em gặp phải khó khăn gì? Có những cách nào để giải quyết khó khăn này? Em chọn cách giải quyết nào? Tại sao em lại chọn cách giải quyết này?Tại sao định lí, quy tắc… không áp dụng được cho bài toán này. Ta có thể điều chỉnh, thay đổi, bổ sung, cải tiến … như thế nào để có thể áp dụng vào bài toán này?...

- *Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải đánh giá quá trình nhận thức, quá trình học tập và kết quả đạt được so với mục tiêu, kế hoạch đề ra*: Trong giờ học em đã làm được những việc gì? Chưa làm được việc gì? Hãy lập kế hoạch giải quyết những việc còn tồn đọng…

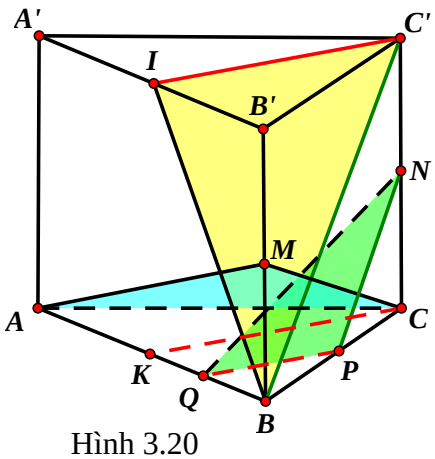
-*Khuyến khích HS tham gia vào các cuộc thảo luận trong đó yêu cầu HS phải nêu được rõ ràng, mạch lạc ý đồ thực hiện giải quyết vấn đề của mình để các HS khác nhận xét, đánh giá*. Qua đó HS tự xem xét, đánh giá, điều chỉnh lại những suy nghĩ của mình.

-*Đầu mỗi buổi học GV ghi lên bảng những kiến thức cần học, cuối mỗi buổi học GV tổng kết lại trên bảng những kiến thức HS đã được học kèm theo việc giải thích ý*

nghĩa khi HS học được những kiến thức này. Việc làm này sẽ cung cấp cho HS hệ thống kiến thức cần thiết và chuẩn bị những điều kiện cần và đủ cho tiến trình học tập sắp tới. GV cần giải thích mục đích, ý nghĩa của việc học kiến thức đó gồm cả mục đích mang tính lí thuyết và tính thực tế. HS chỉ có thể học tập và TD hiệu quả khi thực sự có nhu cầu nhận thức và thấy kiến thức đó hữu ích cho việc học tập và cuộc sống của các em.

-*Yêu cầu HS: ghi vào "nhật kí học tập" tất cả những gì đã học được sau mỗi buổi học cả về mặt kiến thức và nhận thức; ghi lại những việc đã làm được và chưa làm được so với mục tiêu kế hoạch đã đề ra*. Hàng tháng, GV và HS sẽ cùng xem lại "nhật kí học tập" để đánh giá sự tiến bộ của bản thân HS.

Ví dụ: Sau khi học xong giờ học lí thuyết bài học: Hai mặt phẳng vuông góc, trong giờ bài tập GV có thể tập luyện cho HS khả năng tự theo dõi, đánh giá, điều chỉnh quá trình nhận thức của bản thân thông qua dạy học bài tập sau (Hình 3.20): Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C. Mặt bên ABB'A' là hình vuông cạnh a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BB', CC', BC và Q là một điểm trên cạnh AB sao cho BQ = $\frac{a}{4}$. Chứng minh rằng $(MAC) \perp (NPQ)$



Hình 3.20

HĐ1: Yêu cầu HS nêu cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

HĐ của HS: HS có thể nêu 1 hoặc cả 2 cách sau đây:

-Cách 1: Để chứng minh hai mặt phẳng vuông góc hãy chứng minh một trong hai mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.

-Cách 2: Để chứng minh hai mặt phẳng vuông góc hãy tìm góc giữa hai mặt phẳng để chỉ ra rằng góc giữa hai mặt phẳng bằng 90°.

Nhận xét: HĐ1 giúp HS củng cố lại khái niệm góc giữa 2 mặt phẳng, khái niệm 2 mặt phẳng vuông góc, định lí điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc; huy động nhận thức của bản thân về phương pháp chứng minh hai mặt phẳng vuông góc và kiểm tra, điều chỉnh lại nhận thức (điều chỉnh lần 1).

HĐ2: Yêu cầu HS lựa chọn cách chứng minh $(MAC) \perp (NPQ)$ và nêu các bước cần phải tiến hành để giải bài toán.

HĐ của HS: HS có thể nêu 1 trong 3 câu trả lời sau:

- Các bước giải BT bằng cách 1: Tìm trong (MAC) (hoặc (NPQ)) một đường thẳng a; Chứng minh rằng a vuông góc với 2 đường cắt nhau trong (NPQ) (hoặc (MAC))
- Các bước giải BT bằng cách 2:
+Hướng giải thứ nhất: Tìm hai đường thẳng lần lượt vuông góc với (MAC), (NPQ); Tìm góc giữa hai đường thẳng ấy
+Hướng giải thứ hai: Tìm giao tuyến a của (MAC) và (NPQ); Chọn điểm O trên a, từ O lần lượt dựng các đường thẳng b, c lần lượt nằm trong trong (MAC), (NPQ) và cùng vuông góc với a; Tìm góc giữa b và c.

Nhận xét: HĐ2 giúp HS xác định mục tiêu, tự lập kế hoạch cho hoạt động học tập của bản thân.

HĐ3: GV chia các HS chọn cùng một hướng giải vào cùng một nhóm mỗi nhóm không quá 8 HS để thảo luận, trao đổi ý kiến.

Nhận xét: HĐ3 giúp HS có cơ hội trình bày rõ ràng TD của mình; xem xét, đánh giá suy nghĩ của người khác và chính mình.

HĐ4: GV hỏi HS: Trong các bước đã nêu để giải bài toán, bước nào là khó khăn nhất? Tại sao? Em có tìm ra cách nào để giải quyết khó khăn này không?

HĐ của HS: HS có thể nêu 1 trong 3 câu trả lời sau:
-Tìm trong (MAC) (hoặc (NPQ)) một đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng còn lại
- Tìm hai đường thẳng lần lượt vuông góc với (MAC), (NPQ)
- Dựng các đường thẳng b, c lần lượt nằm trong trong (MAC), (NPQ) và cùng vuông góc với a tại một điểm.

Nhận xét: HĐ4 nhắc nhở HS luôn giám sát TD của bản thân để có những sự chuyển hướng, điều chỉnh khi cần thiết.

HĐ5: GV chỉ ra cho HS: Việc giải quyết bài toán theo cả 3 hướng mà HS đã nêu gặp khó khăn là do mp(NPQ) nằm ở một "vị trí" không thuận lợi cho việc chứng minh vuông góc. Để giải bài toán ta cần dựng một mặt phẳng song song với (NPQ) nhưng ở vị trí thuận lợi cho việc chứng minh vuông góc với mp(MAC). GV cho hướng dẫn HS thảo luận nhóm để tìm ra mặt phẳng này.

HĐ của HS:

Gọi I, K là trung điểm A'B', AB thì $\left.\begin{array}{l} NP//BC' \\ PQ//CK//C'I \end{array}\right\} \Rightarrow (NPQ)//(C'BI)$ (1)

Nhận xét: HĐ5 giúp HS kiểm tra, đánh giá, nhận ra điểm khiếm khuyết, chưa hợp lí trong TD của bản thân.

HĐ6: GV yêu cầu HS sử dụng các cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc đã nêu ở HĐ 1 để chứng minh (AMC)$\perp (C'BI)$. Từ đó suy ra $(MAC) \perp (NPQ)$. *HĐ của HS*:

$\triangle ABM = \triangle BB'I \ (c.g.c)$ *suy ra* $AMB = BIB'$ *suy ra* $AMB + B'BI = 90^0 \Rightarrow AM \perp BI$.

Mặt khác theo chứng minh trên C'I $\perp$ AM nên AM $\perp (C'BI)$. Suy ra (AMC)$\perp (C'BI)$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $(MAC) \perp (NPQ)$.

GV đưa ra câu hỏi: Từ chứng minh trên em hãy tìm một đường thẳng nằm trong (AMC) và vuông góc với (NPQ). HS sẽ dễ dàng chỉ ra AM $\perp (C'BI)$. GV chỉ ra cho HS thấy một hướng giải khác: Hãy chứng minh AM vuông góc với cả hai đường thẳng PQ, PN bằng cách phân tích $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PN}$ theo 3 vec-tơ: $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BC}$, sau đó chứng minh rằng $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{PQ} = 0, \ \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{PN} = 0$.

Nhận xét: HĐ6 giúp HS củng cố lại nhận thức về các phương pháp chứng minh hai mặt phẳng đã biết và bổ sung thêm nhận thức mới.

HĐ7: GV lưu ý HS về cách sử dụng công cụ vec- tơ không gian trong chứng minh vuông góc; yêu cầu HS ghi bổ sung thêm một cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc vào "nhật kí học tập" và ghi tóm tắt 3 cách chứng minh hai mặt phẳng vuông góc.

HĐ của HS: Cách 3: Để chứng minh (P)$\perp$ (Q) có thể chứng minh (P) vuông góc với mp(R), trong đó mp(R) song song với mp (Q).

Nhận xét: HĐ7 giúp HS hợp thức hóa kiến thức và điều chỉnh lại nhận thức về phương pháp chứng minh hai mặt phẳng vuông góc đồng thời theo dõi được sự tiến bộ về TD của bản thân so với những giờ học trước.

Kết luận chương 3

Trên cở sở lý luận và thực tiễn đã trình bày ở chương 1 và chương 2, trong chương 3 chúng tôi đề xuất năm nhóm biện pháp nhằm xây dựng lớp học TD trong dạy học Toán. Năm nhóm biện pháp mà chúng tôi trình bày ở trên có mối quan hệ logic và biện chứng với nhau, mỗi nhóm biện pháp đều có vị trí, vai trò nhất định trong sự hỗ trợ nhau, bổ sung cho nhau. Có thể nói mỗi nhóm biện pháp phản ánh các khâu quan trọng của quá trình DH. Trước tiên, HS chỉ có thể TD nếu nhiệm vụ được giao là vừa sức và phù hợp với "vùng phát triển gần nhất" của họ. GV cần phải căn cứ vào vốn kiến thức, căn cứ vào đặc điểm TD của từng nhóm đối tượng HS để *xây dựng hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và hệ thống bài tập toán học phát triển TDPP, TDST phù hợp với mỗi nhóm đối tượng HS*. Đây là tiền đề quan trọng để mỗi HS đều được tham gia vào các hoạt động học tập chủ động và tích cực. Sau khi đã xác định

được mục tiêu, nhiệm vụ cụ thể cho mỗi HS trong lớp, GV cần tạo động cơ, gây hứng thú và kích thích HS TD bằng cách *tình huống hóa các nội dung dạy học.* Các tình huống được đặt ra cho HS phải hướng vào "vùng phát triển gần nhất" tức là phải phù hợp với trình độ mà HS đã đạt tới ở thời điểm đó, không thoát ly cách xa trình độ này, nhưng họ vẫn còn phải tích cực suy nghĩ phấn đấu vươn lên thì mới thực hiện được nhiệm vụ đặt ra. Đứng trước vấn đề của mình, HS có thể gặp khó khăn không thể vượt qua do không biết phải bắt đầu từ đâu hoặc do đi sai đường. Điều này khiến cho TD của HS bị cản trở và đi vào ngõ cụt. Khi đó GV cần định hướng và thúc đẩy TDPP, TDST của từng đối tượng HS bằng cách *sử dụng hệ thống câu hỏi hiệu quả.* Đây là hệ thống các câu hỏi có chiều sâu có phạm vi trả lời rộng, giúp HS suy nghĩ và trả lời theo trình tự phát triển của TD , huy động được nhiều hoạt động trí tuệ, TD của HS và lôi cuốn được tất cả các đối tượng HS tham gia vào vấn đề với một thái độ chủ động, tích cực. Để giúp HS TD một cách tích cực đồng thời nâng cao tính phê phán, tính hợp tác, tính sáng tạo trong TD HS, GV cần *tổ chức cho HS học tập trong sự tương tác nhiều chiều* ở các nhóm học tập tương tác. Trong đó mỗi HS đều được tạo điều kiện thuận lợi để tương tác với tình huống, vấn đề hay nội dung kiến thức, tương tác với các HS khác và tương tác với GV. Một trong những phương pháp hiệu quả nhất để phát triển và hoàn thiện TD của bản thân đó là thường xuyên xem xét, đánh giá, điều chỉnh quá trình nhận thức của chính mình. Do đó, trong suốt quá trình dạy học GV cần *tập luyện cho HS khả năng tự lập kế hoạch học tập, tự theo dõi, đánh giá, điều chỉnh quá trình nhận thức và quá trình học của bản thân.* Điều này đòi hỏi thời gian và sự công phu nhưng nó có tác dụng rất lớn đến sự phát triển TD của HS.

Việc áp dụng các biện pháp nói trên là một nghệ thuật mềm dẻo, thay đổi linh hoạt căn cứ trên vốn kiến thức, đặc điểm về TD của HS trong lớp và nội dung chương trình, bài học. Trong quá trình dạy học, GV cần sử dụng đồng bộ các biện pháp nêu trên. Tuy nhiên trong một tiết học, GV không thể cùng một lúc sử dụng đồng đều tất cả các biện pháp. GV cần vận dụng linh hoạt theo các mức độ khác nhau phù hợp với từng nhóm đối tượng HS, từng nội dung kiến thức để mang lại hiệu quả cao nhất trong việc bồi dưỡng, phát triển TD nói chung TDPP, TDST nói riêng cho HS.

CHƯƠNG 4: THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

4.1.Khái quát về thực nghiệm:

4.1.1.Mục đích thực nghiệm:

-Nhằm kiểm nghiệm giả thuyết khoa học của luận án.

-Bước đầu kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp xây dựng lớp học TD trong phạm vi đề tài.

-Tìm hiểu khả năng triển khai đề tài trong thực tiễn dạy học toán ở bậc THPT hiện nay ở Việt Nam.

4.1.2.Đối tượng và thời gian thực nghiệm

Thực nghiệm 1: Theo dõi, đánh giá quá trình học tập và phát triển TD của 04 HS có sức học môn Toán ở mức dưới TB, TB, khá, giỏi của lớp 11 Địa, 11 Anh 2, 11 Tin trường THPT chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội. Tại các lớp này, chúng tôi đã giảng dạy một số tiết theo định hướng sử dụng 5 nhóm biện pháp xây dựng lớp học tư duy trong thời gian từ tháng 11 năm 2013 đến tháng 5 năm 2014.

Thực nghiệm 2: Thực nghiệm tại lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà –Đông Anh - Hà Nội trong thời gian từ tháng 11 năm 2014 đến tháng 5 năm 2015.

Tổng số tiết thực nghiệm: 16 tiết.

4.1.3.Tổ chức thực nghiệm:

Quá trình thực nghiệm được tiến hành cụ thể theo tiến trình như sau:

- Gặp gỡ, trao đổi với GV về mục đích, nhiệm vụ, nội dung thực nghiệm. Hướng dẫn GV soạn giáo án thiết kế bài giảng theo tinh thần, tư tưởng của các biện pháp được xây dựng.
- Dự giờ một số tiết tại lớp thực nghiệm để làm quen với HS. Phổ biến hướng dẫn cho HS cách thức học tập trong "lớp học TD".
- Tiến hành thực nghiệm sư phạm lần thứ nhất: Dự giờ, quan sát, ghi nhận hoạt động, biểu hiện của GV và HS trong giờ học và cho HS làm bài kiểm tra đầu vào (thực nghiệm 1 vào tháng 11 năm 2013 và thực nghiệm 2 vào tháng 11 năm 2014).
- Cùng với GV dạy thực nghiệm lên kế hoạch, soạn giáo án, thiết kế bài giảng.
- Cùng với GV dạy thực nghiệm dạy các tiết đã chuẩn bị theo tinh thần, tư tưởng của các biện pháp được xây dựng.
- Tiến hành thực nghiệm sư phạm lần thứ hai: Dự giờ, quan sát, ghi nhận hoạt động, biểu hiện của GV và HS trong giờ học và cho HS làm bài kiểm tra thứ hai (thực nghiệm 1 vào tháng 2 năm 2014 và thực nghiệm 2 vào tháng 2 năm 2015).

- Cùng với GV dạy thực nghiệm trao đổi rút kinh nghiệm về giáo án đã soạn, về định hướng, tổ chức việc học tập của HS và việc tiến hành các giờ dạy.
- Cùng với GV dạy thực nghiệm dạy các tiết đã chuẩn bị theo tinh thần, tư tưởng của các biện pháp được xây dựng đã có sự điều chỉnh, bổ sung.
- Tiến hành thực nghiệm sư phạm lần thứ ba (thực nghiệm 1 vào tháng 5 năm 2014 và thực nghiệm 2 vào tháng 5 năm 2015): Dự giờ, quan sát, ghi nhận hoạt động, biểu hiện của GV và HS trong giờ học và cho HS làm bài kiểm tra cuối đợt.

Giải thích sơ bộ về đề kiểm tra:

Mặc dù đề kiểm tra tập trung vào kiểm tra mức độ phát triển một số yếu tố của TDPP, TDST nhưng các đề kiểm tra này vẫn dựa trên một chuẩn chung về kiến thức, kĩ năng được quy định trong chương trình. Khi thiết kế các đề kiểm tra, chúng tôi cho rằng, vì đây không phải là đề kiểm tra định kì về kiến thức nên chúng tôi không tập trung vào kiểm tra kiến thức toàn diện sau mỗi chương, mỗi phần, mỗi kì mà tập trung vào kiểm tra khả năng và mức độ TD, TDPP, TSDT của HS thông qua việc các em giải quyết các câu hỏi và bài tập nằm trong phạm vi kiến thức quy định trong chương trình HHKG lớp 11. Vì vậy trong mỗi đề kiểm tra không cố định số lượng các câu hỏi. Vấn đề ở chỗ các câu hỏi hoặc bài tập trong mỗi đề sẽ có tác dụng kiểm tra về một hoặc một số yếu tố của TDPP, TDST thể hiện khi các em giải quyết các bài tập đó.

4.2.Nội dung và kết quả thực nghiệm

Kết quả thực nghiệm được đánh giá cả về mặt định tính và mặt định lượng:
- Đánh giá về mặt định tính: thể hiện qua lời giải của HS và qua thái độ học tập, sự tiếp thu và hoạt động của HS trong giờ học.
- Đánh giá về mặt định lượng: thông qua điểm số các bài kiểm tra, kết quả và thành tích học tập.

4.2.1.Thực nghiệm 1:

NCS cùng với thầy Nguyễn Văn Tiến, cô Phạm Hồng Lý, cô Lê Thị Hòa– GV Toán đã tiến hành dạy thực nghiệm sư phạm tại các lớp: lớp 11 Địa, lớp 11 Tin, lớp 11 Anh 2 khóa 2012 – 2015 của trường THPT chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội, mỗi lớp dạy 12 tiết theo định hướng sử dụng 5 nhóm biện pháp xây dựng lớp học tư duy. NCS chọn ra 04 HS ở 3 lớp trên để theo dõi quá trình học tập:

1. Phan Thị Tú Uyên – lớp 11 Tin (HS1) có sức học Giỏi ở môn Toán với điểm trung bình môn Toán kì 2 năm lớp 10 là 8,9.

2. Đặng Hoài Nam – lớp 11 Địa (HS2) có sức học Khá ở môn Toán với điểm trung bình môn Toán kì 2 năm lớp 10 là 7,6.

3. Trần Thu Hà - lớp 11 Anh 2 (HS3) có sức học Trung bình ở môn Toán với điểm trung bình môn Toán kì 2 năm lớp 10 là 6,2.

4. Phạm Thu Hương – lớp 11 Địa (HS4) có sức học dưới trung bình ở môn Toán với điểm trung bình môn Toán kì 2 năm lớp 10 là 4,8.

4.2.1.1. Thực nghiệm sư phạm lần thứ nhất (tháng 11 năm 2013):

Sau khi HS học xong bài học Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng chúng tôi đã cho 4 HS làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi I, K là trung điểm AD, SB và M là một điểm nằm bên trong tam giác SCD.

a) Tìm giao tuyến của (SBI) và (SAC).
b) Tìm giao tuyến của (SKM) và (SAC).
c) Tìm giao điểm G của DK và (SAC) và tính tỉ số GK/GD.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC.

a) Tìm giao điểm N của SD và (ABM).
b) Chứng minh rằng $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.
c) Hãy tổng quát hóa bài toán.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. M là trung điểm SB, G là trọng tâm tam giác SAD.

a) Tìm giao điểm E của MG và (ABCD).
b) Chứng minh C, D, E thẳng hàng.

Câu 4: Cho tứ diện ABCD. M, N, P, Q, R, S là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC; A’, B’, C’, D’ là trong tâm các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Chứng minh: Bảy đường đường MN, PQ, RS, AA’, BB’, CC’, DD’ đồng quy tại một điểm G sao cho G là trung điểm của MN, PQ, RS và $\frac{A'G}{A'A} = \frac{B'G}{B'B} = \frac{C'G}{C'C} = \frac{D'G}{D'D} = \frac{1}{4}$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. H, K lần lượt chạy trên các đoạn thẳng SB, SD sao cho HK//BD.

a) Tìm giao điểm I của SC và mp(AHK).

b) Chứng minh rằng $\frac{SB}{SH}+\frac{SD}{SK}-\frac{SC}{SI}$ không đổi.

Kết quả bài làm của HS được trình bày chi tiết trong Phụ lục 5.

Qua kết quả thực nghiệm chúng tôi có một số nhận xét sơ bộ như sau:

Đối với HS 1, HS 2:

- Nhìn ra bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài. HS đã biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề.
- Có khả năng vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã có những yếu tố thay đổi. Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc. Bước đầu có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.
- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm ; cân nhắc , suy xét vấn đề một cách khá toàn diện. Tuy nhiên đôi khi vẫn còn chưa thấu đáo trong một số trường hợp dễ gây nhầm lẫn.
- Biết điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại … Có khả năng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác. Tuy nhiên khả năng điều chỉnh, chuyển hướng còn chưa nhạy bén trong những trường hợp cần sự đột phá.
- Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán tuy nhiên còn hạn chế khi gặp phải các vấn đề có nhiều liên hệ phức tạp.
- Khả năng khái quát hóa, tổng kết hóa vấn đề còn hạn chế.
- Khả năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc còn hạn chế.
- Khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra còn hạn chế.

Đối với HS 3, HS 4:

- Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn, HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết.
- Đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc ,suy xét giải quyết vấn đề trong những trường hợp tiêu chuẩn, phổ biến tuy nhiên còn chưa nhìn thấy những trường hợp suy biến, đặc biệt. Đôi khi vẫn còn chưa gạt bỏ được dấu hiệu bề ngoài để tìm hiểu bản chất vấn đề.
- Chưa biết lập luận để đưa ra các dự đoán.

- Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học. Tuy nhiên chưa thoát khỏi ảnh hưởng của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước để giải quyết những vấn đề mới.
- Chưa có khả năng khái quát hóa, tổng kết hóa vấn đề. Chưa có năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc; chưa biết tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp giải quyết vấn đề.

4.2.1.2. Thực nghiệm sư phạm lần thứ hai (tháng 02 năm 2014):

Chúng tôi đã cho 4 HS làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm tam giác ABD. M thuộc cạnh BC sao cho BM = 2MC. Chứng minh rằng MG // (ACD).

Câu 2: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P, I lần lượt là trung điểm của AD, C'D', AB, BD.

a) Chứng minh MN // (BC'D) bằng nhiều cách khác nhau.

b) Hãy tổng quát hóa bài toán khi M, N thay đổi trên các cạnh AD, C'D'.

Câu 3: Cho tứ diện ABCD có $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$. Chứng minh rằng tổng các góc phẳng ở mỗi đỉnh của nó bằng 180^0.

Câu 4: Cho tứ diện ABCD có AB = CD = a. Điểm M di động trên cạnh AC. Qua M dựng mp(P) song song với AB, CD. Mặt phẳng (P) cắt BC, BD, AD lần lượt tại N, P, Q. Xác định vị trí điểm M để diện tích của tứ giác MNPQ lớn nhất.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm M nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M lần lượt song song với các đường thẳng SA, SB, SC, cắt các mặt phẳng (SBC), (SCA), (SAB) tại A_1, B_1, C_1. Chứng minh $\frac{MA_1}{SA}+\frac{MB_1}{SB}+\frac{MC_1}{SC}=1$.

Kết quả bài làm của HS được trình bày ở Phụ lục 5.

4.2.1.3. Thực nghiệm sư phạm lần thứ ba (tháng 05 năm 2014):

Chúng tôi đã cho 4 HS làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy, góc giữa mp(SAB) và mp(SBC) bằng 90^0. Chứng minh rằng $BC \perp$ (SAB).

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chứng minh rằng đường thẳng $AC_1 \perp (BDA_1)$. Hãy giải bài toán bằng nhiều cách.

Câu 3: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh, SA vuông góc với đáy. M là một điểm nằm trên đoạn thẳng AC (M không trùng với A, C). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(P) đi qua M và vuông góc với AC.

Câu 4: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tâm O, SA = 2a vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, E là trung điểm BC.

a) Tính khoảng cách từ O đến mp (SBC).
b) Tính khoảng cách từ G đến mp(SCD).
c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SE.

Câu 5: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA = a vuông góc với đáy. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua SD. Xác định vị trí của mp(P) để:

a) Góc giữa (P) và (ABCD) là lớn nhất.
b) Góc giữa (P) và (ABCD) là nhỏ nhất.

Kết quả bài làm của HS được trình bày ở Phụ lục 5.

Sau quá trình thực nghiệm chúng tôi có một số nhận xét sau:

Về kết quả học tập:

Cả 4 HS đều có những tiến bộ lớn về thành tích và kết quả học tập:

Kết quả học tập kì 2 lớp 11: ở môn Toán, HS1 đạt ĐTB môn Toán 9,8; HS2 đạt ĐTB môn Toán 8,9; HS 3 đạt ĐTB môn Toán 7,8; HS 4 đạt ĐTB môn Toán 6,8.

Trong kì thi THPT Quốc gia và Tuyển sinh vào Đại học năm 2015 kết quả của 4 HS như sau:

-HS 1 trúng tuyển Đại học Kinh tế quốc dân với tổng số điểm 26,5, điểm thi môn Toán kì thi THPT Quốc gia là 9,75.

-HS 2 trúng tuyển Đại học Quốc gia Hà Nội với tổng số điểm 24,0 , điểm môn thi Toán kì thi THPT Quốc gia là 8,25.

-HS 3 trúng tuyển Đại học Hà Nội với tổng số điểm 24,25 , điểm thi môn Toán là 7,0

-HS 4 trúng tuyển khoa Địa lý - Đại học Sư phạm Hà Nội với tổng số điểm 25,5, điểm thi môn Toán kì thi THPT Quốc gia là 5,0.

Về thái độ, ý thức học tập:

-Theo quan sát của chúng tôi trong các giờ học cả 4 HS đều rất tập trung vào các nhiệm vụ mà GV đưa ra.

-Cả 4 HS đều rất tích cực tham gia vào các cuộc thảo luận, thường xuyên trao đổi, chia sẻ, tranh luận trong với các bạn trong nhóm và có cả những thắc mắc tranh luận với GV.

-HS thường xuyên đưa ra các câu hỏi và câu trả lời đa dạng. HS1 và HS2 thường xuyên có các câu hỏi liên quan đến sự mở rộng, phát triển vấn đề.

-Cả 4 HS có thói quen xem xét, đánh giá, tổng kết quá trình nhận thức của bản thân trong và sau quá trình giải quyết vấn đề.

Về biểu hiện của TDPP, TDST:

Ở HS1 và HS2 có các biểu hiện sau:

- Có khả năng so sánh, sắp xếp và phân loại thông tin một cách khoa học, biết mô tả vấn đề theo nhiều cách khác nhau và nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.

-Biết xây dựng hệ thống câu hỏi có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin và phương hướng giải quyết vấn đề.

- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm , cân nhắc , suy xét vấn đề một cách toàn diện và biết quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.

-Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán.

- Có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác một cách linh hoạt. Biết vận dụng kiến thức, suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc, và biết thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.

- Biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau; có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho vấn đề; có khả năng nhìn vấn đề một cách toàn diện.

- Biết nhìn ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.

- Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được cách giải quyết vấn đề đặt ra; có khả năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc.

- Đã quan tâm đến việc lật ngược vấn đề, đặc biệt hóa vấn đề , tổng quát hóa vấn đề không chỉ ở mức độ ngoại diên mà còn cả ở mức độ nội hàm.

Ở HS3 và HS4 có các biểu hiện sau:

- Có khả năng so sánh, sắp xếp và phân loại thông tin , biết mô tả vấn đề theo cách phù hợp và nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.

- Biết xây dựng hệ thống câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin và phương hướng giải quyết vấn đề.
- Khả năng liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm , cân nhắc , suy xét vấn đề đã sâu sắc thấu đáo hơn và đã bắt đầu biết xem xét các trường hợp đặc biệt, trường hợp suy biến.
- Đã biết đưa ra các phán đoán và bước đầu biết sử dụng các lập luận để kiểm nghiệm chứng minh (tuy rằng các lập luận này còn chưa được chặt chẽ và đôi khi còn có ngộ nhận).
- Đã có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác; biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, để giải quyết vấn đề . Đã biết vận dụng kiến thức, suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc.
- Biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ. Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho vấn đề.
- Bước đầu biết nhìn ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau và bước đầu đã có những liên tưởng và những kết hợp mới để tìm cách giải quyết vấn đề đặt ra.
- Bước đầu biết xem xét đến việc lật ngược vấn đề, đặc biệt hóa vấn đề, tổng quát hóa vấn đề ở mức độ ngoại diên.

4.2.2.Thực nghiệm 2:

NCS cùng với thầy Phạm Đức Duẩn – GV Toán tham gia dạy thực nghiệm sư phạm 16 tiết theo định hướng sử dụng 5 nhóm biện pháp xây dựng lớp học tư duy tại lớp 11 A1, khóa 2013 – 2016 của trường THPT Liên Hà – Đông Anh - Hà Nội. Theo kết quả kì 2 năm lớp 10: lớp 11 A1 có 12 HS có sức học loại giỏi ở môn Toán (ĐTB môn Toán từ 8,0 trở lên); 13 HS có sức học loại khá ở môn Toán (ĐTB môn Toán từ 6,5 đến 7,9); 16 HS có sức học trung bình ở môn Toán (ĐTB môn Toán từ 5,0 đến 6,4); 4 HS có sức học dưới trung bình (ĐTB môn Toán dưới 5,0).

4.2.2.1. Thực nghiệm sư phạm lần thứ nhất (tháng 11 năm 2014):

Chúng tôi đã dự giờ, quan sát, ghi chép một số giờ dạy HHKG tại lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà – Đông Anh – Hà Nội. Trong khuôn khổ Luận án, chúng tôi xin được trình bày diễn biến giờ dạy tiết 2/4 bài Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng (SGK Hình học 11 trang 48 - 52) do thầy Phạm Đức Duẩn giảng dạy ngày 28/11/2014. Bài dạy có mục tiêu: HS nắm vững ba cách xác định mặt phẳng và áp dụng trong giải toán. HS nắm vững khái niệm hình chóp, hình tứ diện và một số khái niệm liên quan. HS nắm vững phương pháp tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, tìm

giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng và sử dụng thành thục trong giải bài tập. HS nắm được cách giải một số bài toán liên quan như chứng minh thẳng hàng, chứng minh đồng quy. Trong bài dạy, GV có nhiều cơ hội để phát triển một số yếu tố của TD nói chung và TDPP, TDST nói riêng cho HS. Mô tả diễn biến giờ dạy cùng với các bình luận được trình bày chi tiết trong Phụ lục 4.

Tiếp đó chúng tôi đã cho 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi I, K là trung điểm AD, SB và M là một điểm nằm bên trong tam giác SCD.

a) Tìm giao tuyến của (SBI) và (SAC).
b) Tìm giao tuyến của (SKM) và (SAC).
c) Tìm giao điểm G của DK và (SAC) và tính tỉ số GK/GD.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC.

a) Tìm giao điểm N của SD và (ABM).
b) Chứng minh rằng $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.
c) Hãy tổng quát hóa bài toán.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. M là trung điểm SB, G là trọng tâm tam giác SAD.

a) Tìm giao điểm E của MG và (ABCD).
b) Chứng minh C, D, E thẳng hàng.

Câu 4: Cho tứ diện ABCD. M, N, P, Q, R, S là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC; A’, B’, C’, D’ là trong tâm các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Chứng minh: Bảy đường đường MN, PQ, RS, AA’, BB’, CC’, DD’ đồng quy tại một điểm G sao cho G là trung điểm của MN, PQ, RS và $\frac{A'G}{A'A} = \frac{B'G}{B'B} = \frac{C'G}{C'C} = \frac{D'G}{D'D} = \frac{1}{4}$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. H, K lần lượt chạy trên các đoạn thẳng SB, SD sao cho HK//BD.

a) Tìm giao điểm I của SC và mp(AHK).
b) Chứng minh rằng $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SI}$ không đổi.

Kết quả bài làm của HS được trình bày chi tiết trong Phụ lục 5.

Qua kết quả lần thực nghiệm lần thứ nhất chúng tôi có một số nhận xét sơ bộ sau đây:

- Về phía Giáo viên:

- Trong một giờ học GV đã đưa ra một khối lượng kiến thức khá lớn nhưng chưa dành nhiều thời gian cho phát triển TD, TDPP, TDST cho HS.

-Trong giờ học, GV giao cho tất các các đối tượng HS cùng một nhiệm vụ, cùng một câu hỏi. Các bài toán, các câu hỏi này chủ yếu dành cho HS giỏi, HS khá. Các hoạt động học tập bị tập trung vào các HS khá, giỏi (HS trung bình và dưới trung bình tỏ ra thụ động, chủ yếu là lắng nghe và ghi chép, ít tham gia vào trả lời câu hỏi).

-GV thường sử dụng các câu hỏi chỉ có một cách trả lời đúng duy nhất. HS phải trả lời đúng câu hỏi trong đáp án. Các câu hỏi của GV thường chỉ nhận được câu trả lời từ một số HS khá, giỏi thường xuyên mạnh dạn giơ tay phát biểu ý kiến.

-GV đã tổ chức một số hoạt động nhóm nhưng thực chất trong mỗi nhóm chỉ có một số HS khá, giỏi làm việc và đưa ra câu trả lời đại diện cho cả nhóm, các HS có sức học yếu hơn mặc nhiên chấp nhận và nghe theo.

-Sau mỗi bài tập, GV thường tìm câu trả lời nhanh nhất từ các HS khá, giỏi, sau đó trình bày lời giải chính xác để cả lớp cùng ghi chép. Không có thời gian để HS suy ngẫm.

-GV chưa dành thời gian để HS tổng kết các kiến thức, kinh nghiệm và tự đánh giá quá trình nhận thức của bản thân.

- Về phía HS:

Thái độ và ý thức học tập:

-Các HS khá, giỏi tập trung vào việc tìm lời giải các bài toán thầy giáo đưa ra. Các HS trung bình và dưới trung bình thường ngồi chờ đợi lời giải, câu trả lời của các HS khá, giỏi và của thầy giáo rồi vội vã ghi chép. HS trung bình và dưới trung bình không hào hứng với các bài tập thầy giáo đưa ra, họ tỏ ra rụt rè thiếu tự tin.

-Cả HS trung bình và dưới trung bình và HS khá, giỏi rất ít thảo luận và hầu như không có sự tranh luận. HS khá, giỏi thường tập trung làm bài trong im lặng, các HS trung bình và dưới trung bình thường ngồi im để chờ xem câu trả lời, lời giải mà các bạn HS giỏi hoặc GV đưa ra. Sự truyền đạt kiến thức diễn ra 1 chiều. HS chỉ ngồi nghe thầy giáo nói, cố gắng làm bài tập mà GV đưa ra càng nhanh càng tốt, họ không có thói quen đặt ra các câu hỏi cho bạn bè và GV về vấn đề đang giải quyết.

-HS chỉ tập trung vào việc trả lời các câu hỏi của thầy giáo đưa ra. HS không có thói quen đưa ra các câu hỏi cho GV và bạn học. Các HS trung bình và dưới trung bình không dám đưa ra những câu hỏi thắc mắc về vấn đề mình chưa hiểu. Họ sợ bị coi là học kém, chậm hiểu. HS khá, giỏi chưa có ý thức tự đặt các câu hỏi để mở rộng, đào sâu vấn đề. Họ chỉ dừng lại ở việc tim cách trả lời thật nhanh các câu hỏi của GV.

-Cuối giờ học HS chỉ quan tâm đến việc phải làm những bài tập về nhà nào. Họ chưa có thói quen tổng kết kiến thức và kinh nghiệm sau mỗi giờ học.

Biểu hiện của TDPP, TDST:

- HS có khả năng so sánh, sắp xếp và phân loại thông tin. Tuy nhiên HS chỉ phát biểu các tính chất, định nghĩa theo đúng cách được học trong SGK, họ hầu như không sử dụng các cách diễn đạt khác .
- Một số HS khá, giỏi đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm ; cân nhắc , suy xét vấn đề và có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt. Một số HS khá mới chỉ dừng lại ở việc suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến nhưng còn chưa nhìn thấy những trường hợp suy biến, đặc biệt. Ở HS trung bình và dưới trung bình khả năng liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm cân nhắc ,suy xét vấn đề còn chậm, HS chưa mạnh dạn, chưa tự tin.

-HS chưa quen với việc xây dựng hệ thống câu hỏi có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin và phương hướng giải quyết vấn đề.

- HS biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, để giải quyết vấn đề tuy nhiên ở HS trung bình và dưới trung bình việc chuyển đổi này còn chậm chạp. HS khá, giỏi có khả năng vận dụng kiến thức, suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc, tuy nhiên nhiều HS vẫn còn bị ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.
- HS đã biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau. Tuy nhiên sự nhìn nhận này vẫn còn thiếu tính toàn diện.
- HS bước đầu đã biết nhìn ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau khi có gợi ý, hướng dẫn từ GV. Tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế khi gặp các vấn đề có nhiều liên hệ phức tạp, chồng chéo.
- Khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp cho vấn đề đặt ra; khả năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết nói chung còn hạn chế.

4.2.2.2. Thực nghiệm sư phạm lần thứ hai (tháng 02 năm 2015):

Chúng tôi đã tiến hành dạy thực nghiệm các bài học chương "Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song" tại lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà – Đông Anh – Hà Nội. Trong khuôn khổ Luận án, chúng tôi xin được trình bày diễn biến giờ dạy bài: Hai mặt phẳng song song theo giáo án được NCS cùng với thầy Phạm Đức Duẩn soạn và do thầy Phạm Đức Duẩn trực tiếp giảng dạy ngày 16/02/2015. Mô tả chi tiết diễn biến giờ học được trình bày trong Phụ lục 4.

Tiếp đó chúng tôi đã cho 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm tam giác ABD. M thuộc cạnh BC sao cho BM = 2MC. Chứng minh rằng MG // (ACD).

Câu 2: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P, I lần lượt là trung điểm của AD, C'D', AB, BD.

a) Chứng minh MN // (BC'D) bằng nhiều cách khác nhau.

b) Hãy tổng quát hóa bài toán khi M, N thay đổi trên các cạnh AD, C'D'.

Câu 3: Cho tứ diện ABCD có $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$. Chứng minh rằng tổng các góc phẳng ở mỗi đỉnh của nó bằng 180^0.

Câu 4: Cho tứ diện ABCD có AB = CD = a. Điểm M di động trên cạnh AC. Qua M dựng mp(P) song song với AB, CD. Mặt phẳng (P) cắt BC, BD, AD lần lượt tại N, P, Q. Xác định vị trí điểm M để diện tích của tứ giác MNPQ lớn nhất.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm M nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M lần lượt song song với các đường thẳng SA, SB, SC, cắt các mặt phẳng (SBC), (SCA), (SAB) tại A_1, B_1, C_1. Chứng minh $\frac{MA_1}{SA}+\frac{MB_1}{SB}+\frac{MC_1}{SC}=1$.

Kết quả bài làm của HS được trình bày chi tiết trong Phụ lục 5

Qua các kết quả thu được trong lần thực nghiệm này chúng tôi có nhận xét như sau:

- Về phía Giáo viên:

- GV đã sử dụng TD như phương tiện để HS nắm vững nội dung kiến thức đồng thời thông qua việc giảng dạy nội dung kiến thức để bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

-GV tạo ra các cơ hội để tất cả các đối tượng HS được tham gia vào trả lời câu hỏi, giải quyết các vấn đề qua đó củng cố kiến thức và phát triển TD đặc biệt là TDPP và TDST.

-GV khuyến khích HS tương tác với bạn học và GV thông qua các hoạt động nhóm và hội thoại.
- GV đã giao các nhiệm vụ học tập khác nhau cho các nhóm đối tượng HS.
-Trong các hội thoại với HS, GV đã sử dụng các câu hỏi mở và các câu hỏi mở rộng để phát triển TD cho HS.
-Trong giờ học GV đã dành thời gian để HS suy nghĩ, thảo luận; lắng nghe các câu trả lời của HS, cùng HS giải quyết các khó khăn trong các vấn đề.
-GV đưa ra các câu hỏi, các nhiệm vụ để HS củng cố kiến thức, tổng kết các kinh nghiệm qua đó tự đánh giá quá trình nhận thức của bản thân HS.

- Về phía HS:

Thái độ và ý thức học tập:

-Tất cả các HS trong lớp đều tập trung vào nhiệm mà mình được giao. Họ tích cực giải quyết nhiệm vụ được giao với niềm tin là sẽ hoàn thành được nhiệm vụ đó.
-Các HS đều tham gia thảo luận trong các nhóm học tập. Họ cũng mạnh dạn đưa ra ý kiến của mình với các bạn học và với GV vì họ biết rằng ý kiến của họ được lắng nghe.
-HS không chỉ tập trung trả lời các câu hỏi GV đưa ra. Khi gặp khó khăn hoặc có thắc mắc HS đã mạnh dạn trao đổi và đặt ra các câu hỏi cho bạn bè và GV.
- HS thường trả lời câu hỏi, bài toán mà GV đưa ra kèm theo sự giải thích và lí do.
-HS đã biết tổng kết kiến thức và kinh nghiệm sau mỗi giờ học.

Biểu hiện của TDPP, TDST:

- HS có khả năng so sánh, sắp xếp và phân loại thông tin và nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.
-HS đã biết xây dựng hệ thống câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin và phương hướng giải quyết vấn đề.
- HS đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm ; cân nhắc , suy xét vấn đề một cách khá toàn diện và biết quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.
-HS có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán tuy nhiên ở HS trung bình và dưới trung bình và một số HS khá thì khả năng kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán còn hạn chế.
- HS chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác một cách khá linh hoạt. HS đã biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, để giải quyết vấn đề . HS đã biết vận dụng kiến thức, suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc,

và biết thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.

- HS đã biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau. Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho vấn đề. Tuy nhiên sự nhìn nhận này vẫn còn thiếu tính "động", tính toàn diện.
- HS biết nhìn ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.
- HS có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được cách giải quyết vấn đề đặt ra. Tuy nhiên khả năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết nói chung còn hạn chế.
-HS đã biết tổng quát hóa vấn đề, đặc biệt hóa vấn đề. Tuy nhiên ở HS trung bình và dưới trung bình khả năng này còn hạn chế.

4.2.2.3. Thực nghiệm sư phạm lần thứ ba (tháng 4, tháng 5 năm 2015):

Chúng tôi đã tiến hành dạy thực nghiệm các bài học chương "Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian" tại lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà – Đông Anh – Hà Nội. Trong khuôn khổ Luận án, chúng tôi xin được trình bày diễn biến giờ dạy bài: "Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng" theo giáo án được NCS cùng với thầy Phạm Đức Duẩn soạn và do thầy Phạm Đức Duẩn trực tiếp giảng dạy ngày 25/04/2015. Mô tả chi tiết diễn biến giờ dạy được trình bày ở Phụ lục 4.

Vào cuối năm học chúng tôi đã cho 45 HS lớp 11 A1 làm bài kiểm tra trong thời gian 90 phút với đề như sau:

Câu 1: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy, góc giữa mp(SAB) và mp(SBC) bằng 90^0. Chứng minh rằng $BC \perp$ (SAB).

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chứng minh rằng đường thẳng $AC_1 \perp (BDA_1)$. Hãy giải bài toán bằng nhiều cách.

Câu 3: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh, SA vuông góc với đáy. M là một điểm nằm trên đoạn thẳng AC (M không trùng với A, C). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(P) đi qua M và vuông góc với AC.

Câu 4: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tâm O, SA = 2a vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, E là trung điểm BC.

a) Tính khoảng cách từ O đến mp (SBC).
b) Tính khoảng cách từ G đến mp(SCD).
c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SE.

Câu 5: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA = a vuông góc với đáy. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua SD. Xác định vị trí của mp(P) để:

a) Góc giữa (P) và (ABCD) là lớn nhất

b) Góc giữa (P) và (ABCD) là nhỏ nhất.

Kết quả bài làm của HS trình bày ở Phụ lục 5.

Một số nhận xét qua các kết quả thu được sau quá trình thực nghiệm:

- Về phía giáo viên:

- Trong suốt giờ học GV đã quan tâm tới việc phát triển TDPP, TDST một cách có hệ thống và có chủ ý thể hiện qua sự kết hợp khéo léo giữa việc sử dụng TD như phương tiện để HS nắm vững nội dung kiến thức đồng thời thông qua việc giảng dạy nội dung kiến thức để bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

-GV đã tạo các điều kiện thuận lợi, khuyến khích tất cả các HS trong lớp tham gia vào các hoạt động học tập, bồi dưỡng kiến thức, phát triển TD đặc biệt là TDPP, TDST.

-Trong giờ học GV đã kết hợp linh hoạt các hình thức hoạt động nhóm và hội thoại để đặt HS vào các hoạt động học tập với các tương tác tích cực và thường xuyên với bạn học và với GV.

- GV giao các nhiệm vụ ở mức độ khác nhau phù hợp với từng đối tượng HS thông qua việc đưa ra các câu hỏi và bài tập kích thích, phát triển TDPP, TDST cho từng đối tượng HS.

-Trong cả giờ học GV đã sử dụng một cách có chủ ý hệ thống câu hỏi mở và câu mở rộng mà để trả lời chúng HS không chỉ dùng nội dung kiến thức mà quan trọng hơn HS phải TD để tìm ra lí do cho các câu trả lời, tìm ra nhiều phương án trả lời đồng thời có thể mở ra một vấn đề mới rộng hơn, tổng quát hơn. Qua đó bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

-GV khuyến khích tất cả HS tham gia vào việc trả lời câu hỏi và chấp nhận sự đa dạng trong các câu trả lời của HS.

- GV sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải suy nghĩ, xem xét về vốn kiến thức, kinh nghiệm của bản thân, phải đánh giá quá trình nhận thức, quá trình học tập và kết quả đạt được so với mục tiêu, kế hoạch đề ra.

- Về phía HS:

Kết quả học tập kì 2 lớp 11:

Ở môn Toán, có 18/45 HS có học lực giỏi; 15/45 HS có học lực khá; chỉ còn 12/45 HS trung bình nhưng đều ở mức ĐTB môn Toán từ 6,0 trở lên và không còn HS xếp loại yếu môn Toán.

Về thái độ, ý thức học tập:

-HS tập trung với sự hứng thú cao vào các nhiệm vụ mà GV đưa ra.

-Tất cả HS đều rất tích cực tham gia vào các cuộc thảo luận. HS thường xuyên trao đổi, chia sẻ. HS tranh luận trong nhóm và có cả những thắc mắc tranh luận với GV.

-HS thường xuyên đưa ra các câu hỏi và câu trả lời rất đa dạng.

-HS thường xuyên đưa ra câu hỏi với bạn học và GV. Nhiều câu hỏi trong số đó rất có tác dụng cho phát triển nhận thức của bản thân HS và của các HS khác. Một số câu hỏi mở ra sự khái quát vấn đề, lật ngược vấn đề và mở ra vấn đề mới.

-Các HS thường xuyên xem xét, điều chỉnh nhận thức trong quá trình giải quyết vấn đề. HS có thói quen xem xét, đánh giá, tổng kết quá trình nhận thức của bản thân.

Về biểu hiện của TDPP, TDST:

- HS có khả năng so sánh, sắp xếp và phân loại thông tin , biết mô tả vấn đề theo nhiều cách khác nhau và nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.

-HS đã biết xây dựng hệ thống câu hỏi có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin và phương hướng giải quyết vấn đề.

- HS khá, giỏi đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm , cân nhắc , suy xét vấn đề một cách toàn diện và biết quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt. Ở HS trung bình và dưới trung bình khả năng liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm , cân nhắc , suy xét vấn đề đã sâu sắc thấu đáo hơn và đã bắt đầu biết xem xét các trường hợp đặc biệt, suy biến.

-HS khá, giỏi có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán. HS trung bình và dưới trung bình đã biết đưa ra các phán đoán và bước đầu biết sử dụng các lập luận để kiểm nghiệm chứng minh (tuy rằng các lập luận này còn chưa được chặt chẽ và đôi khi còn có ngộ nhận).

- HS chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác một cách khá linh hoạt. HS đã biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, để giải quyết vấn đề . HS đã biết vận dụng kiến thức, suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc, và biết thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.

- HS đã biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau. Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho vấn đề. HS khá, giỏi đã có khả năng nhìn vấn đề một cách toàn diện.
- HS biết nhìn ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.
- HS khá, giỏi có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được cách giải quyết vấn đề đặt ra; có khả năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc. Ở HS trung bình và dưới trung bình khả năng này tuy chưa biểu hiện nhiều nhưng đã bắt đầu được hình thành.
-HS khá, giỏi đã quan tâm đến việc lật ngược vấn đề, đặc biệt hóa vấn đề , tổng quát hóa vấn đề không chỉ ở mức độ ngoại diên mà còn cả ở mức độ nội hàm. HS trung bình và dưới trung bình đã bước đầu biết xem xét đến việc lật ngược vấn đề, đặc biệt hóa vấn đề , tổng quát hóa vấn đề ở mức độ ngoại diên.

Kết luận chương 4

Thực nghiệm sư phạm được thực hiện với mục đích đánh giá tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp xây dựng lớp học TD trong dạy học Toán ở trường THPT. Việc thực nghiệm được tiến hành ở 4 lớp 11 và trên 4 HS lớp 11 thuộc các đối tượng là HS trung bình, dưới trung bình và HS khá, giỏi. Trên cơ sở phân tích các kết quả đã thu được qua đợt thực nghiệm, chúng tôi rút ra những kết luận sau:

1. Các biện pháp chúng tôi đề xuất đã được các thầy cô giáo đánh giá cao và khẳng định sẽ áp dụng tốt trong điều kiện dạy học môn Toán ở trường THPT hiện nay.
2. Kết quả thực nghiệm sư phạm được thể hiện thông qua kết hợp giữa đánh giá định tính bằng các giờ dạy thực nghiệm, qua quát sát quá trình học tập của HS với đánh giá định lượng bằng kết quả các bài kiểm tra được thiết kế bao gồm những câu hỏi hay bài tập có tác dụng kiểm tra các biểu hiện TDPP, TDST của HS.
3. Qua phân tích các kết quả đánh giá định lượng và định tính, có thể khẳng định rằng: trong và sau quá trình dạy thực nghiệm, HS có kết quả học tập cao hơn, TDPP, TDST ở tất cả các đối tượng HS biểu hiện rõ nét hơn và ở mức độ cao hơn.

Như vậy, những kết quả thu được sau đợt thực nghiệm đã khẳng định tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đề xuất trong Luận án. Nó hoàn thành được mục đích chính của thực nghiệm sư phạm đã đề ra là nhằm kiểm nghiệm giả thuyết khoa học của Luận án qua thực tiễn DH và kiểm nghiệm tính hiệu quả, khả thi của các biện pháp đã xây dựng.

KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

1. Kết luận

Đổi mới mục tiêu, chương trình, phương pháp dạy học theo hướng phát triển TD cho HS là xu hướng tất yếu, là mục tiêu quan trọng có tính chiến lược của giáo dục. Kết quả công trình nghiên cứu của nhiều tác giả đã chỉ ra rằng mỗi cá nhân bình thường đều có khả năng TDST, TDPP ở các mức độ khác nhau. Nhiệm vụ đặt ra cho người GV là phải nhận diện được những yếu tố đặc trưng của TDPP, TDST thể hiện ở mỗi nhóm đối tượng HS, từ đó có những biện pháp nhằm phát triển các yếu tố của TDPP, TDST ở từng HS một cách thích hợp. Trên thế giới và ở Việt Nam đã có một số công trình nghiên cứu về vấn đề dạy học phát triển TD cho HS. Những công trình nghiên cứu của các tác giả nước ngoài chủ yếu đề cập tới những những gợi ý, những chiến lược mang tính định hướng nói chung trong việc xây dựng một môi trường thúc đẩy sự phát triển TD của HS hay còn gọi là "lớp học TD". Các công trình nghiên cứu của các tác giả Việt Nam tập trung nghiên cứu vấn đề phát triển, bồi dưỡng một số loại hình TD cụ thể như TDPP, TDST, TD thuật giải,… cho đối tượng HS với giả định có năng lực học tập giống nhau (chủ yếu là HS khá, giỏi). Một số công trình đề cập tới vấn đề dạy học phân hóa trong lớp học có nhiều đối tượng HS nhưng chưa đi sâu nghiên cứu dạy học phân hóa với mục tiêu phát triển TD cho từng đối tượng HS. Nhìn chung vấn đề xây dựng một môi trường học thúc đẩy sự phát triển TD của từng đối tượng HS trong lớp một cách thích hợp thông qua những biện pháp cụ thể còn chưa được đề cập tới trong các công trình nghiên cứu. Luận án tiếp tục đi sâu hơn vào một vấn đề chưa được quan tâm nhiều đó là: Xây dựng lớp học TD trong dạy học môn Toán ở trường THPT thông qua dạy học HHKG - một phần nội dung kiến thức chứa đựng nhiều yếu tố thuận lợi để bồi dưỡng, phát triển TD cho HS. Sau quá trình nghiên cứu và thực hiện đề tài chúng tôi thu được một số kết quả cụ thể sau:

1. Đi sâu nghiên cứu các vấn đề lý luận có liên quan đến TD, TDPP, TDST và phát triển TD, TDPP, TDST cho HS THPT trong học Toán, chúng tôi cho rằng: TDPP là kiểu TD trong đó chủ thể TD dựa trên bằng chứng, kinh nghiệm, niềm tin suy xét, cân nhắc, đánh giá và liên hệ mọi khía cạnh của các nguồn thông tin với thái độ hoài nghi tích cực nhằm giải quyết vấn đề, tiên đoán những khả năng phát triển và mở rộng vấn đề. Biểu hiện đặc trưng của năng lực TDPP trong học toán của HS THPT thể hiện ở 4 nhóm khả năng: Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề; Khả

năng liên kết, đánh giá , xử lí thông tin nhằm giải quyết vấn đề; Khả năng phản ánh. TDST là một dạng TD có tính linh hoạt, tính độc lập và tính phê phán, đặc trưng bởi sự sản sinh ra ý tưởng mới độc đáo và có hiệu quả giải quyết vấn đề cao. Ý tưởng mới được thể hiện ở chỗ phát hiện ra vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, cách giải quyết mới, tạo ra kết quả mới. Các biểu hiện đặc trưng của năng lực TDST trong học toán của HS THPT thuộc vào 5 yếu tố chính là tính linh hoạt, tính nhuần nhuyễn, tính độc đáo, tính hoàn thiện và tính nhạy cảm vấn đề.

2. Qua nghiên cứu lý luận và thực tiễn, chúng tôi đưa ra một số đặc điểm căn bản của TDPP, TDST trong học toán của từng nhóm đối tượng HS dưới trung bình, HS trung bình, HS khá, giỏi. Qua đó khẳng định rằng: Các yếu tố của TDPP, TDST không chỉ có ở HS khá, giỏi. Mỗi HS bình thường đều có thể phát triển các phẩm chất của TDPP, TDST ở các mức độ khác nhau.

3. Để phát triển TD cho từng đối tượng HS trong lớp học cần xây dựng một môi trường khuyến khích và thúc đẩy TD của mỗi HS trong lớp học. Lớp học TD sẽ tạo ra một môi trường dạy học như thế. Lớp học TD là lớp học mà ở đó không chỉ một số HS khá, giỏi TD mà mỗi cá nhân trong lớp học đều thực sự TD. Đó là lớp học mà mỗi HS được tạo điều kiện và được khích lệ để phát triển TD nói chung, TDPP và TDST nói riêng một cách thích hợp trong môi trường học tương tác. Luận án đưa ra một số biểu hiện đặc trưng của lớp học TD thông qua việc xem xét 3 nhân tố cơ bản của quá trình dạy học đó là: Môi trường, GV và HS.

4. Thông qua nghiên cứu thực tiễn, chúng tôi cho rằng hiện nay nhìn chung việc bồi dưỡng, phát triển TD cho mọi đối tượng HS ở trường THPT chưa được quan tâm đúng mức. Giáo án, kế hoạch DH của GV hiện nay mới chỉ tập trung vào nhiệm vụ truyền thụ tri thức mà chưa hướng đến phát triển TD, TDPP, TDST cho HS. Trong giảng dạy, đa số GV chỉ chú ý và cố gắng giảng hết những phần nội dung đã được trình bày trong SGK. GV đã sử dụng một số biện pháp, hoạt động không có tác dụng thậm chí còn kìm hãm sự phát triển TD, TDPP, TDST của HS . GV rất ít sử dụng thậm chí môt số GV chưa bao giờ sử dụng những biện pháp hiệu quả giúp xây dựng lớp học TD để phát triển TD, TDPP, TDST cho từng HS .

5. Trên cở sở lý luận và thực tiễn đã trình bày ở chương 1 và chương 2, trong chương 3 chúng tôi đề xuất 5 nhóm biện pháp nhằm xây dựng lớp học TD trong dạy học Toán đó là: Xây dựng hệ thống mục tiêu, nhiệm vụ học tập và hệ thống bài tập toán học phát triển TDPP, TDST phù hợp với mỗi nhóm đối tượng HS; Tạo động cơ,

gây hứng thú và kích thích HS TD bằng cách tình huống hóa các nội dung dạy học; Tăng cường sử dụng hệ thống câu hỏi hiệu quả nhằm định hướng và thúc đẩy TDPP, TDST của tất cả các đối tượng HS; Tích cực hóa TD của tất cả HS thông qua việc tổ chức cho HS học tập trong các nhóm tương tác đa chiều; Tập luyện cho mỗi HS khả năng tự lập kế hoạch học tập, tự theo dõi, đánh giá, điều chỉnh quá trình nhận thức và quá trình học của bản thân. Các biện pháp mà chúng tôi trình bày ở trên có mối quan hệ logic và biện chứng với nhau, mỗi nhóm biện pháp đều có vị trí, vai trò nhất định trong sự hỗ trợ nhau, bổ sung cho nhau. Có thể nói các nhóm biện pháp phản ánh các khâu quan trọng của quá trình DH.

6. Các biện pháp được xây dựng trong luận án được thực nghiệm ở các lớp 11 HS học theo chương trình Toán ban cơ bản và được tiến hành trên 04 HS lớp 11 thuộc các đối tượng là HS trung bình, dưới trung bình và HS khá, giỏi. Mặc dù, thời gian thực nghiệm chưa dài (06 tháng) song kết quả thu được tương đối khả quan, đáp ứng được mục đích nghiên cứu đã đề ra, bước đầu khẳng định tính đúng đắn của giả thuyết khoa học, thể hiện được tính khả thi và hiệu quả, chất lượng của các biện pháp DH được xây dựng trong đề tài.

7. Việc bồi dưỡng, phát triển TD, TDPP, TDST gắn liền với việc trang bị kiến thức cho HS. Đây là một quá trình lâu dài và luôn song hành trong suốt QTDH. Cần khẳng định rằng tất cả các NDDH đều có tác dụng phát triển TD nói chung, TDPP và TDST nói riêng cho HS ở các mức độ khác nhau. Vì vậy trong QTDH, GV cần phải nắm chắc nội dung chương trình, đồng thời biết chọn lọc từng nội dung cụ thể để có kế hoạch rèn luyện phát triển TD nói chung, TDPP, TDST nói riêng cho HS một cách phù hợp. Ngoài việc khai thác các nội dung trong chương trình SGK, GV cần thiết kế các bài tập phong phú có tác dụng kích thích phát triển các yếu tố đặc trưng của TDPP, TDST.

8. Để sử dụng tốt kết quả nghiên cứu của đề tài, trong QTDH, GV cũng cần căn cứ vào điều kiện cụ thể, đặc biệt là đặc điểm, trình độ của HS,... để có những vận dụng linh hoạt sáng tạo nhằm phát huy hiệu quả cao nhất. Việc vận dụng các biện pháp phát triển TDST cần được thực hiện thường, xuyên liên tục. Cần phối hợp các biện pháp một cách linh hoạt tùy theo tình hình thực tế của lớp học, không nhất thiết phải rèn luyện theo trình tự các biện pháp được xây dựng, hơn nữa cần nhận thức rõ biện pháp nào thì sẽ phù hợp với từng hoạt động cụ thể nào trong giờ học để khai thác có hiệu quả nhất.

9. Các biện pháp được xây dựng trong luận án không chỉ được áp dụng trong dạy học HHKG mà còn có thể áp dụng trong dạy học các phân môn khác của Toán học và cả các bộ môn khoa học khác ở trường THPT. Tuy nhiên, các biện này không phải là một bản giáo án hay kế hoạch bài dạy của GV mà nó mang tính định hướng tư tưởng, mang tính phương pháp luận cho GV khi thiết kế bài dạy và tổ chức dạy học trên lớp. Việc áp dụng các biện pháp nói trên là một nghệ thuật mềm dẻo, thay đổi linh hoạt căn cứ theo môn dạy, theo nội dung kiến thức, theo đặc điểm HS,…hướng đến mục đích cuối cùng là tạo dựng lớp học tư duy bồi dưỡng, phát triển TD nói chung, TDPP và TDST nói riêng cho từng HS một cách thích hợp.

2. Một số kiến nghị:

- Trong các kì bồi dưỡng thường xuyên hàng năm, cần lồng ghép tập huấn cho GV và CBQLGD những tri thức cơ bản về TD , các phương pháp dạy học phát triển TD và tình hình dạy học phát triển TD của các nền giáo dục tiên tiến trên thế giới.

- Các nhà trường, các cơ sở giáo dục, các cấp quản lí giáo dục cần xem xét xây dựng và triển khai đến từng GV những định hướng, kế hoạch cụ thể cho việc dạy học phát triển TD đối với từng nội dung, từng môn học và cấp học.

- Cần nâng cao nhận thức của GV về TD và tầm quan trọng của dạy học phát triển TD cho HS. Khuyến khích và tiến tới có quy định bắt buộc đối với GV về việc áp dụng giảng dạy phát triển TD trong các giờ học. Dạy học phát triển TD cần được xem là một trong những tiêu chí quan trọng để đánh giá GV khi dự giờ, hội giảng, thi GV giỏi, xét nâng ngạch, nâng hạng GV.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ CỦA TÁC GIẢ

1. Lê Trung Tín (2011), "Vận dụng dạy học khám phá trong dạy học các phép biến hình", *Tạp chí Giáo dục*, số 268, kỳ 2, tr.34-35.
2. Lê Trung Tín (2011), "Bồi dưỡng năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho học sinh trung học phổ thông qua dạy học giải phương trình và hệ phương trình", *Tạp chí Giáo dục*, số 271, kỳ 1, tr.49-50.
3. Lê Trung Tín (2015), "Một số biện pháp rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh trung học phổ thông qua dạy học bài tập hình học không gian", *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, số đặc biệt tháng 4 - 2015, tr.53-57.
4. Lê Trung Tín (2015), "Vận dụng lí thuyết tình huống trong dạy học khái niệm phần hình học không gian lớp 11 trung học phổ thông", *Tạp chí Giáo dục*, số 359, kỳ 1, tr.40-42.
5. Lê Trung Tín (2015), "Xây dựng lớp học tư duy trong dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông", *Tạp chí Giáo dục*, số 370, kỳ 2, tr.38-40, 44.
6. Lê Trung Tín (2016), "Đặc điểm tư duy sáng tạo của các nhóm đối tượng học sinh trong học Toán", *Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, số 1(79), tr.67-79.
7. Lê Trung Tín (2016), "Vận dụng lí thuyết siêu nhận thức trong dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông", *Tạp chí Khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, số 4(82), tr.71-77.
8. Nguyễn Hữu Châu - Lê Trung Tín (2016), "Some features of Critical thinking of high school students, a case study in Vietnam", *International Journal of Research In Social Sciences*, Islamabad, Pakistan, Vol. 8, No. 1, p. 18-27.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tài liệu tiếng Việt

1. Armstrong T. (2011), *Đa trí tuệ trong lớp học (Lê Quang Long dịch),* NXB Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.

2. Armstrong T. (2011), *Bảy loại hình thông minh* (Mạnh Hải, Thu Hiền dịch), NXB Lao động – Xã hội, Hà Nội.

3. Lê Tuấn Anh (2011), *Khai thác những cách tạo tình huống gợi vấn đề trong dạy học môn toán trường THPT*, Tạp chí KH ĐHSPHN số 4/2011.

4. Bộ Giáo dục và đào tạo (2011), *Kỷ yếu hội thảo quốc gia về giáo dục Toán ở trường phổ thông*, NXB Giáo dục Việt Nam.

5. Buzan T. (2007), *Bản đồ TD 10 cách đánh thức TD sáng tạo*, Gia Linh (biên dịch), NXB Từ điển bách khoa, Hà Nội.

6. Nguyễn Hữu Châu (2005), *Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

7. Nguyễn Hữu Châu, Vũ Quốc Chung, Nguyễn Thị Sơn (2004), *Phương pháp, phương tiện kĩ thuật và hình thức tổ chức dạy học trong nhà trường,* NXB Đại học Sư phạm.

8. Nguyễn Hữu Châu (2005), "Dạy học hợp tác", *Tạp chí TTKHGD*, (114/2005).

9. Hoàng Chúng (1964), *Rèn luyện khảnăng sáng tạo toán học ở nhà trường phổ thông*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

10. Crutecxki V.A. (1973),*Tâm lí năng lực toán học của HS* , NXB Giáo dục, Hà Nội.

11. Crutecxki V.A. (1980), *Những cơ sở của tâm lí học sư phạm* , NXB Giáo dục, Hà Nội.

12. Danilop M.A., Xkatkin M.N (1980), *Lí luận dạy học ở trường phổ thông*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

13. Denommé, Madelenie, Trịnh Văn Minh, Đặng Hoàng Minh, Nguyễn Chí Thành (dịch), Nguyễn Thị Mỹ Lộc (hiệu đính) (2009), *Sư phạm tương tác – một tiếp cận khoa học thần kinh về học và dạy,* NXB ĐHQG, Hà Nội.

14.Vũ Dũng (2008), *Từ điển Tâm lý học*, NXB Từ điển bách khoa, Hà Nội.

15. Đỗ Tiến Đạt (2011), "Chương trình đánh giá học sinh quốc tế PISA – Môn Toán", *Kỷ yếu Hội thảo quốc gia về giáo dục Toán học phổ thông năm 2011*.

16. Gardner H.(1997), *Cơ cấu trí khôn*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

17. Phạm Minh Hạc (1992), *Một số vấn đề về tâm lí họ*c. NXB Giáo dục, Hà Nội.

18.Trần Văn Hạo, Nguyễn Mộng Hy, Khu Quốc Anh (2010), *Hình học 11,* NXB Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.

19. Đào Thị Hoàng Hoa (2012), "Vận dụng các cấu trúc dạy học hợp tác vào giảng dạy Hóa học phổ thông", *Tạp chí Khoa học ĐHSP Thành phố Hồ Chí Minh,* (39/2012), 126 - 135.

20. Hội đồng biên soạn Từ điển Bách khoa toàn thư Việt Nam (2005), *Từ điển Bách khoa toàn thư Việt Nam* , NXB Từ điển bách khoa. Hà Nội

21. Bùi Duy Hưng (2011), "Rèn luyện và phát triển năng lực khai thác bài toán cho sinh viên", *Tạp chí KH ĐHSPHN*, (4/2011).

22. Nguyễn Thanh Hưng (2009), *Phát triển TD biện chứng của HS trong dạy học hình học ở trường trung học phổ thông*, LATS Giáo dục học, Vinh.

23. Đặng Thành Hưng, (2002), *Dạy học hiện đại – lý luận, biện pháp*, kĩ thuật, NXB Đại học quốc gia, Hà Nội.

24. Nguyễn Bá Kim (2009), *Phương pháp dạy học bộ môn Toán,* NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

25. Kagayaki O. (1991), *Phương pháp luyện trí não*, NXB Thông tin, Hà Nội.

26. Lerner (1977), *Dạy học nêu vấn đề* , NXB Giáo Dục, Hà Nội.

27. Phan Thị Luyến. *Rèn luyện TDPP của HS trung học phổ thông qua dạy học chủ đề phương trình và bất phương trình* (2008), LATS Giáo dục học, Viện KHGD, Hà Nội.

28. Trần Luận (1996), *Vận dụng tư tưởng sư phạm của G. Polya xây dựng hệ thống bài tập nhằm phát triển năng lực sáng tạo của học sinh chuyên toán THCS*, LAPTS Tâm lí Giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục, Hà Nội.

29.Marzano R. J. , Nguyễn Hữu Châu dịch, (2011), *Nghệ thuật và khoa học dạy học*, NXB Giáo dục Việt Nam.

30.Đỗ Ngọc Miên (2014), *Phát triển một số yếu tố của TD sáng tạo cho học sinh tiểu học,* LATS Giáo dục, Viện KHGD, Hà Nội.

31.Vương Dương Minh (1995), *Phát triển TD thuật giải của HS trong khi dạy học các hệ thống số ở trường phổ thông,* LAPTS Sư phạm - Tâm lý, Hà Nội.

32. Vương Dương Minh (2002), "*Truyền thụ cho người học những tri thức phương pháp về tư duy hàm"*, Tạp chí TTKHGD, Hà Nội.

33. Hoàng Lê Minh (2014), *Hợp tác trong dạy học môn toán,* NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

34. Bùi Văn Nghị (2009), *Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể của môn toán,* NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
35. Bùi Văn Nghị (1996), *Vận dụng TD thuật toán vào việc xác định hình để giải các bài toán hình học không gian ở trường phổ thông trung học*, LA PTSKH Sư phạm - Tâm lý, Hà Nội.
36. Bùi Văn Nghị (1997), "Rèn luyện kỹ năng xác định hình trong HHKG", *Tạp chí Thông tin KHGD*, (60), 3/1997.
37. Phan Trọng Ngọ (chủbiên), Nguyễn Đức Hướng (2003), *Các lý thuyết phát triển tâm lý người,* NXB Đại học Sưphạm, Hà Nội.
38. Nickerson R.S.(2000), " Tại sao phải dạy tư duy?", *Dạy các kĩ năng tư duy*, Dự án Việt - Bỉ, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Hà Nội, 12 - 13.
39. Hoàng Phê (2006), *Từ điển Tiếng Việt*, NXB Đà Nẵng.
40. Piaget J. (2001), *Tâm lý học và giáo dục học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
41. Polya G. (1997)*Giải toán như thế nào? ,* NXB Giáo dục, Hà Nội.
42. Polya G. (1997), *Sáng tạo toán học*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
43. Phạm Đức Quang, Phạm Gia Đức, (2007), *Đổi mới phương pháp dạy học môn toán ở trường trung học cơ sở nhằm hình thành và phát triển năng lực sáng tạo cho học sinh*, NXB ĐHSP, Hà Nội.
44. Quốc hội nước Cộng hoà xã hội chủ nghĩa Việt Nam (2005), *Nghị quyết số38/2005/QH XI về Luật giáo dục.*
45. Quốc hội nước Cộng hoà xã hội chủ nghĩa Việt Nam (2005), *Luật Giáo dục*, NXB Chính trịquốc gia, Hà Nội.
46. Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương, Phạm Khắc Ban, Tạ Mân (2010), *Hình học 11 nâng cao,* NXB Giáo dục Việt Nam.
47. Rubinstein R.S. (1958), *Về TD và những con đường khảo sát nó*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
47. Sacđacôp M.N. (1970), *Tư duy của học sinh*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
48. Đào Tam – Lê Hiển Dương (2008), *Tiếp cận các phương pháp dạy học không truyền thống trong dạy học Toán ở trường đại học và trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
49. Tôn Thất Thân (1995), *Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của TDST cho HS khá và giỏi toán ở trường THCS Việt Nam (thể hiện qua*

chương các trường hợp bằng nhau của tam giác "ở lớp 7"), LATS Sư phạm - Tâm lý, Viện KHGD, Hà Nội.

50. Chu Cẩm Thơ (2010), *Vận dụng phương pháp kích thích TD của HS trong dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông,* LATS Giáo dục, Hà Nội.

51. Nguyễn Duy Thuận (2007), *Giáo trình phát triển TD toán học trong HS : Sách dành cho cao đẳng Sư phạm* , Đại học Sư phạm, Hà Nội.

52. Nguyễn Văn Thuận (2004), *Góp phần phát triển năng lực TD lôgic và sửdụng chính xác ngôn ngữ toán họccho HS đầu cấp Trung học phổ thông trong dạy học đại số*, LATS Giáo dục học, Vinh.

53.Vũ Dương Thụy, Vũ Quốc Chung (1994), "Phát triển TD sáng tạo cho học sinh tiểu học trong quá trình dạy các yếu tố hình học", *Nghiên cứu giáo dục,* (4/1994).

54. Nguyễn Cảnh Toàn (1997), *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy, nghiên cứu toán học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

55. Nguyễn Cảnh Toàn (1997), *Tập cho HS giỏi toán làm quen dần với nghiên cứu toán học,* NXB Giáo dục, Hà Nội.

56. Trần Thúc Trình (2003), *Rèn luyện TD trong dạy học toán (Đề cương môn học dành cho học viên Cao học, chuyên ngành phương pháp giảng dạy toán)*, Viện KHGD Việt Nam, Hà Nội.

57. Nguyễn Anh Tuấn (2003), *Bồi dưỡng năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho HS THCS trong dạy học khái niệm toán học*, LATS Giáo dục, Hà Nội.

58. Nguyễn Huy Tú (1996), Tâm lý học sáng tạo, NXB Giáo dục, Hà Nội.

58. Nguyễn Huy Tú (2006), *Bộ trắc nghiệm sáng tạo TSD –Z của Klaus K.Urban với những ứng dụng ở nước ngoài và Việt Nam*, NXB Đại học Sưphạm, Hà Nội.

59.Thái Duy Tuyên (2008), *Phương pháp dạy học - truyền thống và đổi mới,* NXB Giáo dục, Hà Nội.

60.Nguyễn Quang Uẩn (2007), *Giáo trình tâm lý học đại cương*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

61.Nguyễn Đức Uy (1999), *Tâm lý học sáng tạo*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

62.Vưgôtxki L. X. (1997), *Tuyển tập Tâm lý học*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, Hà Nội.

63.Vưgotxki L.X. (1985), *Trí tưởng tượng và sáng tạo ở lứa tuổi thiếu nhi,* NXB Phụ nữ, Hà Nội.

Tài liệu tiếng Anh

64. Anne de A'Echevarria (2008),*Teaching thinking pocketbook*, Teacher's Pocket books, UK.

65. Alro H., Ravn O. and Valero P. (Eds) (2010), *Critical Mathematics Education: Past, Present and Future*, Sense Publishers, 145-149.

66. Amabile T.M. (1996), *Creativity in context: Update to the social psychology of creativity*, Boulder, CO: Westview.

67. Amabile T.M. (1983), *Social Psychology of Creativity*, Springer-Verlag, New York.

68. Anderson L. W., Krathwohl D. R. (1999), *A taxonomy for learning, teaching and assessing: A rivision of Bloom's taxonomy of educational objectives*, Pearson, USA

69. Baker M. (1979), *Teacher creativity and its effect on student creativity,Creative Child & Adult*, Quaterly, 4, 20-29.

70. Barron F. (1995). *No rootless flower: An ecology of creativity*, Hampton Press, *Cresski*, NJ.

71. Beyer B. K. (1995), *Critical thinking*, Bloomington, IN: Phi Delta Kappa Educational Foundation

72. Bayer, B. K. (1998), *Developing a thinking skills program*, Allyn and Bacon, Boston, Mass, USA.

73. Bloom B. (1984), *Taxonomy of Educational Objectives* Pearson Education, USA.

74. de Bono E. (1994), *Parallel thinking: from Socratic thinking to de Bono thinking*, Viking.

75. de Bono E. (2008), *Six Frames: For Thinking About Information*, Vermilion.

76. Burton L. (1998), *Thinking things through problem solving in Mathematics.* Oxford, UK.

77. Chan Chun Ming Eric (2008), *Singapore Engaging Students in Open-Ended Mathematics Problem Tasks - A Sharing on Teachers' Productionand Classroom Experience (Primary)*, National Institute of Education, Nanyang Technological University.

78. Crawford A., Wendy Saul, Samuel R. Mathews (2005), *Teaching and learning strategies for the thinking classroom*, The International Debate Education Association, NY.

79. Center for Critical Thinking (1996), *Three definitions of critical thinking*, http://www.criticalthinking.org/University/univlibrary/library.nclk.

80. Doymus K. (2008), "Teaching chemical bonding through jigsaw cooperative learning", *Research in Science & Technological Education*, *26*(1), 45-57.

81. Danton J. (1985), *Adventures in thinking: creative thinking & co-operative talk in small groups*, Nelson, Australia.

82. Dillon, J. T. (1988), *Questioning and teaching: A manual of practice*, Teachers College Press, New York.

83. Duron R. (2006), "Critical Thinking Framework For Any Discipline", *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education 2006*, 17, (2), 160-166.

84. Ennis R.H. (1997), "Incorporating Critical Thinking in the Curriculum: An Introduction to some Basic Issues", *Inquiry, Critical Thinking Across the Disciplines, Spring 1997*, 16, (3).

85. Eickson H. L. (2007), *Concept-Based Curriculum and Instruction for the Thinking Classroom*, SAGE Publications.

86. Elliott Ostler (2006), *Mathematical Modeling: Some Ideas and Suggestions for Pre-service Teacher Preparation*, http://www.k-12prep.math.ttu.edu/ journal/ pedagogy/ostler01/article.pdf.

87. Fisher A. (2001), *Critical thinking, An Introduction*, Cambridge University Press, United Kingdom.

88. Feldhusen, J. F., & Treffinger, D. J. (1980).Creative thinking and problem solving in gifted education. Dubuque, IA: Kend-all/Hunt.

91. Gardner H. (1988), "Creativity: An interdisciplinary perspective", *Creativity Research Journal*, (1), 8 - 26.

92. Getzel J.W. & Jackson P.W. (1961), "Family enviroment and cognitive style: A study of the sources of highly intelligent and of highly creative adolescents", *American Socialogical Review*, (26), 351-359.

93. Guilford J. P. (1967), "Creativity: Yesterday, today, and tomorrow", *Journal of Creative Behavior*, 1, (1), 3 - 14.

94. Guilford, J. P. (1967), *The Nature of Human Intelligence*, McGraw-Hill, New York.

95.Guilford J. P. (1979), “Creativity: Retrospect and prospect”, *Journal of Creative Behavior*, (4), 149 - 168.

96. Hartman S. (2011), *The Thinking Classroom: Transforming Educational Experiences through 21st Century Skills, 21 st Century Skills Specialist*, Colorado Department of Education.

97. Hannel I. (2003), *Highly Effective Questioning (Developing the Seven Steps of Critical Thinking)*, Hannel Company.

98. Halpern D. F., Roiggio H. (2003), *Thinking citically about Critical thinking*, Inc. Publishers, NJ, USA.

99. Hamza, M. & Griffith, G. (2006), *Fostering Problem Solving & Creative Thinking in the Classroom: Cultivating a Creative Mind!*, Lamar University.

100. Liljedahl P. (2015), “Building thinking classrooms: Conditions for problem solving”, In P. Felmer, W. Van Dooren, & J. Kilpatrick (Eds.) *Problem Solving*, Springer, New York, 361 - 386 .

101. Lipman M. (2003), *Thinking in Education*, Cambridge University Press.

102. Lipman M. (1988), *Critical thinking – What can it be?*, Asociation for Supervision and Curiculum Development, USA.

103. Lowenfeld V. (1962), “Creativity, Education’s Stepchild”, *A Source Book of Creative Thinking*, Scribners, New York, 9 – 17.

104. Marzano R. J. (1998), *Dimensions of thinking* , ASCD, USA.

105. Marzano R. J. (1992), *A different kind of classroom: Teaching with dimensions of learning*, ASCD, USA.

106. Marzano R. J. *(2003), Classroom management that work*, ASCD, USA.

107. Marzano, R. J. (1998). *A theory-based meta-analysis of research on instruction*, www.mcrel.org/PDF/Instruction/5982RR_InstructionMeta_Analysis.pdf.

108.McGuinness C. (1999), *From building thinking skills to thinking classrooms*, The Crown Copyright Unit.

109. McGuiness C., Eakin A., Curry C., Sheehy N., (2006). *Creating a thinking classroom, Teaching and learning*, Research briefing, Northern Ireland.

110. Mercer, N. & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the development of children's thinking*, Routledge: London, UK.

111. Meyers, C. (1986), *Teaching Students to Think Critically*, Jossey- Bass, San Francisco, USA.

112. Paul R. & Elder L. (2002), *Critical Thinking: Tools for Taking Charge of Your Professional & Personal Life*, Prentice Hall.
113. Scriven M. & Paul R. (1996), *Defining critical thinking: A draft statement for the National Council for Excellence in Critical Thinking [On-line]*, http://www. criticalthinking. org/University/univlibrary/library.nclk.
114. Sternberg R.J. & Williams W.M. (1996), *How to develop student creativity*, Association for Supervision an Curriculum Development, Alexandria, VA.
115. Sternberg R.J. (1997), *Thinking styles*, Cambridge University Press.
116. Sternberg R.J. & Lubart T.L. (1995), *Defying the crowd: Cultivating creativity in a culture of conformity*, Free Press, New York.
117. Taylor C.W. (1964), *Widening horizon in creativity*, Wiley, New York.
118.The thinking classroom, Learnweb.harvard.edu/ALPS/thinking/index.
119. The National Center for Teaching Thinking , *All Students Can Be Good Thinker*, http://www.nctt.net/
120. The Reading and Writing for Critical Thinking Project (2005), *Teaching and Learning Strategies for the Thinking Classroom* , Open Society Institute, USA.
121. The Australian Council for Educational Research, *Taking to learn: Dialogue in the classroom*. The Digest, Teachers Registration Board, Tasmania, NSW Institute of Teachers (2/2009).
122.Torrance E.P. (1962), *Guilding creative talent*, Engewood Cliffs, Prentice Hall, NJ, USA.
123.Torrance E.P. (1963), "Exploration in creative thinking in the early school years: A progress report", *In Taylor C.W. & Barron F. (Eds.), Scientific creativity: Its recognition and development*, Wiley, New York, *173-183.*
124.Torrance E.P, Peterson P. & Davis D. (1963*), Revised Originality Scale for Evaluating Creative Writing*, University of Minnesota Press, Minneapolis.
125.Torrance E.P. (1965), *Rewarding creative behavior: experiments in classroom creativity*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, NJ.
126.Torrance E.P. (1979), "Unique needs of creative child and adult", *In A.H.Passow (Ed.), The gifted and talented: Their education and development. 78th NSSE Yearbook*, National Society for the Study of Education, Chicago, 352-371.
127.Torrance E.P. (1995), *Insights about creativity: Questioned, rejected, ridiculed, ignored*, Educational Psychology Review, 7, (3), 313 - 322.

128.Torrance *E.P.*, Goff K. (1990), *Fostering Academic Ctreativity in gifted student*, Publication Date: 1990, ERIC_NO: ED321489.

129. Udall A. J. and Joan E. Daniels (1991), *Creating Active Thinkers: Nine Strategies For a Thoughtful Classroom*, Zephyr Press, Arizona, USA.

130.Vygotsky L. S. (1986), *Thought and language*, Cambridge, MIT Press.

131.Weil, D. W. (2000), "Learning to reason dialectically: Teaching primary students to reason within different points of view", In D. W. Weil & H. K. Anderson, (Eds.). *Perspectives in critical thinking: Essays by teachers in theory and practice*, Peter Lang, NY, USA.

PHỤ LỤC

PHỤ LỤC CỦA LUẬN ÁN GỒM:

1. PHỤ LỤC 1: KẾT QUẢ XỬ LÝ SỐ LIỆU CÁC PHIẾU HỎI GV VÀ HS

2. PHỤ LỤC 2: KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU THỰC TIỄN VỀ SỰ KHÁC BIỆT TRONG TDPP, TDST CỦA CÁC ĐỐI TƯỢNG HS

3. PHỤ LỤC 3: MÔ TẢ DIỄN BIẾN MỘT SỐ GIỜ HỌC TOÁN TRONG NGHIÊN CỨU THỰC TIỄN

4. PHỤ LỤC 4: MÔ TẢ DIỄN BIẾN MỘT SỐ GIỜ HỌC TOÁN TIẾN HÀNH TRONG THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

5. PHỤ LỤC 5: KẾT QUẢ BÀI LÀM CỦA HỌC SINH TRONG CÁC THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

6. PHỤ LỤC 6: GIÁO ÁN MỘT SỐ TIẾT DẠY THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

1. PHỤ LỤC 1: KẾT QUẢ XỬ LÝ SỐ LIỆU CÁC PHIẾU HỎI GV VÀ HS

Bảng 2.1: Biểu hiện TDPP trong học Toán của HS khá, giỏi

STT	Một số biểu hiện (hành vi)	ĐTB $\overline{X}$	Thứ bậc
1	Có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết.	1,6	1
2	Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.	2,4	5
3	Biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề .	1,7	2
4	HS mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác.	3,8	12
5	HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề	2,5	6
6	Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm ; cân nhắc , suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.	1,9	3
7	Có khả năng phân chia trường hợp tốt trong những vấn đề phức tạp có nhiều trường hợp chồng chéo.	2,6	7
8	Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết vấn đề.	2,7	8
9	Luôn có thái độ hoài nghi tích cực, tìm ra thêm nhiều cách giải quyết, tìm ra cách giải quyết tối ưu và hợp lí nhất.	3,7	11
10	Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và đưa ra các quyết định.	2,0	4

11	Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề.	3,1	9
12	Biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.	3,6	10

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện).

Bảng 2.2: Biểu hiện TDPP trong học Toán của HS trung bình

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết.	1,8	1
2	Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.	3,3	6
3	Biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề .	3,2	5
4	HS mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác.	4,9	13
5	HS đã biết đặt câu hỏi tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết các công việc trước mắt.	1,9	2
6	HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	4,5	11
7	Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến.	1,8	1
8	Biết suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.	4,1	9
9	Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác, có tham gia tranh luận.	2,7	3

10	Biết giải thích, bảo vệ quan điểm của mình và có thái độ hoài nghi tích cực.	4,3	10
11	Bước đầu biết đưa ra được những dự đoán.	3,1	4
12	Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán.	3,7	8
13	Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề.	3,5	7
14	Biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.	4,8	12

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện).

Bảng 2.3: Biểu hiện TDPP trong học Toán của HS dưới trung bình

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết.	1,9	1
2	Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài.	3,3	6
3	Biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề.	3,2	5
4	HS mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác.	5,0	10
5	HS đã biết đặt câu hỏi tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết các công việc trước mắt.	2,7	3
6	HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	4,8	9
7	Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn	2,5	2

	đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến.		
8	Biết suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt.	5,0	10
9	Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác, có tham gia tranh luận.	2,9	4
10	Biết giải thích, bảo vệ quan điểm của mình và có thái độ hoài nghi tích cực.	4,8	9
11	Bước đầu biết đưa ra được những dự đoán.	4,0	7
12	Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán.	4,0	7
13	Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề.	4,1	8
14	Biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.	5,0	10

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện)

Bảng 2.4: Biểu hiện TDST trong học Toán của HS khá, giỏi

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa và các phương pháp suy luận như quy nạp, suy diễn tương tự. Biết điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại.	1,7	1
2	Có khả năng vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã có những yếu tố thay đổi. Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc.	1,7	1
3	Bước đầu có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.	2,1	2
4	Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức	3,3	7

	năng mới của đối tượng quen biết.		
5	Có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau. Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết.	2,3	4
6	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề, sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu.	3,1	5
7	Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề.	3,8	8
8	Có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.	2,2	3
9	Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra.		
10	Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác tư duy để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề.	3,2	6
11	Biết tổng kết, tổng quát hóa, khái quát hóa vấn đề.	3,3	7
12	Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.	4,1	9

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện).

Bảng 2.5: Biểu hiện TDST trong học Toán của HS trung bình

STT	**Một số biểu hiện (hành vi)**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Bước đầu biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh.	3,3	2
2	Biết điều chỉnh hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại.	4,0	3
3	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào	3,2	1

	hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học.		
4	Có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.	4,8	6
5	Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.	5,0	8
6	Bước đầu có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác.	4,0	3
7	Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết.	4,7	5
8	Có khả năng tìm được thêm giải pháp khác cho một số vấn đề đơn giản.	4,1	4
9	Có khả năng sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu.	4,8	6
10	Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề.	5,0	8
11	Bước đầu có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.	4,1	4
12	Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra.	5,0	8
13	Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác tư duy để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề.	4,9	7
14	Biết tổng kết, tổng quát hóa, khái quát hóa vấn đề.	4,7	5
15	Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.	5,0	8

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện).

Bảng 2.6: Biểu hiện TDST trong học Toán của HS dưới trung bình

STT	Một số biểu hiện (hành vi)	ĐTB $\overline{X}$	Thứ bậc
1	Bước đầu biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh.	3,3	1
2	Biết điều chỉnh hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại.	4,0	2
3	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học.	3,3	1
4	Có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.	4,8	6
5	Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết.	5,0	8
6	Bước đầu có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác.	4,1	3
7	Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết.	4,7	5
8	Có khả năng tìm được thêm giải pháp khác cho một số vấn đề đơn giản.	4,2	4
9	Có khả năng sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu.	4,9	7
10	Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề.	5,0	8
11	Bước đầu có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau.	4,1	3
12	Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra.	5,0	8
13	Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác tư duy để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả;	5,0	8

	phát triển vấn đề.		
14	Biết tổng kết, tổng quát hóa, khái quát hóa vấn đề.	4,7	5
15	Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới.	5,0	8

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi biểu hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ biểu hiện).

Bảng 2.9: Thực trạng sử dụng một số biện pháp dạy học Toán của GV

STT	**Một số biện pháp**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Đề ra mục tiêu dạy học khác nhau cho mỗi đối tượng HS.	3,9	13
2	Giao nhiệm vụ, bài tập ở các mức độ khác nhau cho mỗi đối tượng HS.	3,2	9
3	Trình bày nội dung dạy học dưới dạng tình huống dạy học để kích thích HS tư duy.	3,0	8
4	Sử dụng các câu hỏi đòi hỏi HS phải vận dụng kết hợp các kĩ năng phân tích, tổng hợp, đánh giá, lật ngược vấn đề.	2,6	6
5	Sử dụng các câu hỏi trong đó điều phải tìm kiếm, phải xem xét không được nêu lên một cách tường minh, HS phải đoán nhận, phát hiện, tìm kiếm tất cả các kết quả có thể xảy ra có thể bằng nhiều con đường khác nhau.	3,3	10
6	Sử dụng những câu hỏi "mở rộng" nhằm khai thác những thông tin sâu hơn, rộng hơn dựa trên câu trả lời trước đó.	2,6	6
7	Gọi những HS khá, giỏi hoặc những HS xung phong trả lời các câu hỏi.	2,2	2
8	Dành thời gian chờ đợi để HS suy nghĩ tìm câu trả lời	3,3	10
9	Đưa ra câu trả lời hay phương án giải quyết khi thấy HS gặp khó khăn để tiết kiệm thời gian.	2,5	5
10	Không đưa ra ý kiến hoặc nhận xét đánh giá ngay lập tức về câu trả lời của HS, chấp nhận và hoan nghênh sự đa dạng trong các	3,8	12

	câu trả lời của HS.		
11	Khen thưởng ngay lập tức khi HS thứ nhất có câu trả lời đúng và chuyển sang câu hỏi hoặc vấn đề khác.	2,5	5
12	Yêu cầu mỗi HS thống kê số câu trả lời mà mình đã đóng góp cho mỗi câu hỏi và khen ngợi, tuyên dương những HS có nhiều câu trả lời.	4,2	14
13	Sử dụng linh hoạt các cấu trúc nhóm đánh số, nhóm ghép hình …trong dạy học.	3,3	10
14	Cử những HS giỏi đại diện cho nhóm trả lời câu hỏi thảo luận.	2,4	4
15	Khuyến khích, thúc đẩy sự tương tác giữa các HS và sự tương tác giữa HS và GV.	2,3	3
16	Khuyến khích HS tham gia vào các cuộc thảo luận trong đó yêu cầu HS phải nêu được rõ ràng, mạch lạc ý đồ thực hiện giải quyết vấn đề của mình để các HS khác nhận xét, đánh giá.	2,9	7
17	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải suy nghĩ, xem xét về vốn kiến thức, kinh nghiệm của bản thân từ đó đưa ra lựa chọn phương hướng giải quyết vấn đề như: Để giải bài toán này cần sử dụng những kiến thức, khái niệm, tính chất, định lí, quy tắc nào? Để…có thể sử dụng những phương pháp nào?...	2,3	3
18	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải xác định mục tiêu, lập kế hoạch cho hoạt động học tập như: Em hãy nêu các bước cần tiến hành để giải bài toán?...	2,1	1
19	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải đánh giá quá trình nhận thức, quá trình học tập và kết quả đạt được so với mục tiêu, kế hoạch đề ra như: Trong giờ học em đã làm được những việc gì? Chưa làm được việc gì? Hãy lập kế hoạch giải quyết những việc còn tồn đọng…	3,4	11
20	Yêu cầu HS: ghi vào “nhật kí học tập” tất cả những gì đã học được sau mỗi buổi học cả về mặt kiến thức và nhận thức; ghi lại những việc đã làm được và chưa làm được so với mục tiêu kế hoạch đã đề ra.	4,4	15
21	Đầu mỗi buổi học GV ghi lên bảng những kiến thức cần học,	3,2	9

	cuối mỗi buổi học GV tổng kết lại trên bảng những kiến thức HS đã được học kèm theo việc giải thích ý nghĩa khi HS học được những kiến thức này.		

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi thực hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ thực hiện).

Bảng 2.10: Thực trạng sử dụng một số biện pháp, cách thức dạy học Toán của GV theo đánh giá của HS

STT	**Một số hoạt động, cách thức thầy cô giáo sử dụng trong dạy học**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Đưa ra những tình huống, những mối liên hệ thú vị với vấn đề, với bài toán mới mà thầy cô sắp dạy.	2,9	7
2	Giao nhiệm vụ, bài tập ở các mức độ khác nhau cho mỗi đối tượng HS.	3,5	10
3	Hỏi nhiều câu hỏi nối tiếp nhau xung quanh một vấn đề, một bài toán.	3,7	11
4	Với mỗi bài toán, thầy cô chỉ đưa ra yêu cầu HS nghĩ cách giải và trình bày toàn bộ lời giải rõ ràng, chính xác.	1,3	1
5	Khuyến khích HS đưa ra các câu hỏi cho vấn đề vừa học; khuyến khích HS tự đưa ra các bài toán để mọi người cùng suy nghĩ.	3,8	12
6	Khen thưởng ngay lập tức khi HS thứ nhất có câu trả lời đúng và chuyển sang câu hỏi hoặc vấn đề khác.	1,4	2
7	Không đưa ra ý kiến hoặc nhận xét đánh giá ngay lập tức về câu trả lời của HS, chấp nhận và hoan nghênh các câu trả lời khác nhau của HS.	4,3	14
8	Yêu cầu HS nêu cách giải bài toán và lên bảng trình bày lời giải chi tiết, rõ ràng.	1,4	2
9	Yêu cầu HS nêu cách giải bài toán cùng với cách thức tìm ra cách giải đó.	2,8	6
10	Yêu cầu HS đưa ra cách giải ngắn gọn nhất, dễ hiểu nhất cho	1,7	4

	bài toán.		
11	Yêu cầu HS đưa ra nhiều cách giải, nhiều hướng suy nghĩ cho một bài toán.	2,6	5
12	Tổ chức lớp học thành các nhóm học tập với nhiều hình thức khác nhau.	2,6	5
13	Cử bạn giỏi nhất làm nhóm trưởng và gọi bạn đó đại diện cho nhóm lên bảng trình bày lời giải bài tập mà cả nhóm được giao.	1,6	3
14	Gọi một bạn bất kì trong nhóm lên bảng trình bày lời giải bài tập mà cả nhóm được giao.	3,2	8
15	Hỏi HS các câu hỏi như: Trong giờ học em đã làm được những việc gì? Chưa làm được việc gì? Hãy lập kế hoạch giải quyết những việc còn tồn đọng… 3,9.	3,9	13
16	Yêu cầu HS: ghi vào "nhật kí học tập" tất cả những gì đã học được sau mỗi buổi học cả về mặt kiến thức và nhận thức; ghi lại những việc đã làm được và chưa làm được so với mục tiêu kế hoạch đã đề ra.	4,7	15
17	Đầu mỗi buổi học GV ghi lên bảng những kiến thức cần học, cuối mỗi buổi học GV tổng kết lại trên bảng những kiến thức HS đã được học kèm theo việc giải thích ý nghĩa khi HS học được những kiến thức này.	3,3	9

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Rất thường xuyên; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thường xuyên; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Thỉnh thoảng trong một số giờ học; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất ít khi thực hiện; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không bao giờ thực hiện).

Bảng 2.11: Đánh giá mức độ cần thiết của một số biện pháp dạy học phát triển TDPP, TDST của từng đối tượng HS trong dạy học Toán

STT	**Một số biện pháp dạy học**	**ĐTB** $\overline{X}$	**Thứ bậc**
1	Đề ra mục tiêu dạy học khác nhau cho mỗi đối tượng HS.	1,3	2
2	Giao nhiệm vụ, bài tập ở các mức độ khác nhau cho mỗi đối tượng HS.	1,3	2
3	Trình bày nội dung dạy học dưới dạng tình huống dạy học để	1,6	5

	kích thích HS tư duy.		
4	Sử dụng những câu hỏi có kết thúc mở và câu hỏi mở rộng.	1,2	1
5	Yêu cầu mỗi HS thống kê số câu trả lời mà mình đã đóng góp cho mỗi câu hỏi và khen ngợi, tuyên dương những HS có nhiều câu trả lời.	2,4	9
6	Sử dụng linh hoạt các cấu trúc nhóm đánh số, nhóm ghép hình …trong dạy học.	1,8	6
7	Khuyến khích, thúc đẩy sự tương tác giữa các HS và sự tương tác giữa HS và GV.	1,5	4
8	Khuyến khích HS tham gia vào các cuộc thảo luận trong đó yêu cầu HS phải nêu được rõ ràng, mạch lạc ý đồ thực hiện giải quyết vấn đề của mình để các HS khác nhận xét, đánh giá.	1,4	3
9	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải suy nghĩ, xem xét về vốn kiến thức, kinh nghiệm của bản thân từ đó đưa ra lựa chọn phương hướng giải quyết vấn đề.	1,2	1
10	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải xác định mục tiêu, lập kế hoạch cho hoạt động học tập.	1,6	5
11	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải đánh giá quá trình nhận thức, quá trình học tập và kết quả đạt được so với mục tiêu, kế hoạch đề ra.	1,2	1
12	Yêu cầu HS: ghi vào "nhật kí học tập" tất cả những gì đã học được sau mỗi buổi học cả về mặt kiến thức và nhận thức; ghi lại những việc đã làm được và chưa làm được so với mục tiêu kế hoạch đã đề ra.	2,1	7
13	Đầu mỗi buổi học GV ghi lên bảng những kiến thức cần học, cuối mỗi buổi học GV tổng kết lại trên bảng những kiến thức HS đã được học kèm theo việc giải thích ý nghĩa khi HS học được những kiến thức này.	2,2	8

(1,0 ≤ ĐTB < 1,75: Rất cần thiết; 1,75 ≤ ĐTB < 2,5: Cần thiết; 2,5 ≤ ĐTB < 3,25: Không cần thiết; 3,25 ≤ ĐTB < 4,0: Không có ý kiến)

Bảng 2.12: Đánh giá mức độ khả thi của một số biện pháp dạy học phát triển TDPP, TDST của từng đối tượng HS trong dạy học Toán

STT	Một số biện pháp dạy học	ĐTB $\overline{X}$	Thứ bậc
1	Đề ra mục tiêu dạy học khác nhau cho mỗi đối tượng HS.	1,5	4
2	Giao nhiệm vụ, bài tập ở các mức độ khác nhau cho mỗi đối tượng HS.	1,1	2
3	Trình bày nội dung dạy học dưới dạng tình huống dạy học để kích thích HS tư duy.	1,9	5
4	Sử dụng những câu hỏi có kết thúc mở và câu hỏi mở rộng.	1,9	5
5	Yêu cầu mỗi HS thống kê số câu trả lời mà mình đã đóng góp cho mỗi câu hỏi và khen ngợi, tuyên dương những HS có nhiều câu trả lời.	1,2	3
6	Sử dụng linh hoạt các cấu trúc nhóm đánh số, nhóm ghép hình …trong dạy học.	3,0	9
7	Khuyến khích, thúc đẩy sự tương tác giữa các HS và sự tương tác giữa HS và GV.	2,4	7
8	Khuyến khích HS tham gia vào các cuộc thảo luận trong đó yêu cầu HS phải nêu được rõ ràng, mạch lạc ý đồ thực hiện giải quyết vấn đề của mình để các HS khác nhận xét, đánh giá.	2,5	8
9	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải suy nghĩ, xem xét về vốn kiến thức, kinh nghiệm của bản thân từ đó đưa ra lựa chọn phương hướng giải quyết vấn đề.	3,2	10
10	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải xác định mục tiêu, lập kế hoạch cho hoạt động học tập.	3,2	10
11	Sử dụng các câu hỏi yêu cầu HS phải đánh giá quá trình nhận thức, quá trình học tập và kết quả đạt được so với mục tiêu, kế hoạch đề ra.	3,3	11
12	Yêu cầu HS: ghi vào "nhật kí học tập" tất cả những gì đã học được sau mỗi buổi học cả về mặt kiến thức và nhận thức; ghi lại những việc đã làm được và chưa làm được so với mục tiêu kế	2,1	6

	hoạch đã đề ra.		
13	Đầu mỗi buổi học GV ghi lên bảng những kiến thức cần học, cuối mỗi buổi học GV tổng kết lại trên bảng những kiến thức HS đã được học kèm theo việc giải thích ý nghĩa khi HS học được những kiến thức này.	1,0	1

(1,0 ≤ ĐTB < 1,8: Dễ dàng thực hiện được; 1,8 ≤ ĐTB < 2,6: Thực hiện được ; 2,6 ≤ ĐTB < 3,4: Khó khăn; 3,4 ≤ ĐTB < 4,2: Rất khó khăn; 4,2 ≤ ĐTB ≤ 5,0: Không thể thực hiện được)

2. PHỤ LỤC 2: KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU THỰC TIỄN VỀ SỰ KHÁC BIỆT TRONG TDPP, TDST CỦA CÁC ĐỐI TƯỢNG HS

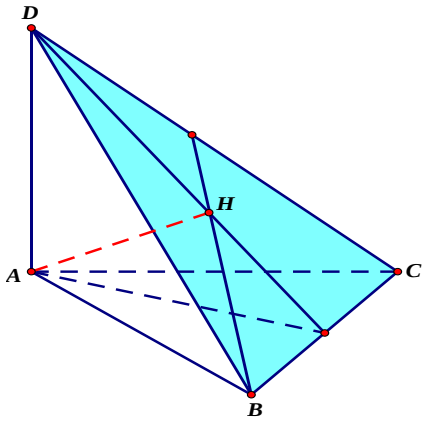
Bảng 2.7: Sự khác biệt về TDPP giữa các nhóm đối tượng HS trong học Toán

	Các HS dưới trung bình	**Các HS trung bình**	**Các HS khá, giỏi**
Khả năng tái tạo, tổ chức, sắp xếp thông tin và mô tả vấn đề	- Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn, HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết chẳng hạn như khi giải một bài toán đã biết phân loại những thông tin nào thuộc về giả thiết, những thông tin nào thuộc vè kết luận. Tuy nhiên khi gặp những vấn đề không tiêu chuẩn, HS dễ bị ngộ nhận, nhầm lẫn bởi các dấu hiệu bên ngoài do đó chưa nhìn thấy rõ bản chất của vấn đề.	- Đối với các vấn đề cơ bản, tiêu chuẩn HS đã có khả năng sắp xếp, phân loại bước đầu các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết. Trong các vấn đề không tiêu chuẩn, bước đầu HS đã biết gạt bỏ những dấu hiệu bề ngoài để tìm hiểu bản chất vấn đề. Tuy nhiên việc tổ chức, sắp xếp lại thông tin còn rời rạc, thiếu tính gắn kết, khả năng nhìn nhận vấn đề còn thiếu tính toàn diện.	-Có khả năng so sánh, sắp xếp, phân loại các thông tin thu thập được từ vấn đề cần giải quyết. Nhìn ra những sự giống nhau và tương đồng không hiện rõ ở bề mặt đồng thời tìm thấy nét khác biệt trong sự tương đồng, từ đó nhìn thấy bản chất của vấn đề, không bị lầm lẫn bởi các dấu hiệu bề ngoài. HS đã biết tổ chức lại các thông tin, các dữ liệu một cách gắn kết hợp lí nhằm giải quyết vấn đề. Tuy nhiên HS chưa chú ý tới việc mô tả vấn đề theo những cách thức mới lạ, chưa quan tâm đến mối liên hệ của vấn đề với thực tiễn và với các vấn đề khác.
	Ví dụ điển hình 1: Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Hãy viết một cách rõ ràng, chi tiết những dữ kiện đã cho và điều cần phải chứng minh của bài toán sau: "Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. Chứng minh rằng hình chiếu của A trên mp (BCD) là trực tâm tam giác BCD". Sau đây là các câu trả lời của		

HS:

a.Ở nhóm đối tượng HS dưới trung bình:

15/72 HS chiếm 20,8 % số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. Kết luận: Hình chiếu của A trên mp (BCD) là trực tâm tam giác BCD".



57/72 HS chiếm 79,2% số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. H là hình chiếu của A trên mp (BCD) . Kết luận: H là trực tâm tam giác BCD".

b. Ở nhóm đối tượng HS trung bình:

18/180 HS chiếm 10% số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. H là hình chiếu của A trên mp (BCD) . Kết luận: H là trực tâm tam giác BCD".

162/180 HS chiếm 90% số HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A, SH $\perp$ (BCD). Kết luận: H là trực tâm tam giác BCD".

c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

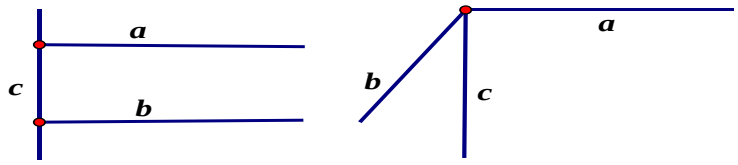
108/108 HS chiếm 100% HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Giả thiết: AB, AC, AD đôi một vuông góc. SH $\perp$ (BCD), H$\in$ (BCD). Kết luận: BH $\perp$ CD, CH$\perp$ BD".

-Khi gặp các vấn đề phức tạp, HS thường lúng túng không biết bắt đầu từ đâu do đó chưa biết đặt câu hỏi nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	-HS đã biết đặt câu hỏi tìm kiếm thông tin nhằm giải quyết các công việc trước mắt, nhưng chưa biết xây dựng hệ thống câu hỏi có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.	- HS biết xây dựng và lựa chọn hệ thống câu hỏi hợp lý có tính chiến lược nhằm tìm kiếm thông tin, tìm kiếm phương hướng giải quyết vấn đề.

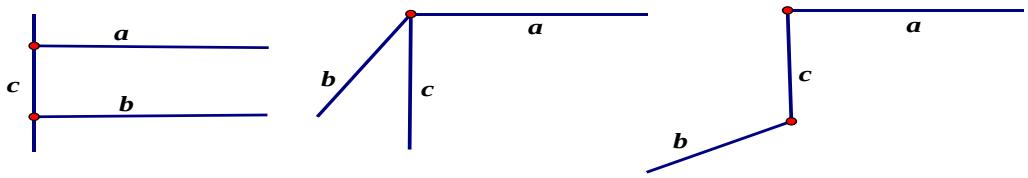
	Ví dụ điển hình 2: Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $BSC = 60^0$, $CSA = 90^0$. Em hãy nêu các bước cần thực hiện để tìm được góc giữa SC và mp(ABC)? Sau đây là các câu trả lời của HS: a.Ở nhóm đối tượng HS dưới trung bình 72/72 HS chiếm 100% số HS nhóm này không có câu trả lời. b. Ở nhóm đối tượng HS trung bình : 128/180 HS chiếm 71,1% HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Bước 1: Tìm hình chiếu của SC trên (ABC). Bước 2: Tìm góc giữa SC với hình chiếu của nó trên (ABCD)". 52/180 HS chiếm 29,9% HS trong nhóm này có câu trả lời như sau: "Bước 1: Tìm hình chiếu S'C của SC trên (ABC). Bước 2: Tìm góc (SC, S'C) " c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi: 27/108 HS chiếm 25% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời như sau: "Bước 1: Tìm hình chiếu H của S trên (ABC). Bước 2: Tìm góc (SC, SH) " 81/108 HS chiếm 75% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời như sau: "Bước 1: Xem xét đặc điểm của đáy ABC. Bước 2: Tìm hình chiếu H của S trên (ABC). Bước 3: Tìm góc (SC, SH).		
Khả năng liên kết, đánh giá , xử lí thông tin nhằm giải quyết vấn đề	- Đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc ,suy xét vấn đề nhưng còn chưa thấu đáo.	- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm; cân nhắc, suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến tuy nhiên còn chưa nhìn thấy những trường hợp suy biến, đặc biệt.	- Biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm ; cân nhắc , suy xét vấn đề một cách toàn diện, có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt. Tuy nhiên khả năng phân chia trường hợp vẫn còn hạn chế trong một số vấn đề phức tạp có nhiều trường hợp chồng chéo.

Ví dụ điển hình 3: Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Cho 2 đường thẳng a, b cùng vuông góc với đường thẳng c. Hãy xét vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng a, b và vẽ hình minh họa. Sau đây là các câu trả lời của HS:

a.Ở nhóm đối tượng HS dưới trung bình 72/72 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b là song song hoặc cắt nhau với hình vẽ minh họa như sau:



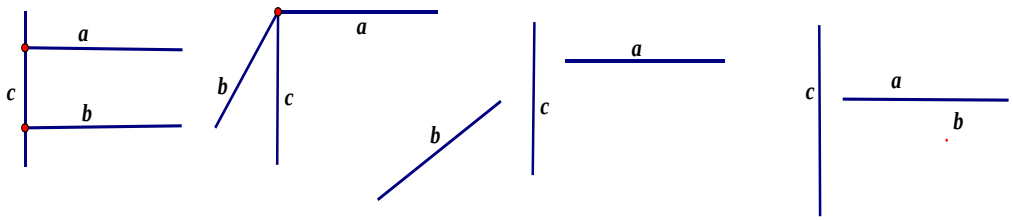
b.Ở nhóm đối tượng HS trung bình 180/180 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau với hình vẽ minh họa như sau:



c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

26/108 HS chiếm 24% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau.

82/108 HS chiếm 76% số HS thuộc nhóm này có câu trả lời: Hai đường thẳng a, b có thể chéo nhau, cắt nhau, song song, hoặc trùng nhau với hình vẽ minh họa như sau:



- Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác, tuy nhiên thường không tham gia tranh luận mà chỉ	- Có ý thức xem xét, tham khảo các ý kiến các bạn khác, có tham gia tranh luận nhưng chỉ dừng ở mức độ đưa ra nhận định cá	- Luôn sẵn sàng xem xét, tham khảo các ý kiến khác nhau, sẵn sàng tham gia tranh luận để tìm ra ý tưởng và cách giải quyết vấn đề. Tuy nhiên thái độ hoài nghi

lắng nghe.	nhân mà chưa có sự giải thích, chưa biết bảo vệ quan điểm của mình.	tích cực chưa xuất hiện thường trực trong HS, HS thường chỉ dừng ở việc tìm ra cách giải quyết vấn đề , chưa quan tâm tới việc tìm ra thêm nhiều cách giải quyết, tìm ra cách giải quyết tối ưu và hợp lí nhất.
-Đưa ra được dự đoán trong một số vấn đề nhưng chưa có cơ sở lập luận xác đáng cho những dự đoán.	-Đưa ra được những dự đoán nhưng chưa có cơ sở lập luận xác đáng cho những dự đoán.	- Có khả năng lập luận đưa ra các phán đoán và các quyết định đồng thời kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán tuy nhiên khả năng kiểm nghiệm chứng minh các phán đoán còn hạn chế khi gặp phải các vấn đề phức tạp.

Ví dụ điển hình 4: Chúng tôi đưa ra câu hỏi: Cho hình chóp S.ABC đáy là tam giác vuông cân có cạnh huyền BC = 2a, SA = a, SA $\perp$ (ABC). Gọi O là trung điểm BC và (P) là mặt phẳng qua SO. Tìm vị trí của (P) để ((P),(ABC)) là nhỏ nhất. Sau đây là các câu trả lời:

a.Nhóm đối tượng HS dưới trung bình:

66/72 HS chiếm 91,7% số HS thuộc nhóm này không có câu trả lời.

6/72 HS chiếm 8,3% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán (P) trùng với (SBC) nhưng không đưa ra được lập luận giải thích cho dự đoán.

b.Nhóm đối tượng HS trung bình:

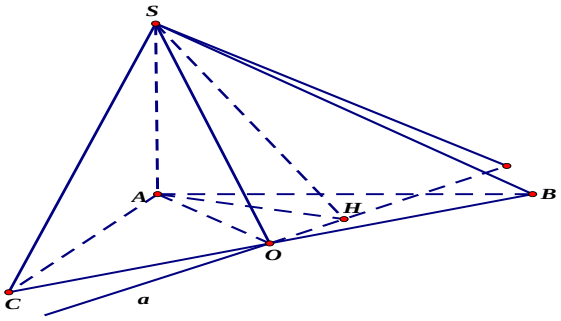
60/180 HS chiếm 33,3% số HS thuộc nhóm này không có câu trả lời

120/180 HS chiếm 66,7% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán (P) trùng với (SBC) nhưng không đưa ra được lập luận giải thích cho dự đoán.

c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

22/108 HS chiếm 20,4% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán góc ((P), (ABC)) nhỏ nhất bằng $SOA = 45^0$ xảy ra khi (P) trùng với (SBC) nhưng không đưa ra được lập luận giải thích cho dự đoán.

86/108 HS chiếm 79,6% số HS thuộc nhóm này đưa ra dự đoán góc ((P), (ABC)) nhỏ nhất bằng $SOA = 45^0$. HS vẽ (P) qua SO và lập luận như sau:



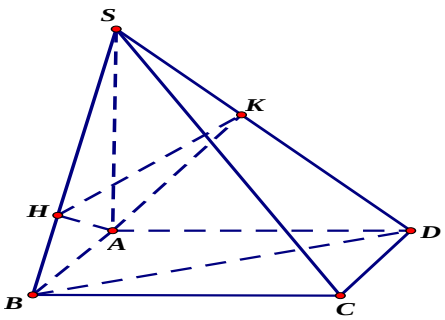
Xét (P) tùy ý qua SO. Gọi H là hình chiếu của A trên giao tuyến của (P) và (ABC), thì $((P),(ABC)) = SHA$, $\tan SHA = \frac{SA}{AH} \geq \frac{SA}{AO} = \tan SOA$. Suy ra $((P),(ABC)) = SHA \geq SOA = 45^0$, dấu bằng xảy ra khi SH và SO trùng nhau hay (P) trùng với mp(SBC).

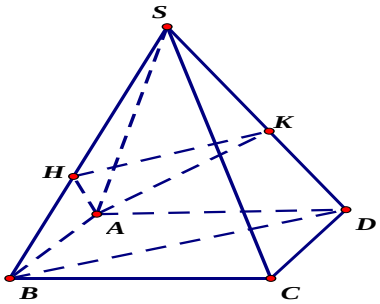
-HS chưa có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách giải quyết vấn đề. HS thực hiện hoạt động này dưới sự hướng dẫn của GV.	- Khả năng của HS trong việc tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách giải quyết vấn đề còn hạn chế. HS thực hiện hoạt động này dưới sự gợi ý của GV.	- Có khả năng tự xem xét, đánh giá để nhận ra những thiếu sót, những sai lầm trong cách đặt vấn đề và giải quyết vấn đề. Tuy nhiên HS chưa làm tốt việc sửa chữa những sai lầm, bổ sung những thiếu sót đặc biệt trong khâu lập luận.

Ví dụ điển hình 5: Chúng tôi đưa ra câu hỏi:"Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SD

a/ Biết ABCD là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), chứng minh rằng $AH \perp (SBC), AK \perp (SDC)$, SC ⊥ HK.

b/ Biết ABCD là hình thoi và SB = SD, chứng minh rằng SC ⊥ HK.





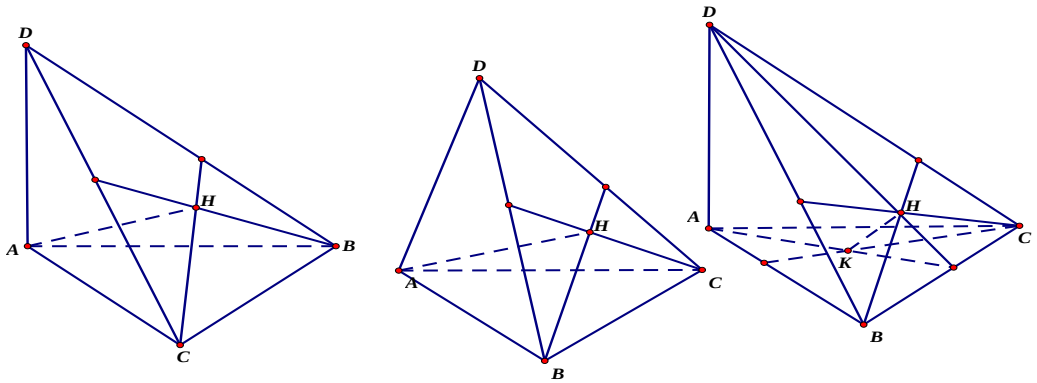
Sau đây là các câu trả lời của HS:

	a. Ở nhóm đối tượng HS dưới trung bình : - Với câu hỏi a/ ban đầu HS gặp khó khăn. Khi GV nêu câu hỏi:" Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng minh điều gì?" có 51/72 HS chiếm 70,8% số HS thuộc nhóm này đã trả lời được: "Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng AH vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau nằm trong (SBC) đó là SB và BC" và sau khi thảo luận có 32/72 HS chiếm 44,4% số HS thuộc nhóm này đã đưa ra cách giải đúng. - Với câu hỏi b/: có 32/72 HS chiếm 44,4% số HS thuộc nhóm này nhận ra rằng không thể sử dụng phép giải tương tự câu hỏi a/ để giải quyết câu hỏi b/, tuy nhiên các HS này không nghĩ ra cách giải cho câu hỏi b/. b. Ở nhóm đối tượng HS trung bình : - Với câu hỏi a/ ban đầu HS gặp khó khăn. Khi GV nêu câu hỏi:" Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng minh điều gì?" có 180/180 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này đã trả lời được: "Để chứng minh $AH \perp (SBC)$ ta cần chứng AH vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau nằm trong (SBC) đó là SB và BC" và sau khi thảo luận có 159/180 HS chiếm 88,3% số HS thuộc nhóm này đã đưa ra cách giải đúng nhưng vẫn có 21/180 HS chiếm 11,7% số HS thuộc nhóm này còn nhầm lẫn trong lời giải. - Với câu hỏi b/: có 169/180 HS chiếm 93,8% số HS thuộc nhóm này nhận ra rằng không thể sử dụng phép giải tương tự câu hỏi a/ để giải quyết câu hỏi b/, tuy nhiên các HS này không nghĩ ra cách giải cho câu hỏi b/. c. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi: 108/108 HS chiếm 100% số HS thuộc nhóm này giải đúng câu a/ đồng thời nhận ra rằng không thể sử dụng phép giải tương tự câu hỏi a/ để giải quyết câu hỏi b/. Tuy nhiên chỉ có 52/108 HS chiếm 48,2% số HS thuộc nhóm này biết điều chỉnh hình vẽ để HK//BD và đưa ra cách giải đúng.		
Khả năng phản ánh	HS chưa có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa, vấn đề.	HS chưa có khả năng trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề.	HS đã biết trừu tượng hóa, khái quát hóa vấn đề tuy nhiên thường mới ở mức khái quát hóa ngoại diên, khả năng khái quát hóa nội hàm còn hạn chế.

Ví dụ điển hình 6: Sau khi giải bài toán "Cho tứ diện vuông ABCD đỉnh A. Chứng minh rằng trực tâm tam giác BCD là hình chiếu của A trên mp (BCD) ". Chúng tôi đưa ra câu hỏi:

-Hãy khái quát hóa kết quả trên trong trường hợp tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc.

-Hãy khái quát hóa kết quả trên trong trường hợp tứ diện ABCD có DA$\perp$ (ABC).



Sau đây là các câu trả lời của HS:

a.Ở nhóm đối tượng HS dưới trung bình và HS trung bình : không có câu trả lời.

b. Ở nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

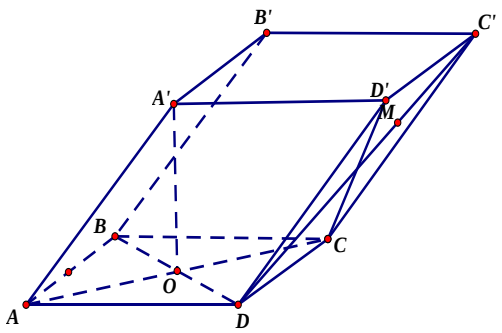
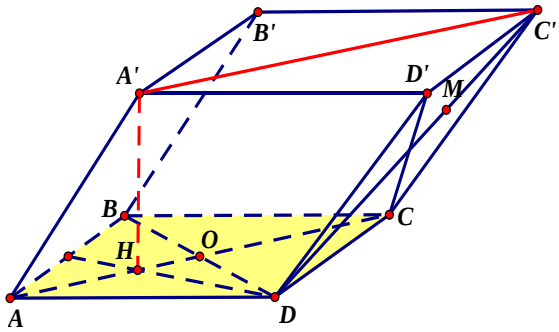
20/108 HS chiếm 18,5% số HS thuộc nhóm này không có câu trả lời

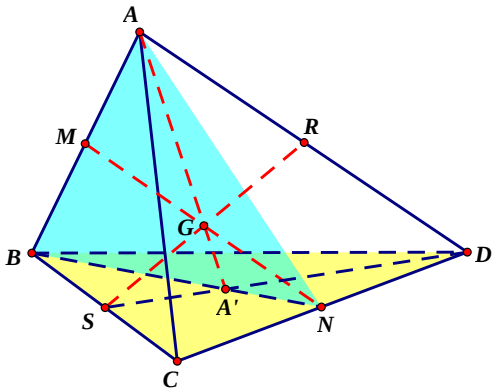
79/108 HS chiếm 73,1% số HS thuộc nhóm có câu trả lời như sau: "Trong tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc, trực tâm mặt đáy đồng thời là hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy", không có câu trả lời trong trường hợp tứ diện ABCD có DA$\perp$ (ABC).

Chỉ có 9/108 HS chiếm 8,4 % số HS thuộc nhóm này có câu trả lời như sau: "Trong tứ diện ABCD có các cặp cạnh đối vuông góc, trực tâm mặt đáy đồng thời là hình chiếu của đỉnh trên mặt đáy", "Trong tứ diện ABCD có DA$\perp$ (ABC), gọi K, H là trực tâm các tam giác ABC, DAC thì H là hình chiếu của K trên (DBC)".

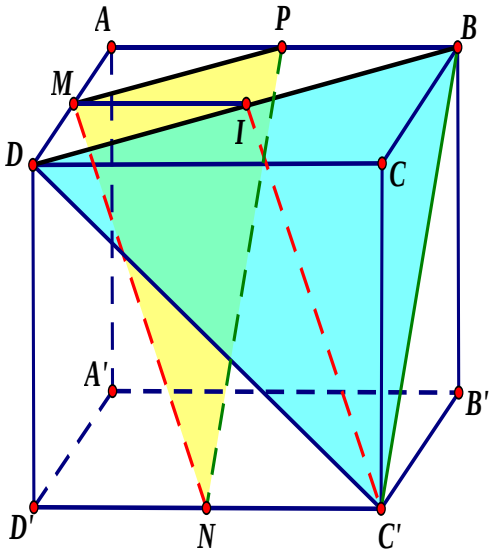
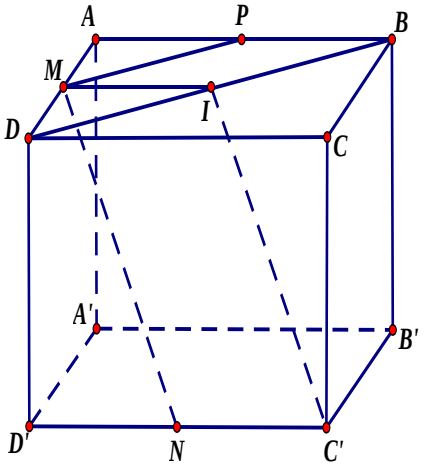
Bảng 2.8: Sự khác biệt về TDST giữa các nhóm đối tượng HS trong học Toán

Một số yếu tố của TDST	HS trung bình và HS dưới trung bình	HS khá và giỏi
Tính linh hoạt	Biết chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, biết chuyển hướng khi gặp trở ngại; tuy nhiên việc chuyển đổi này còn chậm chạp.	Có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, khái quát hóa và các phương pháp suy luận như quy nạp, suy diễn tương tự. Biết điều chỉnh kịp thời hướng suy nghĩ nếu gặp trở ngại … Có khả năng chuyển từ giải pháp này sang giải pháp khác. Tuy nhiên khả năng điều chỉnh, chuyển hướng còn chưa linh hoạt, nhạy bén.
	Biết áp dụng những kinh nghiệm, kiến thức, kỹ năng đã có vào hoàn cảnh, điều kiện có sự thay đổi so với khuôn mẫu đã được học. Tuy nhiên chưa thoát khỏi ảnh hưởng của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước để giải quyết những vấn đề mới mẻ.	Có khả năng vận dụng những kiến thức, kỹ năng, kinh nghiệm đã có vào hoàn cảnh mới, điều kiện mới đã có những yếu tố thay đổi. Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc. Bước đầu có khả năng thoát khỏi ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước.
		Nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết. Tuy nhiên khả năng này chưa mang tính thường trực, thường chỉ được thể hiện khi có sự gợi ý, hướng dẫn của GV.
	Ví dụ điển hình 1: Yêu cầu nhóm HS dưới trung bình, TB giải bài	**Ví dụ điển hình 1**: Yêu cầu HS khá, giỏi giải bài toán: Cho hình hộp ABCD.

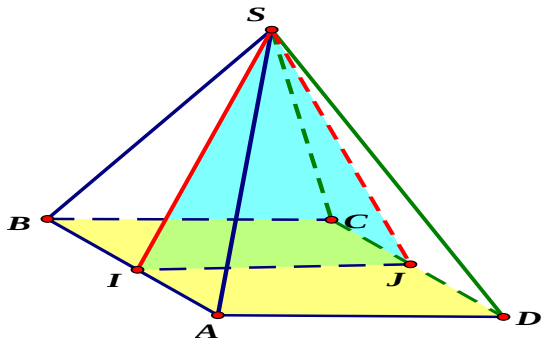
	toán: Cho hình hộp ABCD. A’B’C’D’ có đáy là hình vuông cạnh a, AA’=2a. Biết hình chiếu của A’ trên (ABCD) là tâm của ABCD a)Tìm khoảng cách từ A’ đến (ABCD). b)Tìm khoảng cách từ C’ đến (ABCD). c)Gọi M là trọng tâm tam giác C’D’C, tìm khoảng cách từ M đến (ABCD).  Sau đây là các câu trả lời của HS dưới trung bình và TB: - Với câu hỏi a/ có 12/252 HS chiếm 4,7% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 20/252 HS chiếm tỉ lệ 7,9% số HS thuộc nhóm này trả lời: $d_{(A',(ABCD))} = d_{(A',(ABD))} = A'O$ nhưng không đưa ra được đáp số; 220/252 HS chiếm 87,4% số HS trong nhóm có cách giải đúng: $d_{(A',(ABCD))} = d_{(A',(ABD))} = A'O =$ $= \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$	A’B’C’D’. Biết A’ABD là tứ diện đều cạnh a. a/Tìm khoảng cách từ C’ đến (ABCD). b/Gọi M là trọng tâm tam giác C’D’C, tìm khoảng cách từ M đến (ABCD).  Sau đây là các câu trả lời của HS khá, giỏi: - Với câu hỏi a/ có 17/108 HS chiếm 15,7% số HS trong nhóm có câu trả lời: $d_{(C',(ABCD))} = d_{(A',(ABD))} = A'H$ nhưng không đưa ra được đáp số đúng ; Có 91/252 HS chiếm tỉ lệ 84,3% số HS thuộc nhóm này trả lời đúng: $d_{(C',(ABCD))} = d_{(A',(ABD))} = A'H = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}$ $= \frac{a\sqrt{6}}{3}$ - Với câu hỏi b/ có 29/108 HS chiếm 26,8% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 79/108 HS chiếm tỉ lệ 73,2% số HS thuộc nhóm này trả lời đúng: $d_{(M,(ABCD))} = \frac{2}{3} d_{(C',(ABD))} = \frac{2}{3} A'H = \frac{2a\sqrt{6}}{9}$

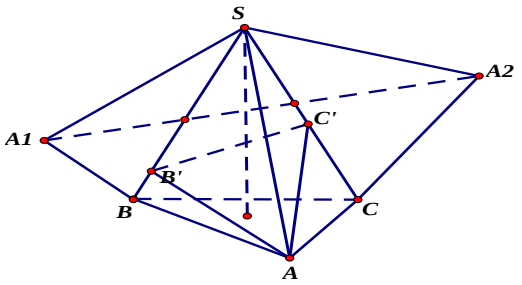
	- Với câu hỏi b/: có 53/252 HS chiếm 21% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 199/252 HS chiếm 79% số HS trong nhóm trả lời đúng: $d_{(C',(ABCD))} = d_{(A',(ABCD))} = A'O = \frac{a\sqrt{14}}{2}$ - Với câu hỏi c/: có 252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời. **Ví dụ điển hình 2**: Sau khi cho HS giải bài toán: Cho tứ diện ABCD. M, N , G là trung điểm AB, CD, MN. Gọi A' là trọng tâm tam giác BCD. Chứng minh rằng A, G, A' thẳng hàng và A'G/A'A =1/4. GV yêu cầu HS nêu các tính chất của các đường trung bình và các đường trọng tuyến trong tứ diện. Sau đây là các câu trả lời của HS dưới trung bình và TB: Có252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời.	**Ví dụ điển hình 2**: Sau khi cho HS giải bài toán: Cho tứ diện ABCD. M, N , G là trung điểm AB, CD, MN. Gọi A' là trọng tâm tam giác BCD. Chứng minh rằng A, G, A' thẳng hàng và A'G/A'A =1/4. GV yêu cầu HS nêu các tính chất của các đường trung bình và các đường trọng tuyến trong tứ diện. Sau đây là các câu trả lời của HS khá, giỏi:  Có 53/108 HS chiếm 49,1% số HS trong nhóm có câu trả lời chưa đúng hoặc chưa đầy đủ; Có 55/108 HS chiếm tỉ lệ 50,9% số HS thuộc nhóm này trả lời đúng: Trong hình tứ diện ABCD: Ba

		đường trung bình MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm G của mỗi đường. Bốn đường trọng tuyến AA', BB', CC', DD' đồng quy tại G và A'G/A'A = B'G/B'B = C'G/C'C = D'G/D'D = 1/4. Các câu trả lời của HS thể hiện khả năng nhìn ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, nhìn thấy chức năng mới của đối tượng quen biết tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế.
Tính nhuần nhuyễn	Biết nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới góc độ khác khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV.	Có khả năng nhìn nhận đối tượng, vấn đề dưới các góc độ khác nhau. Có cái nhìn đa chiều đối với vấn đề cần giải quyết. Tuy nhiên sự nhìn nhận vẫn còn thiếu tính toàn diện, thiếu tính "động".
	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một số vấn đề đơn giản khi có sự gợi ý hướng dẫn của GV. **Ví dụ điển hình 3**: GV yêu cầu HS giải bài toán bằng nhiều cách: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, C'D', AB, CD. a)Tìm khoảng cách giữa PQ và B'D' b) Chứng minh rằng MN//(BC'D) Sau đây là các câu trả lời của HS dưới trung bình và TB: - Với câu hỏi a/ có 77/252 HS	Có khả năng tìm được nhiều giải pháp cho một vấn đề. Tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế khi gặp các vấn đề phức tạp. HS mới dừng ở việc tìm nhiều giải pháp mà chưa quan tâm tới việc sàng lọc các giải pháp để chọn được giải pháp tối ưu. **Ví dụ điển hình 3**: GV đưa ra bài toán sau: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, C'D'. Chứng minh rằng MN//(BC'D) Hãy tìm nhiều cách giải cho bài toán Sau đây là các câu trả lời của HS khá, giỏi:

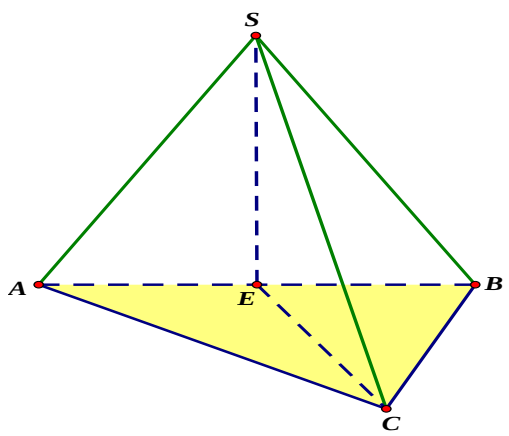
	chiếm 30,6% số HS trong nhóm chỉ đưa ra được 1 cách giải; Có 175/252 HS chiếm tỉ lệ 69,6% số HS thuộc nhóm này đưa ra được 2 cách giải - Với câu hỏi b/: có 93/252 HS chiếm 36,9% số HS trong nhóm không có câu trả lời; Có 159/252 HS chiếm 63,1% số HS trong nhóm đưa ra được 1 cách giải đúng.  	 Có 18/108 HS chiếm 16,7% số HS trong nhóm chỉ đưa ra được một cách giải đúng ; Có 59/108 HS chiếm tỉ lệ 54,6% số HS thuộc nhóm đưa ra 2 cách giải đúng; Chỉ có 31 HS chiếm tỉ lệ 28,7% số HS thuộc nhóm đưa ra 3 cách giải đúng: Cách 1: Gọi I là trung điểm BD, chứng minh MN//IC' từ đó suy ra MN//(C'BD); Cách 2: Gọi P là trung điểm AB, chứng minh (MNP)// (C'BD) từ đó suy ra MN//(C'BD); Cách 3: Có $\frac{DM}{DA} = \frac{C'N}{C'D'}$, mặt khác (C'BD) đi qua C'D và song song AD'. Theo định lý Thales đảo trong không gian suy ra MN//(C'BD).
		Có khả năng phối hợp nhiều công cụ, phương pháp khác nhau tạo ra một hướng đi mới để giải quyết một vấn đề Tuy nhiên khả năng này thường chỉ biểu hiện ở các HS giỏi.

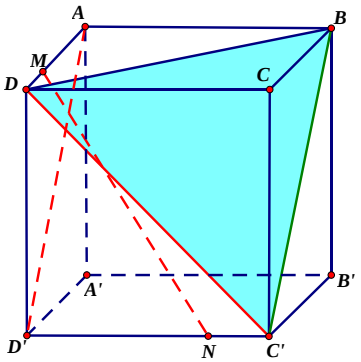
	Ví dụ điển hình 4: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. M, N lần lượt là các trung điểm của các cạnh AD, BB_1. Gọi I, J là trung điểm của các cạnh AB, $C_1D_{1.}$. Chứng minh rằng MN cắt và vuông góc với IJ. a) Hãy giải bài toán bằng nhiều cách. b) Hãy phát triển bài toán . 252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời	**Ví dụ điển hình 4**: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. M, N lần lượt là các trung điểm của các cạnh AD, BB_1. Gọi I, J là trung điểm của các cạnh AB, $C_1D_{1.}$. Chứng minh rằng MN cắt và vuông góc với IJ. a) Hãy giải bài toán bằng nhiều cách. b) Hãy phát triển bài toán . - Với câu hỏi a/ có 87/108 HS chiếm 80,6% số HS trong nhóm chỉ đưa ra được một cách giải đúng; Có 21/108 HS chiếm tỉ lệ 19,4% số HS thuộc nhóm đưa ra 2 cách giải đúng:Cách 1: Chứng minh $\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IN}, \overrightarrow{IJ}$ đồng phẳng và $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{IJ} = 0$; Cách 2: Thực hiện phép đối xứng trục: $Đ_{IJ}$: A $\rightarrow$ B, D $\rightarrow$ B, M $\rightarrow$ M' Ta có AM = BM', mà AM = BN nên suy ra: N $\equiv$ M'.$Đ_{IJ}$: M $\rightarrow$ N. Vậy MN luôn cắt và vuông góc với IJ. - Với câu hỏi b/ chỉ có 40/108 HS chiếm 37% phát triển bài toán: Cho hình lập phương $ABCDA_1B_1C_1D_1$. M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh AD, BB_1 sao cho AM = BN. Gọi I, J là trung điểm của các cạnh AB, $C_1D_{1.}$.Chứng minh rằng MN luôn cắt và vuông góc với IJ.
Tính độc đáo	Bước đầu biết tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau khi có gợi ý, hướng dẫn từ	Có khả năng tìm ra các mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có quan hệ với nhau. Tuy nhiên khả năng này vẫn còn hạn chế khi gặp

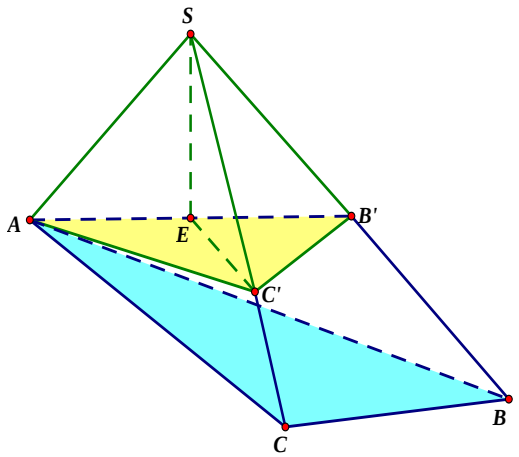
	GV. **Ví dụ điển hình 5**: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông cân đỉnh S, tam giác SCD là tam giác đều. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. a) Chứng minh SI ⊥CD. b)Chứng minh rằng SI ⊥(SCD). - Với câu hỏi a/ có 75/252 chiếm 29,8% chưa có câu trả lời đúng; có 177/252 HS chiếm 70,2% số HS trong nhóm đưa ra cách giải đúng - Với câu hỏi b/ 252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời. Tuy nhiên sau khi GV cho thêm câu hỏi gợi ý: Hãy tính SI, SJ theo a và chứng minh rằng SI ⊥(SCD) thì đã có 103/252 HS chiếm 40,8% số HS trong nhóm đã cho cách giải đúng.	các vấn đề có nhiều liên hệ phức tạp, chồng chéo. **Ví dụ điển hình 5**: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông cân đỉnh S, tam giác SCD là tam giác đều. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Chứng minh rằng SI ⊥(SCD). Có 20/108 HS chiếm 18,5% số HS trong nhóm chỉ chứng minh được CD⊥SI; Có 88/108 HS chiếm tỉ lệ 81,5% số HS thuộc nhóm đưa ra cách giải đúng gồm 2 bước: Chứng minh CD⊥(SIJ) suy ra CD⊥SI và sử dụng định lí Pitagore suy ra tam giác SIJ vuông tại S. 
	Ví dụ điển hình 6: Hướng dẫn HS giải bài toán: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $ASB = 30°$; $AB = a$. Lấy B', C'	Có khả năng tìm ra những liên tưởng và những kết hợp mới từ đó tìm được giải pháp độc đáo đối với vấn đề đặt ra. Tuy nhiên khả năng vẫn còn ở dạng tiềm ẩn và thường chỉ được bộc lộ ở HS khá, giỏi khi có gợi ý, hướng dẫn từ GV. **Ví dụ điển hình 6:** Hướng dẫn HS giải bài toán: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $ASB = 30°$; $AB = a$. Lấy B', C' lần

	lần lượt thuộc cạnh SB, SC . Xác định vị trí của B', C' sao cho chu vi $\Delta AB'C'$ là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó. 252/252 HS chiếm 100% số HS trong nhóm không có câu trả lời	lượt thuộc cạnh SB, SC . Xác định vị trí của B', C' sao cho chu vi $\Delta AB'C'$ là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó. Ban đầu chỉ có 9 HS chiếm tỉ lệ 8,3% số HS thuộc nhóm đưa ra hướng giải đúng. Sau khi GV gợi ý: "Do các đoạn thẳng AB', B'C', AC' nằm trên một mặt phẳng thay đổi khiến việc tìm vị trí của B', C' sao cho chu vi $\Delta AB'C'$ là nhỏ nhất gặp khó khăn. Để việc tìm B', C' dễ dàng hơn, ta sẽ đưa chu vi của $\Delta AB'C'$ thành tổng của các đoạn thẳng nằm trên một mp cố định" đã có 55/108 chiếm tỉ lệ 50,9% số HS thuộc nhóm đưa ra lời giải đúng: Trong mp(SBC), dựng các điểm A_1, A_2 ở bên ngoài tam giác SBC sao cho $\Delta ABS = \Delta A_1BS$; $\Delta ACS = \Delta A_2CS$; Khi đó: $P_{AB'C'} = AB' + B'C' + C'A =$ $= A_1B' + B'C' + C'A_2 \geq A_1A_2$  Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ $B', C' \in A_1A_2$; Do A_1, A_2 cố định $\Rightarrow$ A_1A_2 cố định SB, SC cố định $\Rightarrow$ Ta luôn xác định được B', C' thỏa mãn chu vi $\Delta AB'C'$ là nhỏ nhất. Khi đó, ta có:

		$A_1SA_2 = A_1SB + BSC + CSA_2 = 3.30° = 90°$ $\Rightarrow A_1A_2 = \sqrt{2}.SA_1 = \sqrt{2}.SA_2 = \sqrt{2}.SA$ Sử dụng các biến đổi lượng giác ta có: Xét ΔSAB có $AB = a; ASB = 30°$ $\Rightarrow SBA = 75°$ (Vì ΔSAB cân tại S) $SA = \frac{AB}{\sin 30°}.\sin 75° = \frac{a}{\sin 30°}.cos15°$ $= \frac{a}{2\sin 15°} = \frac{a}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ $\Rightarrow A_1A_2 = \sqrt{2}.\frac{a}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$ Vậy, giá trị nhỏ nhất của chu vi $\Delta AB'C'$ là $\frac{2a}{\sqrt{3}-1}$ tại B', C' là giao điểm của SB, SC với A_1A_2 Có 53/108 chiếm 49,1% mới chỉ dựng được các điểm A_1, A_2 sao cho: $\Delta ABS = \Delta A_1BS; \Delta ACS = \Delta A_2CS;$ Khi đó: $P_{AB'C'} = AB' + B'C' + C'A =$ $= A_1B' + B'C' + C'A_2 \geq A_1A_2$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow B', C' \in A_1A_2$ nhưng chưa tìm ra được kết quả cuối cùng Trong một số vấn đề cụ thể đã có khả năng thực hiện quá trình: xác định được vấn đề cần giải quyết; lập kế hoạch giải quyết vấn đề; huy động vốn kiến thức kinh nghiệm có và các thao tác TD để tìm giải pháp; trình bày giải pháp; kiểm tra kết quả; phát triển vấn đề. Tuy nhiên khả năng tổng kết, tổng quát hóa, khái quát hóa vấn đề còn hạn chế.

Tính hoàn thiện	**Ví dụ điển hình 7**: Cho hình chóp S.ABC có $ASB = 90^0, CSB = 60^0, CSA = 60^0$. Biết SA = SB = SC = a. Tìm góc giữa SC và (ABC). Có 59/252 HS chiếm 23,4% số HS trong nhóm chứng minh được tam giác ABC vuông cân đỉnh C nhưng không có hướng giải tiếp. Có 193/252 HS chiếm 76,6% số HS trong nhóm không có câu trả lời	**Ví dụ điển hình 7**: Cho hình chóp S.ABC có $ASB = 90^0, CSB = 60^0, CSA = 60^0$. Biết SA = SB = SC = a. Tìm góc giữa SC và (ABC). Có 47/108 HS chiếm 43,5% số HS trong nhóm chứng minh được tam giác ABC vuông cân đỉnh C nhưng chưa tính đúng góc giữa SC và (ABC); Có 61/108 HS chiếm tỉ lệ 56,5% số HS thuộc nhóm đưa ra cách giải đúng gồm 4 bước: chứng minh được tam giác ABC vuông cân đỉnh C; chỉ ra được hình chiếu của S trên (ABC) là trung điểm của AB; xác định được góc giữa SC và (ABC) và tính đúng góc giữa SC và (ABC). 
	Ví dụ điển hình 8: GV đưa ra bài toán sau: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, C'D'. Chứng minh rằng MN//(BC'D). Hãy tổng quát hóa bài toán.	**Ví dụ điển hình 8**: GV đưa ra bài toán sau: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, C'D'. Chứng minh rằng MN//(BC'D) Hãy tổng quát hóa bài toán.

	Tất cả 252/252 HS chiếm tỉ lệ 100% HS trong nhóm không có câu trả lời.	 - Có 89/108 HS chiếm tỉ lệ 82,4% số HS thuộc nhóm này trả lời: Kết luận bài toán vẫn đúng trong trường hợp ABCD.A'B'C'D' là hình hộp xiên; chỉ có 19/108 HS chiếm tỉ lệ 7,6% số HS thuộc nhóm này tổng quát hóa bài toán như sau : Cho hình hộp xiên ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên AD, C'D' sao cho: $\frac{DM}{DA} = \frac{C'N}{C'D'}$. Chứng minh rằng MN//(BC'D).
Tính nhạy cảm vấn đề		Có khả năng phát hiện ra mâu thuẫn, sai lầm, thiếu logic, chưa tối ưu … từ đó nảy sinh ý muốn cấu trúc hợp lý, hài hòa, tạo ra cái mới. Tuy nhiên khả năng này còn ở dưới dạng tiềm ẩn , thường chỉ bộc lộ ở HS khá, giỏi khi có gợi ý , hướng dẫn của GV. **Ví dụ điển hình 9**: Cho hình chóp S.ABC có $CSA = CSB = 60^0$, $ASB = 90^0$. Biết SA = a, SB = 2a, SC = 3a. Tìm khoảng cách từ C đến mp(SAB). Ban đầu chỉ có 8/108 HS chiếm tỉ lệ 7,4% số HS thuộc nhóm đưa ra hướng giải đúng.

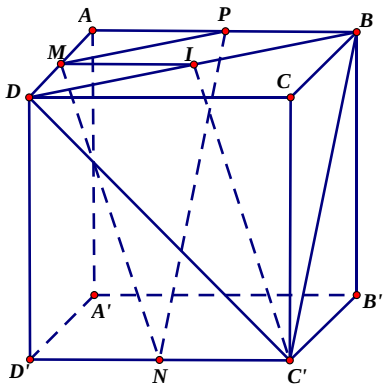
		 Sau khi GV gợi ý: “Hãy so sánh bài toán này với bài toán sau đây: Cho hình chóp S.ABC có $CSA = CSB = 60^0$, $ASB = 90^0$. Biết SA = SB = SC = a. Tìm khoảng cách từ C đến mp(SAB) ” đã có 79/108 chiếm tỉ lệ 73,1% số HS thuộc nhóm đưa ra lời giải đúng.

3. PHỤ LỤC 3: MÔ TẢ DIỄN BIẾN MỘT SỐ GIỜ HỌC HÌNH HỌC TRONG NGHIÊN CỨU THỰC TIỄN

Mô tả diễn biến tiết dạy "Hai mặt phẳng song song". ***Giáo viên thực hiện: Cô N. T. B. dạy tại lớp 11 A2, trường THPT Ngô Quyền –Ba Vì - Hà Nội. Ngày dạy: 22/01/2013:***

Nhìn chung, tiết dạy diễn ra khá nhịp nhàng theo đúng giáo án mà GV chuẩn bị. Mở đầu giờ học cô giáo phát biểu và ghi lên bảng định nghĩa hai mặt phẳng song song: "Hai mặt phẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung". Sau khi HS ghi xong định nghĩa, cô phát biểu Định lí 1: "Nếu mp(α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng song song với mp(β) thì (α) song song với (β)" và yêu cầu cả lớp chứng minh định lí. Có 2 HS xung phong lên bảng, cô gọi một HS lên bảng trình bày chứng minh sau đó chỉnh sửa lại một số sai sót. Cô yêu cầu HS ghi lại lời giải của bạn. GV đã dạy định nghĩa hai mặt phẳng song song và Định lý 1 theo cách truyền đạt một chiều. GV làm HS có cảm giác bị áp đặt kiến thức và cảm thấy đơn điệu, nhàm chán. Trong khi đó ở phần này GV hoàn toàn có thể đưa ra tình huống gợi vấn đề kích thích nhu cầu nhận thức của HS, đồng thời tổ chức các hoạt động thảo luận nhóm để tạo điều kiện cho tất cả HS cùng khám phá kiến thức.

Cô giáo chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm gồm HS trong 3 bàn ngồi gần nhau giải bài tập: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P là trung điểm BC, CD, CC'. Chứng minh rằng (MNP) // (AB'D') (Hình 2.17). Cô giáo yêu cầu 4 nhóm cử 4 đại diện lên bảng trình bày lời giải. Cả 4 HS được gọi lên bảng đều có lời giải đúng và tương tự nhau: Gọi I là trung điểm BD. Do MI//NC', MI = NC' nên MIC'N là hình bình hành, suy ra MN//C'I. Mặt khác C'I nằm trong mp(BDC'). Từ đó suy ra MN//mp(BDC'). Cả 4 HS lên bảng đều là các HS giỏi. Cô giáo yêu cầu cả lớp ghi chép lời bài tập. Theo quan sát của chúng tôi trong bài tập này các nhóm đã cử HS giỏi nhất nhóm đại diện cho nhóm, các HS khá, giỏi cố gắng giải thật nhanh rồi đưa cho các HS khác xem. Thực ra chỉ có các HS khá, giỏi làm bài tập, các HS trung bình và dưới trung bình ngồi chờ xem lời giải và chép lời giải. Họ tỏ ra thụ động và thiếu tự tin. GV không hướng dẫn HS tìm thêm cách giải khác cũng không gợi ra sự

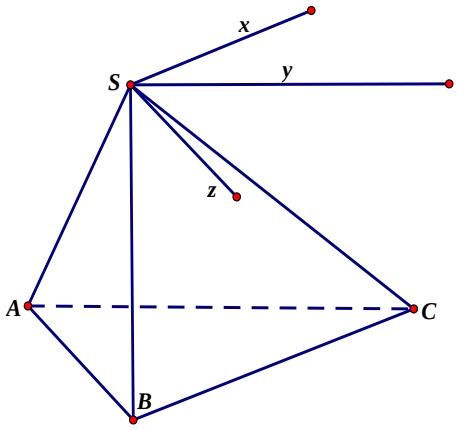


Hình 2.17

mở rộng hay tổng quát hóa, đặc biệt hóa nào cho bài toán mặc dù với bài toán này hoàn toàn có thể thực hiện được điều đó.

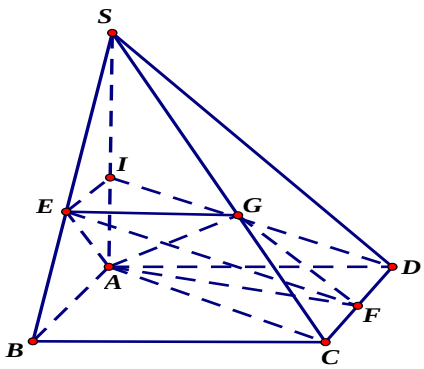
Tiếp theo cô giáo yêu cầu một HS mở SGK đọc lại nội dung Định lý 2, và 3 hệ quả. Cô tóm tắt nội dung của Định lý 2, và 3 hệ quả và cho HS ghi vở. Không chỉ các HS trung bình và dưới trung bình mà ngay cả các HS khá, giỏi cũng đón nhận kiến thức một cách đơn điệu, buồn tẻ

Cô yêu cầu cả lớp làm bài tập (Hình 2.18): Cho tứ diện SABC, SA = SB = SC. Sx, Sy, Sz là phân giác ngoài các góc SBC, SCA, SAB. Chứng minh (Sx, Sy) //(ABC). Chứng minh Sx, Sy, Sz đồng phẳng. Cũng tương tự như ở bài tập 1, cô giáo chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm gồm HS trong 3 bàn ngồi gần nhau. Sau đó cô gọi 4 HS đại diện lên bảng làm bài. Cả 4 HS đều cho cách giải giống nhau : Sz vuông góc với phân giác trong góc ASB , mặt khác tam giác ASB cân đỉnh S nên Sz //AB. Tương tự chứng minh được Sy, Sz lần lượt song song với BC, AC. Suy ra Sx, Sy, Sz cùng nằm trên mặt phẳng qua S và song song (ABC). Trong tiết dạy này, việc chia nhóm, thảo luận nhóm được thực hiện nhưng rất hình thức. Một số HS khá, giỏi trong các nhóm luôn là những người đại diện nhóm để trả lời và trình bày bài làm cho nhóm. Cô giáo hầu như không hỏi ý kiến của HS khác mà đưa ra ngay nhận xét và cho điểm cho các câu trả lời của HS. GV có tổ chức cho HS thảo luận trong quá trình làm bài tập theo cách: mỗi hoạt động thảo luận, GV đưa ra câu hỏi và HS đại diện (là HS giỏi trong mỗi nhóm) trả lời rất nhanh, GV đồng ý và không khuyến khích HS phản ứng (nhận xét và bổ sung) thêm. Dường như GV đã tính trước được các câu trả lời là đáp án đúng cho mỗi bài tập. Vì vậy hoạt động thảo luận diễn ra rất nhanh. Thời gian còn lại GV dành cho HS ghi chép đáp án, bài làm của bạn vào vở của họ.



Hình 2.18

Cô giáo yêu cầu cả lớp làm bài tập thứ ba: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành. Các tam giác SAD, ABC cân tại A. Gọi AE, AF là đường phân giác trong góc A của các tam giác ASB, ACD. Chứng minh rằng EF//mp(SAD) (Hình 2.3): Sau khi cho cả lớp suy



Hình 2.19

nghĩ cô giáo yêu cầu HS xung phong lên bảng. Không có học sinh nào giải được bài toán. Cô giáo trình bày lời giải chi tiết trên bảng để các HS ghi chép: Do AE, AF là đường phân giác trong góc A của các tam giác ASB, ACD và nên có:

$\frac{ES}{EB} = \frac{AS}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{FD}{FC}$. Theo định lý Thales trong không gian suy ra EF, BC, SD nằm trên 3 mặt phẳng song song. Mặt khác mp (SAD) qua SD và (SAD)// BC nên suy ra EF//mp(SAD). Đây là một bài toán tương đối khó rất thuận lợi để GV phát triển TDPP, TDST cho HS. Tuy nhiên thay vì đưa ra một hệ thống câu hỏi kích thích TD HS từ đó tìm lời giải thì GV lại đặt ngay HS vào một tình thế khó khăn trước một nhiệm vụ họ cảm thấy quá sức. Kết quả là HS không biết bắt đầu từ đâu, không tìm thấy hướng TD và không thể tự tìm ra cách giải quyết vấn đề. Đến khi đó GV lại thay HS làm tất cả mọi công việc. Tất cả HS trong lớp chỉ nhận ra rằng đây là bài toán quá khó họ không thể giải được. Những bài toán như thế này tốt nhất là chờ cô giải sau đó cố gắng ghi nhớ cách giải để có thể làm được các bài tương tự. Thực ra ngoài cách giải ngắn gọn mà cô giáo đưa ra, bài toán còn một số cách giải khác có tác dụng rất tốt cho phát triển TDPP, TDST cho HS, chẳng hạn như: gọi AG là đường phân giác trong góc A của tam giác ASC hãy chứng minh mp(EFG)//mp(SAD) để suy ra EF//mp(SAD) hoặc qua E kẻ đường thẳng song song với AB cắt SA tại I hãy chứng minh EF//ID để suy ra EF//mp(SAD) ,… Nhưng GV đã không hề đề cập đến các hướng suy nghĩ này khiến cho HS mặc định nghĩ rằng bài toán chỉ có thể giải bằng cách của cô không còn hướng đi nào khác, làm hạn chế TD HS. Kết thúc giờ học cô giáo yêu cầu cả lớp về nhà làm các bài tập 1, 2, 3, 4 SGK trang 71.

Diễn biến giờ dạy bài Ôn tập chương 1 do cô P. T. H. L giảng dạy ngày 16/10/2013 tại lớp 11 Anh 2 trường THPT chuyên Nguyễn Huệ - Hà Nội:

. Đây là bài ôn tập chương Phép dời hình và phép đồng dạng trong mặt phẳng (SGK Hình học 11 trang 34- 36). Bài dạy có mục tiêu: Hệ thống hóa kiến thức về các phép dời hình và phép đồng dạng; Củng có các kĩ năng tìm ảnh của điểm, của một số hình qua các phép dời hình và phép đồng dạng; Bồi dưỡng khả năng sử dụng phép dời hình và phép đồng dạng trong giải các bài toán hình học phẳng. Trong bài dạy, GV có nhiều cơ hội để phát triển một số yếu tố của TDPP, TDST nói riêng cho HS.

Nói chung các hoạt động của tiết dạy diễn ra một cách khá nhịp nhàng. Sau khi đã ổn định tổ chức lớp học, cô giáo phân chia lớp thành 4 nhóm học tập, mỗi nhóm có sự phân bố tương đối đồng đều các đối tượng HS giỏi, khá và trung bình và dưới trung

bình. Cô bắt đầu tiết dạy với HĐ 1: yêu cầu cho cả 4 nhóm học tập hoàn thiện bảng tổng kết kiến thức sau đây:

	Biến điểm M thành	Biến đường thẳng a thành	Biến đoạn thẳng AB thành	Biến tam giác ABC thành	Biến đường tròn (I; R) thành
Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$					
Phép đối xứng trục $Đ_d$					
Phép đối xứng tâm $Đ_I$					
Phép quay $Q_{(O,\alpha)}$					
Phép vị tự $V_{(O,k)}$					

Các thành viên khá, giỏi trong mỗi nhóm thay mặt cho nhóm hoàn thành tốt bảng tổng kết một cách nhanh chóng (5 phút). Nhìn chung HS thể hiện được khả năng so sánh, sắp xếp và phân loại thông tin.

Ở HĐ 2 cô yêu cầu tất cả HS suy nghĩ để trả lời câu hỏi 5 – SGK trang 34: Cho hai điểm phân biệt A, B, đường thẳng Δ và đường tròn (I; R). Hãy tìm các phép tịnh tiến, phép đối xứng trục, phép đối xứng tâm, phép quay, phép vị tự thỏa mãn một trong các tính chất sau:

a/ Biến A thành chính nó b/Biến A thành B

c/ Biến Δ thành chính nó d/Biến (I; R) thành chính nó

Sau thời gian 4 phút cô giáo yêu cầu HS xung phong trả lời câu hỏi. Theo quan sát của chúng tôi các em HS giỏi và 8/12 HS khá giơ tay xin trả lời câu hỏi, một số HS khá và các HS trung bình và dưới trung bình ngồi im lặng. Cô giáo gọi HS Minh Anh có sức học khá trả lời câu hỏi. Câu trả lời của HS Minh Anh: "Phép $T_{\vec{0}}$, phép $Đ_d$ có trục đối xứng d đi qua A, phép $Đ_A$, phép quay tâm A, phép vị tự tâm A biến A thành chính nó. Phép $T_{\overrightarrow{AB}}$, phép $Đ_d$ có trục đối xứng d là trung trực của AB, phép $Đ_I$ với I là

trung điểm AB, phép quay tâm I là trung điểm AB góc quay $\pm 180^0$, phép vị tự tâm I nằm trên AB biến A thành B. Phép $T_{\overrightarrow{AB}}$ với $\overrightarrow{AB} // \Delta$, phép $Đ_d$ có trục đối xứng d vuông góc Δ, phép $Đ_I$ với I thuộc Δ , phép quay tâm I nằm trên Δ góc quay $\pm 180^0$, phép vị tự tâm I nằm trên Δ biến Δ thành chính nó. Phép $T_{\vec{0}}$, phép $Đ_d$ có trục đối xứng d đi qua I, phép $Đ_I$, phép quay tâm I góc quay $\pm 180^0$, phép vị tự tâm I tỉ số ± 1 biến (I; R) thành chính nó". Tiếp đó cô gọi HS Hương là HS giỏi của lớp nhận xét, bổ sung. Em Hương bổ sung thêm "phép $Đ_d$ có trục đối xứng d là trung trực của AB hoặc d trùng với AB, phép quay tâm I nằm trên trung trực của AB góc quay ± sđ góc AIB biến A thành B. Phép quay tâm I góc quay tùy ý biến (I; R) thành chính nó". Cô giáo xác nhận kiến thức. Ở hoạt động này, một số HS khá, giỏi đã biết liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm ; cân nhắc , suy xét vấn đề một cách khá toàn diện và có quan tâm đến cả những trường hợp suy biến đặc biệt. Một số HS khá mới chỉ dừng lại ở việc suy xét vấn đề trong những hoàn cảnh, những trường hợp phổ biến nhưng còn chưa nhìn thấy những trường hợp suy biến, đặc biệt. Ở HS trung bình và dưới trung bình khả năng liên hệ các kiến thức, kinh nghiệm cân nhắc ,suy xét vấn đề còn chậm, HS chưa mạnh dạn, chưa tự tin.

Tiếp theo cô giáo yêu cầu cả lớp làm bài tập 2 (SGK trang 34): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng *d* có phương trình 3x + y – 4 = 0. Tìm ảnh của *d*: qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}(2;1)$;qua phép đối xứng tâm O; qua phép đối xứng trục Δ có phương trình y = x; qua phép quay tâm O góc 90^0; qua phép vị tự tâm O tỉ số - 2. Sau khi cho HS chuẩn bị, cô giáo gọi HS Minh Trang - có sức học khá lên bảng nêu cách giải và trình bày lời giải. Qua theo dõi trả lời của HS Minh Trang và xem bài viết của các HS trung bình và dưới trung bình chúng tôi thấy nhìn chung HS chỉ tìm được ảnh của *d* qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}(2;1)$, qua phép đối xứng tâm O và qua phép vị tự tâm O tỉ số - 2 bằng cách chọn điểm M và N trên *d*, tìm ảnh M', N' của M, N qua 3 phép biến hình tương ứng, sau đó viết phương trình đường thẳng *d'* qua M' và N'. Cô giáo tiếp tục gọi HS Hoàng Ngân có sức học khá lên bảng bổ sung vào bài làm của bạn. Qua trả lời của HS Hoàng Ngân và xem bài làm chúng tôi thấy: các em HS khá và cả một số HS giỏi tìm được ảnh của *d* qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}(2;1)$, qua phép đối xứng tâm O và qua phép vị tự tâm O tỉ số - 2 bằng cách chọn điểm M trên *d*, tìm ảnh M' của M qua 3 phép biến hình tương ứng, sau đó viết phương trình đường thẳng *d'* qua M' song song với *d;* tìm ảnh của *d* qua phép đối xứng trục Δ bằng cách chọn điểm M

và N trên *d*, tìm ảnh M', N' của M, N qua phép phép đối xứng trục Δ, sau đó viết phương trình đường thẳng *d'* qua M' và N' ; các em mới chỉ nêu được định hướng tìm ảnh của *d* qua phép quay tương như đối với phép đối xứng trục nhưng chưa tìm ra được phương trình ảnh *d'* của *d*. Cô giáo tiếp tục gọi HS Quỳnh Mai có sức học giỏi lên bảng bổ sung lời giải. HS Mai và các HS giỏi khác nhìn chung đều có cách tìm ảnh *d'* của *d* qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}(2;1)$;qua phép đối xứng tâm O; qua phép đối xứng trục Δ có phương trình y = x giống như HS khá. HS giỏi tìm ảnh của *d* qua phép quay tâm O góc 90^0 bằng cách chọn 2 điểm M(0; 4), N($\frac{4}{3}$; 0) trên *d*, tìm ảnh M'(-4; 0) và N'(0; $\frac{4}{3}$) của M, N qua phép quay, cuối cùng viết phương trình đường *d'*qua M', N'.

Cô giáo đưa ra nhận xét:

- Có thể tìm ảnh của *d* qua phép đối xứng trục Δ bằng cách chọn điểm M(1; 1) là giao điểm của *d* và Δ , chọn N(0;4) trên *d*, tìm ảnh N' của N qua phép phép đối xứng trục Δ, sau đó viết phương trình đường thẳng *d'* qua M và N'.
- Có thể tìm ảnh của *d* qua phép quay tâm O góc 90^0 bằng cách chọn điểm M(0; 4), trên *d*, tìm ảnh M'(-4; 0) của M, N qua phép quay, cuối cùng viết phương trình đường *d'*qua M' và vuông góc với d .

Trong bài tập này nhìn chung HS trung bình và dưới trung bình và HS khá có khả năng chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, bước đầu biết vận dụng các hoạt động phân tích, tổng hợp, so sánh, để tìm ảnh của đường thẳng qua các phép biến hình khác nhau tuy nhiên việc chuyển đổi này còn chậm chạp. HS giỏi có khả năng vận dụng những kiến thức về phép biến vào việc tìm ảnh của đường thẳng. Suy nghĩ không rập khuôn, không máy móc đối với các phép biến hình khác nhau , tuy nhiên vẫn còn bị ảnh hưởng kìm hãm của những kinh nghiệm, những phương pháp, những cách nghĩ đã có từ trước (chưa chỉ ra được cách tốt nhất để tìm ảnh của đường thẳng qua phép đối xứng trục và phép quay trong trường hợp cụ thể).

Cô giáo yêu cầu cả lớp làm tiếp bài tập thứ 3: Cho góc xOy và điểm N nằm bên trong góc đó.

- Dựng đường tròn (C) tiếp xúc với hai cạnh Ox, Oy.
-Dựng đường tròn (C') đi qua N và tiếp xúc với hai cạnh Ox, Oy.

Em Thái Linh được cô gọi lên bảng làm ý thứ nhất và có lời giải như sau:

-Dựng tia Oz là phân giác trong góc xOy.
-Trên Oz lấy điểm I khác O. Dựng hình chiếu H của I trên Ox.
-Dựng đường tròn C(I, IH). Đây chính là đường tròn tiếp xúc với hai cạnh Ox, Oy. Bài toán có vô số nghiệm hình.

Các HS khá, giỏi đều làm đúng ý thứ nhất. Nhưng không có HS nào xung phong làm ý thứ hai của bài toán. Cô giáo đưa ra câu hỏi " Đường tròn (C') có thể là ảnh của đường tròn (C) qua phép biến hình nào?" Một số HS khá, giỏi đã đưa ra dự đoán đúng. Em Nam Khánh dự đoán: " Đường tròn (C') có thể là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O". Tuy nhiên HS chưa xác định được tỉ số của phép vị tự và chưa biết sử dụng phép vị tự để dựng (C'). HS đã đưa ra được những dự đoán nhưng chưa đưa ra được những lập luận xác đáng giải thích cho dự đoán. Cô giáo tiếp tục đưa ra gợi ý "Hãy tìm nghịch ảnh của N qua phép vị tự này". Các em HS giỏi và một số HS khá đã đưa ra câu trả lời: "Gọi M là giao điểm của ON với (C) thì N là ảnh của M qua phép vị tự trên". Khi cô giáo yêu cầu nêu cách dựng đường tròn (C) chỉ có 2 HS giỏi xung phong lên bảng giải bài Toán. Em Hồng Nhung được cô gọi lên bảng đã có lời giải như sau:

- Dựng M là giao điểm của ON với (C)
- Dựng (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $\frac{ON}{OM}$. (C') là đường tròn qua N và tiếp xúc với cả Ox, Oy.

Điều này cho thấy khả năng tìm ra liên tưởng, kết hợp phép vị tự với bài toán dựng hình còn hạn chế. HS chưa nhìn thấy chức năng của phép vị tự trong dựng hình.

Khi được hỏi bài toán có mấy nghiệm hình, HS Hồng Nhung và đa số HS trả lời bài toán có 1 nghiệm hình. Chỉ có 5 HS giỏi trả lời bài toán có 2 nghiệm hình. Em Bảo Anh khẳng định do đường thẳng ON cắt (C) ở 2 điểm phân biệt nên bài toán có 2 nghiệm hình. Như vậy nhận thức của HS về vấn đề còn thiếu tính toàn diện.

Cô giáo đưa ra bài toán thứ 4: Cho đường tròn (O; R) và điểm I sao cho OI = d > R. Điểm M di động trên (O; R). Phân giác trong góc MOI cắt IM tại N. Tìm tập hợp các điểm N. Tất cả HS trong lớp đều chưa đưa ra được lời giải cho bài toán. HS chưa nhìn thấy mối liên hệ giữa nội dung bên ngoài là đường phân giác với nội dung bên trong là phép vị tự và việc tìm tập hợp điểm. Sau khi cô giáo đưa ra gợi ý: "Tìm phép vị tự tâm O biến M thành N, từ đó tìm tập hợp các điểm N" một HS giỏi đã đưa ra lời giải đúng. Em Thanh Tâm trình bày lời giải như sau:

-Do ON là phân giác trong góc O nên $\frac{NI}{NM} = \frac{OI}{OM} = \frac{d}{R}$. Suy ra $\frac{IN}{IM} = \frac{IN}{IN + NM} = \frac{d}{R + d} \Rightarrow \overrightarrow{IN} = \frac{d}{R + d}\overrightarrow{IM} \Rightarrow V_{(I, \frac{d}{R+d})}(M) = N$.

-Do M di động trên (I; R) nên tập hợp các điểm N là đường tròn (O'; $\frac{Rd}{R + d}$) là ảnh của (I; R) qua $v_{(I, \frac{d}{R+d})}$.

Cô giáo kết thúc giờ học với việc giao các bài tập về nhà: Bài tập 4, 5, 6, 7 SGK trang 34-35. Nhìn chung tiết học diễn ra theo trình tự giống với giáo án đã chuẩn bị. Ý kiến phát biểu chủ yếu là từ một số HS khá, giỏi. Các HS trung bình và dưới trung bình hầu như không giơ tay phát biểu ý kiến. Các HS này tỏ ra thiếu tự tin khi cô chỉ định phát biểu ý kiến. Họ ngồi im ghi chép bài và rất ít trao đổi với bạn bè. Các HS khá, giỏi làm việc khá tích cực nhưng họ thường làm việc độc lập riêng rẽ, ít có những trao đổi hay tranh luận với các bạn khác.

4. PHỤ LỤC 4: MÔ TẢ DIỄN BIẾN MỘT SỐ GIỜ HỌC HHKG TIẾN HÀNH TRONG THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

Diễn biến giờ dạy bài Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng do thầy Phạm Đức Duẩn giảng dạy ngày 28/11/2014:

Đây là tiết 2/4 bài Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng (SGK Hình học 11 trang 48 - 52). Bài dạy có mục tiêu: HS nắm vững ba cách xác định mặt phẳng và áp dụng trong giải toán. HS nắm vững khái niệm hình chóp, hình tứ diện và một số khái niệm liên quan. HS nắm vững phương pháp tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, tìm giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng và sử dụng thành thục trong giải bài tập. HS nắm được cách giải một số bài toán liên quan như chứng minh thẳng hàng, chứng minh đồng quy.

Nói chung các hoạt động của tiết dạy diễn ra một cách khá nhịp nhàng. Sau khi đã ổn định tổ chức lớp học, GV vào bài mới.

HĐ 1: GV phát biểu và cho HS ghi chép Ba cách xác định mặt phẳng:

a) Mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
b) Mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó.
c) Mặt phẳng được hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

GV đã dạy Ba cách xác định mặt phẳng theo cách truyền đạt một chiều. Theo chúng tôi ở phần này GV nên đưa ra các tình huống gợi vấn đề kích thích nhu cầu nhận thức của HS, đồng thời tổ chức các hoạt động thảo luận nhóm để tạo điều kiện cho tất cả HS cùng khám phá kiến thức, như thế hiệu quả dạy học sẽ cao hơn.

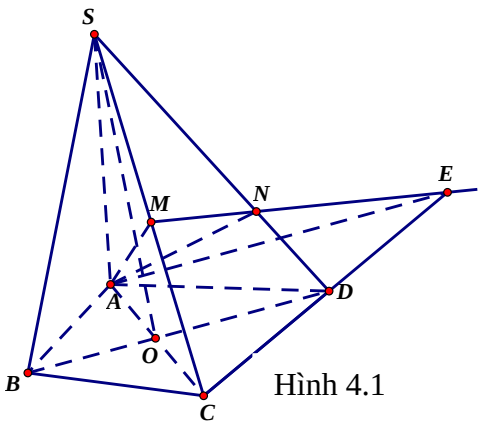
HĐ 2: GV vẽ lên bảng hình tứ diện và hình chóp tứ giác đồng thời ghi lên bảng:

- Khái niệm hình chóp, đỉnh, mặt đáy, mặt bên, cạnh bên, cạnh đáy.
- Khái niệm tứ diện, đỉnh, mặt của tứ diện, cạnh của tứ diện, hai cạnh tứ diện, đỉnh đối diện với mặt tứ diện.

HS ghi chép các khái niệm.

GV tiếp tục sử dụng phương pháp thuyết trình đơn điệu. Theo chúng tôi phần này GV có thể cho HS kẻ bảng so sánh giữa hình chóp và hình tứ diện; cho HS nhận xét về mối quan hệ giữa hình chóp và hình tứ diện. Như vậy sẽ giúp HS học tập sôi nổi, tích cực hơn đồng thời rèn luyện được một số phẩm chất của TDPP.

HĐ 3: GV chia lớp thành 4 nhóm, mỗi nhóm gồm HS trong 3 bàn ngồi gần nhau giải Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD. Trên hai đoạn SC, SD lấy hai điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SC}=\frac{1}{2}$; $\frac{SN}{SD}=\frac{1}{3}$. Tìm giao tuyến của (SAC) với (SBD); (AMN) với (ABCD) (Hình 4.1). Đây là BT được GV phát triển từ Ví dụ 1 –SGK trang 49. Ý đồ của GV là phát triển TD, TDPP, TDST cho HS thông qua dạy học thảo luận nhóm tuy nhiên GV đã không đã không thực hiện thành công ý định này. GV yêu cầu 4 nhóm cử 4 đại diện lên bảng trình bày lời giải. Cả 4 HS được gọi lên bảng đều có lời giải đúng và gần như giống nhau: "Trong (ABCD) gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra (SAC) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến SO. Do $\frac{SM}{SC}\neq\frac{SN}{SD}$ nên trong (SCD) hai đường thẳng MN và CD cắt nhau tại E. Suy ra (AMN) và (ABCD) cắt nhau theo giao tuyến AE". Cả 4 HS lên bảng là Bích Phương, Mỹ Hạnh, Minh Tuấn, Đức Hoàng đều là các HS giỏi. GV yêu cầu cả lớp ghi chép lời bài tập. Theo quan sát của chúng tôi trong bài tập này các nhóm đã cử HS giỏi nhất nhóm đại diện cho nhóm, các HS khá, giỏi cố gắng giải thật nhanh rồi đưa cho các HS khác xem. Thực ra chỉ có các HS khá, giỏi làm bài tập, các HS trung bình và dưới trung bình ngồi chờ xem lời giải và chép lời giải. Họ tỏ ra thụ động và thiếu tự tin.

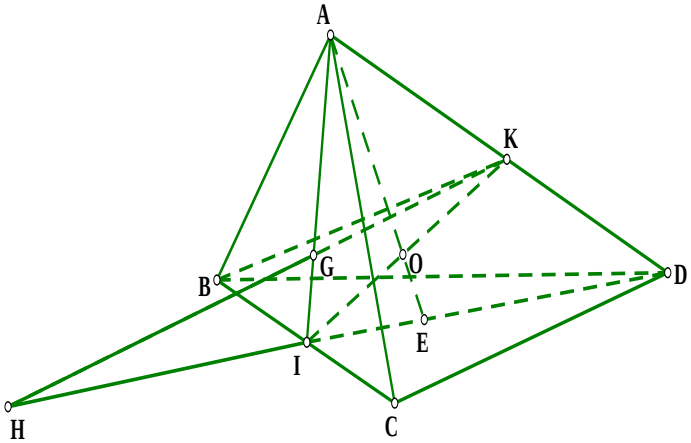


Hình 4.1

HĐ 4: GV yêu cầu cả lớp giải Ví dụ 2: Cho tứ diện ABCD. Gọi K là trung điểm của AD. Gọi G, E là trọng tâm các tam giác ABC và BCD.

a)Tìm giao điểm của GK với (BCD)

b)Tìm giao điểm O của AE với (BCK) và tính tỉ số $\frac{AO}{AE}$ (Hình 4.2)



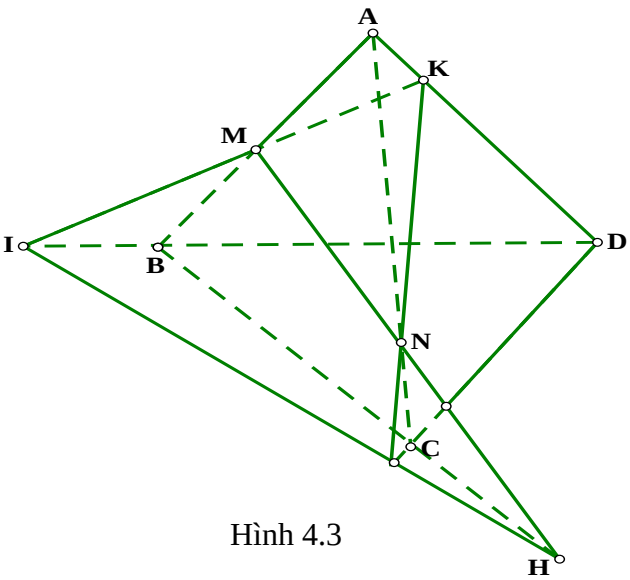
Hình 4.2

Đây cũng là bài tập phát triển Ví dụ 4 trong SGK trang 51.

Sau khi cho cả lớp suy nghĩ GV yêu cầu HS xung phong lên bảng. Có 2 HS là Đức Hoàng và Mỹ Hạnh xung phong lên giải bài toán. Thầy giáo đã gọi HS Đức Hoàng lên giải bài toán. HS này đã cho lời giải như sau: Gọi I là giao điểm của AG với BC.

Trong (AID) do $\frac{AG}{AI} \neq \frac{AK}{AD}$ nên GK cắt ID tại H. Ta có $H \in ID;\ ID \subset (BCD)$ suy ra H là giao điểm của GK và (BCD). Trong (AID) gọi O là giao điểm của AE với IK. Ta có $O \in IK;\ IK \subset (BCK)$ suy ra O là giao điểm của AE và (BCK). HS đã tính tỉ số $\frac{AO}{AE}$ bằng cách so sánh diện tích tam giác IOE và tam giác IAE tuy nhiên đã có nhầm lẫn trong tính toán. GV đã đưa ra cách giải ngắn gọn như sau: gọi F là trung điểm ED, sử dụng tính chất đường trung bình suy ra: $OE = \frac{1}{2}KF = \frac{1}{2}\cdot\frac{AE}{2}$. Đây là một bài toán tương đối khó rất thuận lợi để GV phát triển TDPP, TDST cho HS. Tuy nhiên thay vì đưa ra một hệ thống câu hỏi kích thích tư duy của tất cả HS từ đó tìm lời giải thì GV lại gọi ngay HS giỏi lên giải bài toán. Khi HS gặp khó khăn, sai lầm GV đã không hướng dẫn HS sửa chữa sai lầm mà lại chuyển sang một hướng giải khác. Theo chúng tôi sau khi giải bài toán này, GV nên hướng dẫn HS nhìn ra kết quả mở rộng của bài toán về tính chất của các đường trung bình và đường trọng tuyến trong tứ diện, qua đó phát triển TDPP, TDST cho HS.

HĐ 5: GV đưa ra nhận xét: Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt. Sau đó yêu cầu 4 nhóm giải Ví dụ 3: Cho tứ diên ABCD. Trên các đoạn thẳng AB, AC lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2};\ \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$. Điểm K chạy trên đoạn AD sao cho AK < DK. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của KM với BD, KN với CD. Chứng minh rằng IJ luôn đi qua một điểm cố định (Hình 4.3).



Hình 4.3

GV đã khéo léo tích hợp nội dung của VD 2 và VD 3 SGK trang 50, 51 vào bài tập này nhằm phát triển TD cho HS. Tuy nhiên cách tổ chức dạy học chưa đem lại hiệu quả mong muốn. GV đã không giao chia nhiệm vụ vừa sức cho HS TB và dưới TB, do đó trong nhóm chỉ có các HS khá, giỏi làm bài. Sau một khoảng thời gian, GV lại tiếp tục gọi 4 HS giỏi là Mỹ Hạnh, Minh Tuấn, Đức Hoàng, Bích Phương đại diện cho các nhóm lên làm bài. Lời giải của cả 4 HS cũng gần giống nhau: Trong (ABC) gọi H là giao điểm của MN và BC. Thấy I, J, H là điểm chung của hai mặt phẳng (MNK) và

(BCD) suy ra I, J, H nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng (MNK) và (BCD) suy ra IJ qua K cố định. Theo chúng tôi ở phần này GV có thể yêu cầu HS nêu một số phương pháp chứng minh thẳng hàng đã biết, sau đó tổ chức cho HS cùng tìm cách giải Ví dụ 3 để rút ra một phương pháp chứng minh thẳng hàng mới. Qua đó tạo cơ hội để HS xem xét, đánh giá quá trình nhận thức của bản thân.

HĐ 6: GV yêu cầu một HS nhắc lại ba cách xác định mặt phẳng, một HS khác nhắc lại các khái niệm hình chóp và tứ diện. Sau đó giao tất cả HS trong lớp 6 BTVN là BT 1, 5, 6, 7, 8, 9 SGK trang 53, 54.

Theo chúng tôi, ở phần cuối bài học GV có thể cho HS tự tổng kết lại phương pháp tìm giao tuyến của hai mặt phẳng, tìm giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng, một số phương pháp chứng minh thẳng hàng đồng quy để tạo điều kiện cho HS tự xem xét lại vốn kiến thức và quá trình nhận thức của bản thân.

Diễn biến giờ dạy bài "Hai mặt phẳng song song" theo giáo án được NCS cùng với thầy Phạm Đức Duẩn soạn và do thầy Phạm Đức Duẩn trực tiếp giảng dạy ngày 16 /02/2015:

Trong giáo án bài dạy đề ra mục tiêu và nhiệm vụ học tập cho các nhóm HS như sau:

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS trung bình và dưới trung bình:

●Mục tiêu:

-HS nắm vững: định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.

-HS hiểu được cách chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.

-HS nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.

-HS biết sử dụng các phương pháp đã học để giải quyết được các bài toán chứng minh song song cơ bản.

-HS bước đầu biết vận dụng các kiến thức về đường thẳng, mặt phẳng song song để giải một số bài toán khác.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.

-Lắng nghe, trả lời câu hỏi và hiểu được cách chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.

-Nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy cô giáo.

-Làm được Ví dụ 1a; hiểu được cách giải Ví dụ 1b.

-Làm được Ví dụ 2.

-Hiểu được mối liên hệ giữa Ví dụ 2 và Ví dụ 3 đông thời nắm được cách giải Ví dụ 3.

-Làm các bài tập 1, 2, 3 – SGK trang 71.

-Làm thêm các bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1:

Cho hình bình hành ABCD. Dựng các tia Ax, By, Cz, Dt song song cùng chiều không nằm trên mp(ABCD). Một mp(P) cắt các tia Ax, By, Cz, Dt ở A’, B’, C’, D’.

Chứng minh rằng AA’ - BB’ = DD’ - CC’.

a) Chứng minh A’B’C’D’ là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng AA’ - BB’ = DD’ - CC’.

a1) Chứng minh A’B’ // C’D’.

a2) Chứng minh A’B’C’D’ là hình bình hành.

b1) Gọi O, O’ là tâm của ABCD, A’B’C’D’. Chứng minh AA’ + CC’ = 2.OO’

b2) Chứng minh rằng AA’ - BB’ = DD’ - CC’.

Bài tập bổ sung 2:

Cho lăng trụ ABC.A’B’C’. Gọi H là trung điểm của A’B’, mp(P) qua trung điểm M của CC’, (P) // AH, (P) // CB’. Dựng thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P)

a) Chứng minh (P) // (AHC’), (P) // (B’KC) (K là trung điểm AB).

b) Dựng thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P).

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

●Mục tiêu:

-HS nắm vững: định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.
-Biết cách chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.
-HS nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.
-HS biết sử dụng thành thạo các phương pháp đã học để giải quyết được các bài toán chứng minh song song.
-HS bước đầu biết vận dụng linh hoạt các kiến thức về đường thẳng, mặt phẳng song song để giải một số bài toán khác.
-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.
●Nhiệm vụ:
-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.
-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy cô giáo.
- Chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.
-Nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.
-Làm được Ví dụ 1a; 1b.
-Làm được Ví dụ 2, Ví dụ 3.
- Làm các bài tập 2, 3, 4 – SGK trang 71.
-Làm một số bài tập bổ sung:
Bài tập bổ sung 1:
Cho hình bình hành ABCD. Dựng các tia Ax, By, Cz, Dt song song cùng chiều không nằm trên mp(ABCD). Một mp(P) cắt các tia Ax, By, Cz, Dt ở A’, B’, C’, D’.
Chứng minh rằng AA’ - BB’ = DD’ - CC’.
Bài tập bổ sung 2:
Cho lăng trụ ABC.A’B’C’. Gọi H là trung điểm của A’B’, mp(P) qua trung điểm M của CC’, (P) // AH, (P) // CB’. Dựng thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P).

Trong lớp học thầy giáo sắp xếp cho HS ngồi vào 12 bàn chia thành 3 dãy, mỗi dãy 4 bàn. Mỗi bàn có 3 – 4 HS: các HS khá ngồi ở các vị trí số 1 đầu bàn, HS trung

bình và dưới trung bình ngồi ở vị trí số 2 và số 4, các HS giỏi ngồi ở vị trí số 3 cuối bàn. Đầu giờ học thầy giáo phát cho mỗi HS bảng liệt kê các nhiệm vụ mà HS cần thực hiện trong giờ học có in đậm những nhiệm vụ quan trọng.

HĐ 1: Dạy học định nghĩa hai mặt phẳng song song và Định lí 1: Thầy giáo đưa ra câu hỏi: " Người ta nói mặt phẳng trần nhà và mặt phẳng sàn nhà là hai mặt phẳng song song. Vậy theo em hai mặt phẳng như thế nào thì được gọi là song song?". Tất cả HS trong lớp đều có ngay câu trả lời: "Hai mặt phẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung".

Thầy giáo chia lớp thành 6 nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau , yêu cầu HS trong nhóm thảo luận trả lời câu hỏi: "Các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

i) Nếu mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với đường thẳng nằm trên (Q).

ii) Nếu mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q).

iii) Nếu mọi đương thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q) thì (P) song song với (Q).

iv) Nếu có hai đường thẳng phân biệt nằm trong (P) song song với (Q) thì (P) song song với (Q)". Tất cả HS trong 6 nhóm đã tranh luận và thảo luận rất tích cực.

Thầy giáo gọi HS Anh Đào có sức học dưới trung bình trả lời câu hỏi. Câu trả lời của HS Hà Phương như sau: i) là sai vì hai đường thẳng lần lượt nằm trên (P) và (Q) có thể chéo nhau. ii) là đúng vì nếu đường thẳng a nằm trên (P) có điểm chung A với (Q) thì A cũng là điểm chung của (P) và (Q), mâu thuẫn. iii) là đúng vì nếu (P), (Q) có điểm chung A thì đường thẳng a nằm trên (P) và qua A sẽ không song song với (Q), mâu thuẫn. HS Anh Đào chưa trả lời được iv) là đúng hay sai. Thầy giáo tiếp tục gọi HS Mạnh Hùng có sức học khá trả lời câu hỏi. HS Mạnh Hùng đồng ý với câu trả lời trước và bổ sung: iv) là sai vì (P) và (Q) có thể cắt nhau theo giao tuyến c mà trên (P) vẫn có hai đường thẳng cùng song song với c do đó cùng song song với (Q).

Thầy giáo xác nhận câu trả lời cho câu hỏi trên và nhận xét: mệnh đề iv) sẽ trở thành đúng nếu bổ sung thêm điều kiện hai đường thẳng phân biệt nằm trong (P) phải cắt nhau. Thầy phát biểu định lý 1: Nếu mp(α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng song song với mp(β) thì (α) song song với (β). Thầy giáo yêu cầu cả lớp chứng minh định lý bằng phương pháp phản chứng. Các HS trung bình và dưới trung bình từ

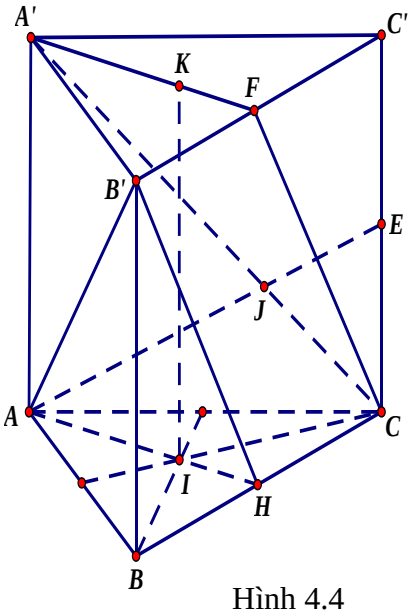
giả thiết phản chứng đã biết chia thành hai trường hợp là: (α) , (β) trùng nhau và (α) , (β) cắt nhau. Tuy nhiên HS mới chỉ nhìn thấy mâu thuẫn ở trường hợp (α) , (β) trùng nhau, chưa chỉ ra được mâu thuẫn ở trường hợp (α) , (β) cắt nhau. Khi thầy giáo đưa ra gợi ý: gọi c là giao tuyến của (α) , (β) , có nhận xét gì về vị trí tương đối của c với a và b. HS Thái Linh có sức học trung bình đã chỉ ra được a và b cùng song song với c dẫn đến mâu thuẫn.

HĐ 2: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua dạy học bài tập Ví dụ 1 về chứng minh hai mặt phẳng song song.

Thầy giáo đưa ra bài tập ví dụ 1: Cho hình lăng ABC.A'B'C'. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACC' và A'B'C'.

a) Chứng minh (IJK) //(BB'C'C).

b) Chứng minh (A'JK)//(AIB') (Hình 4.4).



Hình 4.4

Thầy giáo đưa ra câu hỏi: "Để chứng minh (IJK) //(BB'C'C) cần chứng minh những điều gì?" HS Khắc Dũng có sức học dưới trung bình đã trả lời: "Để chứng minh (IJK) //(BB'C'C) cần chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ và $IK//(BB'C'C)$". Thầy tiếp tục đưa ra câu hỏi: "Để chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ và $IK//(BB'C'C)$ cần quan tâm tới các đường trung tuyến nào, vì sao". HS Thu Hương có sức học khá đã cho câu trả lời: "Để chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ cần quan tâm tới các đường trung tuyến ứng với cạnh AC vì đây là cạnh chung của tam giác ABC và AC'C. Để chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ cần quan tâm tới các đường trung tuyến kẻ từ A, A' vì AA'FH là hình bình hành ". Thầy giáo chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: các HS ngồi ở vị trí số 2, 4 làm VD 1a; các HS ở vị trí số 1 làm VD 1b; các HS ngồi vị trí số 3 làm cả VD 1a và 1b. Sau khi dành thời gian để cả lớp làm bài, thầy gọi HS Thu Trang ở vị trí số 2 có sức học trung bình lên bảng làm VD 1a; gọi HS Mạnh Hùng ở vị số 1 có sức học khá lên giải Ví dụ 1b. Lời giải của 2 HS như sau:

a)Gọi E, F, H là trung điểm của CC', B'C', BC.

$$\begin{cases} IJ // HE \ (do \ \dfrac{AI}{AH} = \dfrac{AJ}{AE} = \dfrac{2}{3}) \\ HE \subset (BB'C'C) \end{cases} \Rightarrow IJ // (BB'C'C) \ (1)$$

$$\begin{cases} IK // FH \ (do \ \dfrac{A'K}{A'F} = \dfrac{AI}{AH} = \dfrac{2}{3}) \\ FH \subset (BB'C'C) \end{cases} \Rightarrow IK // (BB'C'C) \ (2)$$

Từ (1), (2) suy ra (IJK) //(BB'C'C)

b)Dễ thấy $(A'JK) \equiv (A'FC); (AIB') \equiv (AHB')$

$$\begin{cases} A'F // AH \\ AH \subset (AHB') \end{cases} \Rightarrow A'F // (AHB') \ (3)$$

$$\begin{cases} FC // B'H \\ B'H \subset (AHB') \end{cases} \Rightarrow FC // (AHB') \ (4)$$

Từ (3), (4) suy ra (A'JK)//(AIB').

Qua xem bài làm của HS chúng tôi thấy: các HS trung bình và dưới trung bình đều làm được Ví dụ 1a, các HS giỏi và hầu hết HS khá đều giải đúng Ví dụ 1b. Ở Ví dụ 1a, một số HS đã đưa ra thêm cách giải khác: thay vì chứng minh $IK // (BB'C'C)$ các em chứng minh $JK // (BB'C'C)$. GV khen ngợi các HS đã làm bài tốt.

HĐ 3 : Dạy học định lí 2 và các hệ quả:

Thầy giáo chia lớp thành 6 nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau , yêu cầu HS trong nhóm thảo luận trả lời câu hỏi: Cho mặt phẳng (P) và hai điểm A, B nằm ngoài (P), AB cắp (P). Trên (P) lấy hai đường thẳng a', b' cắt nhau. Gọi a, b là hai đường thẳng qua A và lần lượt song song với a', b'; c, d là hai đường thẳng qua B và lần lượt song song với a', b'.

a) Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và song song với (P)?
b) Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và song song với (P)?
c) Hãy xét vị trí tương đối giữa mp(a, b) và mp (c,d).
d) Qua A kẻ đường thẳng Δ song song với (P). Hãy xét vị trí tương đối giữa Δ và mp(a, b).

Qua quan sát chúng tôi thấy tất cả các HS trong lớp đều tham gia thảo luận rất tích cực và nhanh chóng trả lời đúng cả 4 câu hỏi trên. Thầy giáo tiếp tục đưa ra câu hỏi: "Có thể rút ra được các tính chất gì từ các câu hỏi a), b), c), d)?". HS Phương Thảo có sức học khá từ a) và b) đã rút ra 2 kết luận chính là Nội dung định lý 2 và Hệ quả 1:

-Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng (P) cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mp(P) đã cho.

-Nếu đường thẳng a song song với mp(P) thì qua a có một và chỉ một mặt phẳng song song với mp(P) đã cho.

HS Thu Nguyệt (học sinh giỏi) bổ sung thêm 2 kết luận chính là Hệ quả 2 và Hệ quả 3:

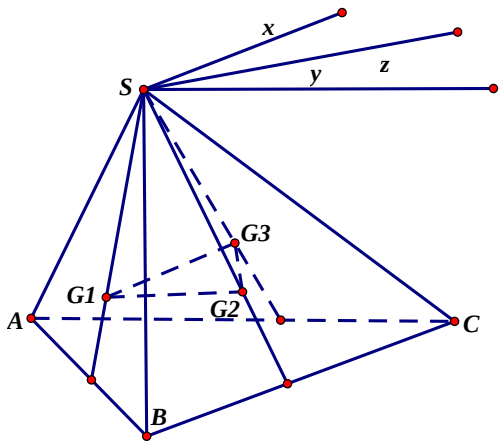
-Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

-Cho điểm A nằm ngoài mp(P). Mọi đường thẳng qua A và song song với (P) đều nằm trong mặt phẳng qua A và song song với (P).

HĐ 4: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua dạy học Ví dụ 2 :

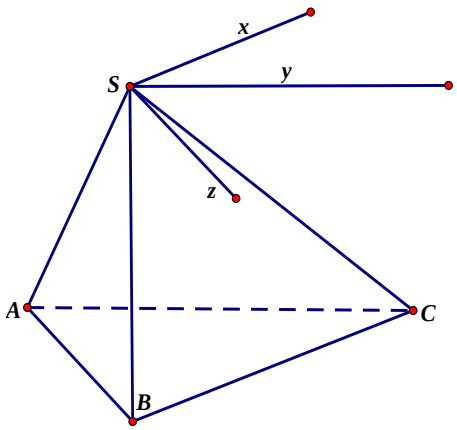
Thầy giáo đưa ra 2 bài toán:

Ví dụ 2.1: Cho hình chóp S.ABC có SA = SB = SC. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCA. Gọi Sx, Sy lần lượt là phân giác ngoài các góc S trong các tam giác SAB, SBC. Gọi Sz là tia phân giác góc xSy. Chứng minh rằng Sz//mp($G_1G_2G_3$) (Hình 4.5).



Hình 4.5

Ví dụ 2.2: (Hình 4.6) Cho hình chóp S.ABC. Gọi Sx, Sy, Sz lần lượt là các tia vuông góc với các đường cao kẻ từ S trong các tam giác SAB, SBC, SCA. Chứng minh rằng (Sx,Sy)//mp(ABC) và Sx, Sy, Sz là đồng phẳng. Thầy chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: giao cho các HS ngồi ở vị trí số 1 và số 3 làm Ví dụ 2.1; các HS ngồi ở vị trí số 2, 4 làm Ví dụ 2.2. Sau đó các HS sẽ cùng thảo luận và trao đổi ý kiến. Qua xem bài làm của HS có thể thấy: các HS trung bình và dưới trung bình đã làm được Ví dụ 2.2; các HS giỏi và đa số HS khá làm đúng VD 2.1, tuy nhiên vẫn còn một số HS khá có lời giải chưa chặt chẽ. Thầy giáo đã gọi HS Thu Hồng ở vị trí số 3, và gọi HS Tiến Trung ở vị trí số 2 lên bảng làm bài. Cả 2 HS đều cho lời giải đúng. GV biểu dương 2 HS.



Hình 4.6

HĐ 5: Tổng kết và giao nhiệm vụ về nhà.

Thầy giáo yêu cầu cả lớp rút ra và ghi lại các phương pháp chứng minh mp(P) song song với mp(Q); các phương pháp chứng minh một đường thẳng a song song với mp(P). Thầy gọi HS Hoàng Hà nêu các phương pháp chứng minh mp(P) song song với mp(Q), HS này đã nêu ra 3 phương pháp chứng minh như sau:

-Phương pháp 1: Chứng minh mp(P) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng song song với mp(Q).

-Phương pháp 2: Chứng minh mp(P) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b, a và b lần lượt song song với a', b' nằm trên mp(Q).

-Phương pháp 3: Chứng minh (P) và (Q) cùng song song với mp(R).

Thầy giáo gọi tiếp HS Thanh Thư nêu các phương pháp chứng minh một đường thẳng a song song với mp(P), HS này nêu 2 phương pháp chứng minh như sau:

-Phương pháp 1: Chỉ ra a không nằm trên (P) và chứng minh a song song với b nằm trên (P).

-Phương pháp 2: Chứng minh a song song hoặc nằm trên một mặt phẳng song song với (P).

Thầy giáo yêu cầu từng đối tượng học sinh xem lại bảng nhiệm vụ đã được phát ở đầu giờ, đáng dấu những nhiệm vụ chưa hoàn thành để tiếp tục thực hiện ở nhà.Thầy giáo giao nhiệm vụ và bài tập về nhà cho HS (đã nêu trong phần đầu giáo án).

Diễn biến giờ dạy bài: "Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng" theo giáo án được NCS cùng với thầy Phạm Đức Duẩn soạn và do thầy Phạm Đức Duẩn trực tiếp giảng dạy ngày 25 /04/2015:

Trong giáo án bài dạy đề ra mục tiêu và nhiệm vụ học tập cho các nhóm HS như sau:

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS trung bình và dưới trung bình:

●Mục tiêu:

- HS nắm vững định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

-HS nắm vững phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc và biết vận dụng trong việc giải một số bài toán chứng minh vuông góc.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

-Vận dụng các phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc đã được học trong các bài tập chứng minh vuông góc.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy thầy giáo.

-Làm được Bài tập 1 và hiểu được 2 mở rộng của bài tập 1.

-Làm được bài tập 2.

-Cùng với các bạn trong nhóm làm được bài tập 3 và hiểu được mối liên hệ giữa bài tập 2 và bài tập 3.

-Hiểu được cách giải bài tập 4 và hiểu được mối liên hệ giữa bài tập 3 và bài tập 4.

-Làm các bài tập 2, 3, 5, 6 SGK trang 104, 105.

-Làm các bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông, hình chiếu của S trên (ABCD) là trung điểm H của AD. M, P là trung điểm SB, CD.

Chứng minh AM$\perp$ BP.

a) Chứng minh BP$\perp$ SC.
b) Chứng minh AM$\perp$ BP.

Bài tập bổ sung 2: Cho hình chóp S.ABC đáy là tam giác vuông ở C, SA vuông góc với đáy. Gọi K, O là trung điểm của SA, AB. Chứng minh KM$\perp$ MO.

a) Chứng minh AM$\perp$ MB.
b) Chứng minh KM$\perp$ MO.

Bài tập bổ sung 3: Cho hình chóp S.ABCD đáy là nửa lục giác đều có AB = 2DC = 2AD = 2BC và SA$\perp$ (ABCD). Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SB và cắt SB tại B’, (P) cắt SC, SD lần lượt tại C’, D’.

Chứng minh rằng AB’C’D’ là tứ giác nội tiếp.

a) Chứng minh AC’$\perp$ (SBC).

b) Chứng minh AD’$\perp$ (SBD).

c) Chứng minh rằng AB’C’D’ là tứ giác nội tiếp.

a1) Chứng minh BC⊥ (SAC).

a2) Chứng minh AC’⊥ (SBC).

b1) Chứng minh BD⊥ (SAD).

b2) Chứng minh AD’⊥ (SBD).

c) Chứng minh rằng AB’C’D’ là tứ giác nội tiếp”.

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

●Mục tiêu:

- Trên cơ sở nắm vững định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, HS rút ra phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

-HS vận dụng linh hoạt các phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong các bài toán chứng minh vuông góc và một số bài toán liên quan.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Rút ra phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

-Vận dụng các phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc đã được học trong các bài tập chứng minh vuông góc và các bài tập liên quan.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy cô giáo.

-Làm được Bài tập 1 và hiểu được 2 mở rộng của bài tập 1.

-Làm được bài tập 2, bài tập 3 và chỉ ra được mối liên hệ giữa bài tập 2 và bài tập 3.

-Cùng các HS khác làm bài tập 4 và chỉ ra được mối liên hệ giữa bài tập 3 và bài tập 4.

- Làm các bài tập 3, 5, 6, 7 SGK trang 105.

-Làm các bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông, (SAD)$\perp$ (ABCD) , tam giác SAD là tam giác đều. M, P là trung điểm SB, CD. Chứng minh AM$\perp$ BP

Bài tập bổ sung 2: Cho hình chóp S.ABC đáy là tam giác vuông ở C, SA vuông góc với đáy. Gọi K, O là trung điểm của SA, AB. Chứng minh KM$\perp$ MO.

Bài tập bổ sung 3: Cho hình chóp S.ABCD đáy là nửa lục giác đều có AB = 2DC = 2AD = 2BC và SA$\perp$ (ABCD). Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SB và cắt SB tại B', (P) cắt SC, SD lần lượt tại C', D'. Chứng minh rằng AB'C'D' là tứ giác nội tiếp.

Trong lớp học thầy giáo sắp xếp cho HS ngồi vào 12 bàn chia thành 3 dãy, mỗi dãy 4 bàn. Mỗi bàn có 3-4 HS: các HS khá ngồi ở các vị trí số 1 đầu bàn, HS trung bình và dưới trung bình ngồi ở vị trí số 2, 4, các HS giỏi ngồi ở vị trí số 3 cuối bàn. Đầu giờ học thầy giáo phát cho mỗi HS bảng liệt kê các nhiệm vụ mà HS cần thực hiện trong giờ học có in đậm những nhiệm vụ quan trọng.

HĐ 1: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua ôn tập kiến thức cũ: GV yêu cầu tất cả HS: "Em hãy phát biểu định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và định lí ba đường vuông góc, định lí về điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng?. Từ đó rút ra một số phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc và phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Thầy giáo gọi HS Thái Linh có sức học trung bình đã có câu trả lời như sau:

- Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: Một đường thẳng gọi là vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường nằm trong mặt phẳng.

-Định lí ba đường vuông góc: Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng b nằm trong (P). Điều kiện cần và đủ để b vuông góc với a là b vuông góc với hình chiếu a' của a trên (P). Từ đây rút ra: Cho b nằm trong (P) và a không vuông góc với (P) , để chứng minh b vuông góc với a ta chứng minh b vuông hình chiếu a'của a trên mp(P).

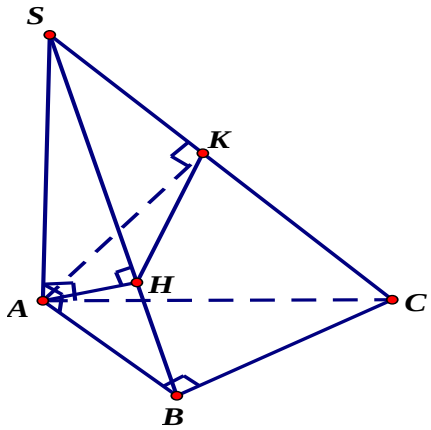
-Định lí về điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: Nếu đường thẳng d vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong (P) thì d vuông góc với (P). Từ đây rút ra: Để chứng minh đường thẳng a vuông góc với mp(P) ta chứng minh a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P).

Thầy giáo gọi HS Ngọc Mai có sức học khá cho ý kiến, HS này đã bổ sung thêm: Từ định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng rút ra: Để chứng minh b vuông góc với a ta chứng minh b vuông góc với một mp(P) chứa a.

Thầy giáo khen ngợi các HS cho ý kiến và xác nhận lại kiến thức.

HĐ 2: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua việc hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức và các phương pháp chứng minh vuông góc giải bài tập 1 và hai mở rộng của bài tập 1.

Thầy giáo giáo chia lớp thành 6 nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau, yêu cầu HS trong nhóm giải Bài tập 1: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Chứng minh rằng $SC \perp (AHK)$ (Hình 4.7). HS trong nhóm đã tham gia trao đổi thảo luận rất sôi nổi. Thầy giáo gọi 2 HS có sức học trung bình và dưới trung bình lên giải bài toán. HS Tuấn Vinh đã đưa ra lời giải đúng như sau: Theo đề bài: $SC \perp AK$ (1)



Hình 4.7

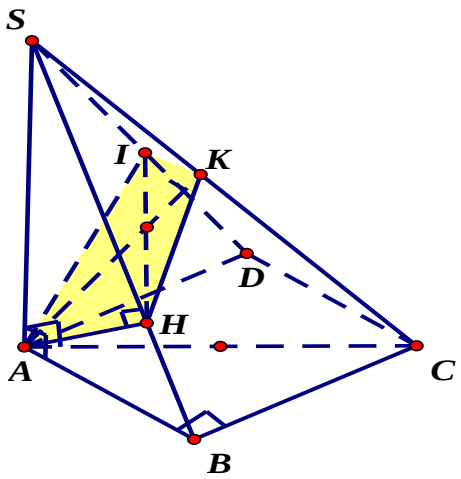
$$\left.\begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \quad (\text{do } SA \perp (ABC)) \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

suy ra $BC \perp AH$, mặt khác $AH \perp SB$ nên $AH \perp SC$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK)$.

HS Phương Nam còn nhầm lẫn trong lời giải khi giải thích: $BC \perp AH$ do $BC \perp AB$, AB là hình chiếu vuông góc của AH trên (ABC).

Thầy giáo tiếp tục gọi HS Mạnh Hùng có sức học khá nhận xét lời giải của 2 bạn. HS đã nhận xét: lời giải của Tuấn Vinh là chính xác; Phương Nam giải thích AB là hình chiếu vuông góc của AH trên (ABC) là chưa rõ ràng cần chỉ ra rằng AB là hình chiếu vuông góc của SB trên (ABC) mà H thuộc SB nên AB là hình chiếu vuông góc của AH trên (ABC). Qua xem bài làm của HS chúng tôi thấy: hầu hết các HS đều làm tốt Bài tập 1, chỉ có 3 HS trung bình và dưới trung bình chưa có lời giải chính xác.

Thầy giáo đưa ra câu hỏi cho các nhóm: Gọi D là điểm nằm trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B. Gọi I là giao điểm của SD với (AHK). AI có vuông góc với SD không? SC vuông góc với các đường thẳng và mặt phẳng nào trong hình vẽ? Vì sao? (Hình 4.8)

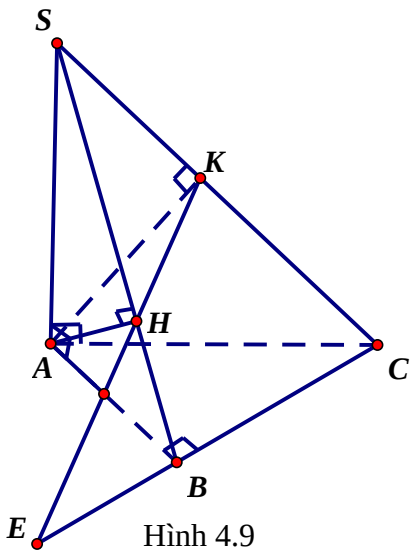


Hình 4.8

Các HS đã thảo luận rất sôi nổi và có cả một số tranh luận trong các nhóm. Thầy giáo gọi HS Xuân Trường ở nhóm 2, HS Việt Trinh ở nhóm 5 trả lời câu hỏi. Cả hai HS đều có câu trả lời và lý giải đúng: $AI \perp SC, AI \perp CD$ do đó $AI \perp (SCD) \Rightarrow AI \perp SD$.

$SC \perp AI$; $SC \perp AH$; $SC \perp AK$; $SC \perp IH$; $SC \perp (AIHK)$

Thầy giáo tiếp tục đưa ra câu hỏi: Gọi E là giao điểm của HK và BC. Hãy chỉ ra mối quan hệ giữa ba đường thẳng AS, AC, AE (Hình 4.9). HS tỏ ra rất hứng thú với những sự "mở rộng" liên tiếp mà GV đưa ra từ Bài tập 1 và họ hào hứng tham gia thảo luận trong nhóm. Thầy giáo gọi HS Hiếu Trung nhóm 1, HS Thu Quỳnh nhóm 3, cả 2 HS đều có câu trả lời đúng:

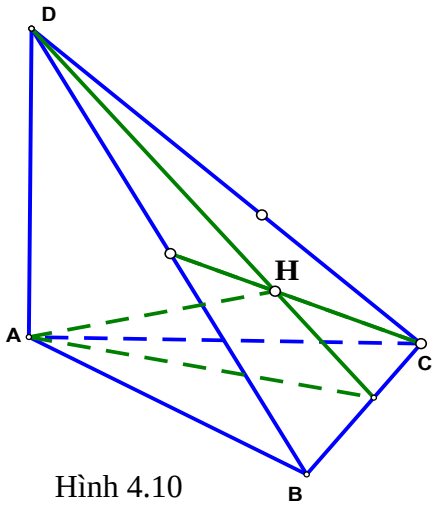


Hình 4.9

$AE \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$); $AE \perp SC$ (do $SC \perp (AHK)$).

Suy ra $AE \perp (SAC)$. Vậy AS, AC, AE đôi một vuông góc. Thầy khen ngợi sự tích cực và cố gắng của các nhóm.

HĐ 3: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua việc hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức và các phương pháp chứng minh vuông góc giải bài tập 2A, 2B:



Hình 4.10

Thầy giáo đưa ra câu hỏi: Trong hình vẽ trên biết AS, AC, AE đôi một vuông góc. Chỉ ra quan hệ giữa A và H. Trong tam giác SEC điểm H có tính chất gì?

HS Hồng Nhung cho nhận xét: H là hình chiếu vuông góc của A trên (ABC) đồng thời H là trực tâm tam giác ABC. Thầy giáo tiếp tục đưa ra 2 bài toán:

Bài tập 2A: Cho tứ diện ABCD có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc, H là hình chiếu của điểm A trên mp(BCD). Chứng minh rằng H là trực tâm tam giác BCD

Bài tập 2B: Cho tứ diện ABCD có ba cặp cạnh đối đôi một vuông góc. Chứng minh rằng hình chiếu của một đỉnh trên mặt đối diện trùng với trực tâm của mặt đó (Hình 4.10)

Thầy giáo chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: giao cho các HS ngồi ở vị trí số 2, 4 làm BT 2A, Các HS ngồi ở vị trí số 1 và số 3 giải BT 2B.

Sau khi dành thời gian cho HS suy nghĩ thầy giáo gọi HS Thu Hồng ở vị trí số 2 giải BT 2A và HS Minh Tuấn ở vị trí số 3 giải BT 2B. Cả 2 HS đều cho lời giải đúng:

$$\left.\begin{array}{l} DA \perp AB \\ DA \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow DA \perp (ABC) \Rightarrow DA \perp BC .$$

Mặt khác AH$\perp$ BC (vì AH$\perp$ (BCD)) Suy ra : BC$\perp$ (DAH) suy ra BC$\perp$ DH. Tương tự chứng minh được: BD$\perp$ CH. Vậy H là trực tâm tam giác BCD.

Qua xem bài làm của HS chúng tôi thấy 42/45 HS trong lớp có lời giải đúng, chỉ có 3 HS còn nhầm lẫn trong lời giải.

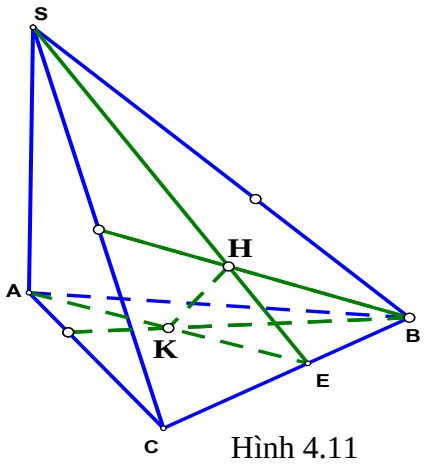
Thầy giáo đưa ra câu hỏi: Có nhận xét gì về mối liên hệ giữa BT 2A với mở rộng thứ hai của BT 1; mối liên hệ giữa BT 2A với BT 2B. Sau khi dành thời gian cho HS thảo luận, thầy giáo gọi HS Thu Quỳnh trả lời: Các quan hệ vuông góc trong BT 2A và mở rộng thứ hai của BT 1 là giống nhau; BT 2A là trường hợp đặc biệt của BT 2B.

HS Thu Hằng đặt câu hỏi: "Những tứ diện nào có tính chất hình chiếu của đỉnh trên mặt đối diện trùng với trực tâm của mặt đối diện". GV yêu cầu 6 nhóm cùng thảo luận trả lời câu hỏi này. Đây thực sự là một vấn đề hấp dẫn với HS. Các nhóm đã thảo luận tranh luận rất sôi nổi và cùng đưa ra kết luận như sau: tứ diện ABCD có tính chất hình chiếu của đỉnh trên mặt đối diện trùng với trực tâm của mặt đó khi và chỉ khi ABCD là tứ diện có 3 cặp cạnh đối đôi một vuông góc"

HĐ 4: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua việc hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức và các phương pháp chứng minh vuông góc giải bài tập 3:

Thầy giáo yêu cầu tất cả HS giải BT 3: Cho hình chóp S.ABC có SA$\perp$ mp(ABC), tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Chứng minh rằng: $HK \perp (SBC)$.

(Hình 4.11). Nhiều HS tỏ ra lúng túng khi vẽ các trực tâm H, K. Thầy giáo đưa ra câu hỏi: "Em có nhận xét gì về mối quan hệ giữa AK, SH, BC?" Rất nhiều HS giơ tay. Thầy giáo gọi một HS không giơ tay là em Thu Trang, HS này dự đoán AK, SH, BC đồng quy nhưng chưa giải thích rõ được lí do. Thầy giáo tiếp tục gọi HS Ngọc Mai cho ý kiến, HS trả lời: "Trong (SBC): SH cắt BC tại E, SE ⊥ BC do SA ⊥ (ABC) nên AE là hình chiếu của SE trên (ABC), theo định lí ba đường vuông góc suy ra AE ⊥ BC. Vì H, K là trực tâm các tam giác SBC, ABC nên H thuộc SE, K thuộc AE. Vậy AH, SK, BC đồng quy". Thầy giáo tiếp tục đưa ra câu hỏi :"Để chứng minh $HK \perp (SBC)$ cần chứng minh điều gì" Thầy gọi một HS là em Thu Hằng cho ý kiến, HS này trả lời: "Dễ thấy $BC \perp HK$, để chứng minh $HK \perp (SBC)$ cần chứng minh tiếp $SC \perp HK$ ". Thầy chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và yêu cầu 6 nhóm thảo luận và cùng giải bài toán. Qua xem bài làm của HS chúng tôi thấy tất cả các em đều làm tốt bài này với lời giải như sau: "Do K là trực tâm tam giác ABC nên BK ⊥ AC mà AC là hình chiếu của SC trên (ABC) nên BK⊥ SC. Mặt khác H là trực tâm tam giác SBC nên BH⊥ SC. Vậy SC ⊥ (BHK) suy ra KH ⊥ SC. Mặt khác KH ⊥ BC (do BC ⊥ (SAE)). Vậy KH⊥ (SBC)"



Hình 4.11

Thầy giáo đưa ra câu hỏi: "Có nhận xét gì về mối liên hệ giữa BT 3 với BT 2A. Có 38/45 HS đã trả lời được câu hỏi. HS Hải Nam có sức học trung bình đã trả lời: Khi tam giác ABC vuông ở A thì trực tâm K trùng A nên BT 2A là trường hợp đặc biệt của BT 3"

Thầy giáo tiếp tục đưa ra câu hỏi :"Từ hình vẽ của BT 3 hãy tìm ra và giải một số bài toán chứng minh vuông góc mới". Thầy giáo cho 6 nhóm cùng thảo luận. HS đã đưa ra thêm được 2 bài toán :

BT 3A: Cho hình chóp S.ABC có SA⊥ mp(ABC), tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi K là trực tâm các tam giác ABC. Chứng minh rằng H là trực tâm tam giác SBC khi và H là hình chiếu của K trên (SBC).

BT 3B: Cho hình chóp S.ABC có SA⊥ mp(ABC), tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi H là trực tâm các tam giác SBC. Đường thẳng qua H và vuông góc với (SBC) cắt (SBC) ở K. Chứng minh rằng K là trực tâm tam giác ABC.

Một số HS thắc mắc: "Trong hình chóp S.ABC gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Nếu biết HK ⊥ mp(SBC) thì có suy ra được SA⊥ mp(ABC) không?" GV yêu cầu các nhóm thảo luận câu hỏi này. Các nhóm đã thống nhất đưa ra thêm BT 3C: "Cho hình chóp S.ABC có các tam giác ABC, SBC không vuông. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Biết HK ⊥ mp(SBC) chứng minh rằng: SA⊥ mp(ABC)". GV đưa ra bài toán:

Cho hình chóp S.ABC có các tam giác ABC, SBC không vuông. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Biết HK ⊥ mp(SBC) chứng minh rằng: SA⊥ mp(ABC) (Hình 4.12).

a) Chứng minh BC⊥ (SAK).

b) Chứng minh BK⊥ (SAC).

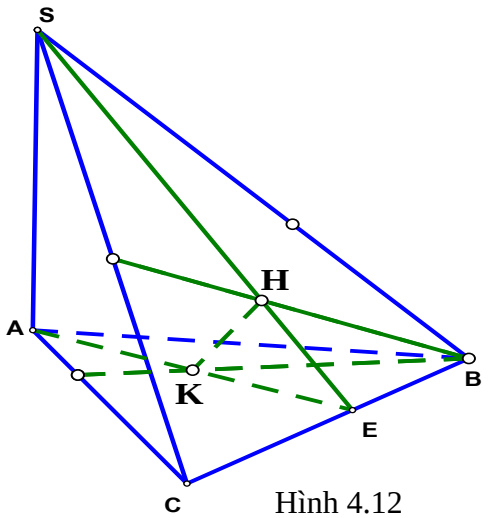
c) Chứng minh rằng: SA⊥ mp(ABC).

a1) Chứng minh AK đi qua giao điểm của SH và BC.

a2) Chứng minh BC⊥ (SAK).

b1) Chứng minh SC⊥ (BHK).

b2) Chứng minh BK⊥ (SAC).



Hình 4.12

GV hướng dẫn HS làm bài toán ở nhà: Đầu tiên hãy cố gắng chứng minh SA⊥ mp(ABC). Nếu thấy khó khăn không thể vượt qua, HS sẽ chuyển sang làm câu a, b, c. Nếu tiếp tục gặp khó khăn khi làm câu a), HS chuyển sang làm câu a1), a2), a3). HS làm tiếp câu b). Nếu HS không tìm ra cách giải câu b), hãy chuyển sang làm câu b1), b2). Cứ như vậy cho đến khi hoàn tất bài toán.

Chúng tôi xem vở bài tập của HS và nhận thấy 39/45 HS đã có lời giải đúng như sau: Gọi SE là đ□ờng cao của tam giác SBC, do HK⊥ (SBC) nên BC⊥ (HKE) suy ra BC⊥ KE. Mặt khác K là trực tâm tam giác ABC nên AK⊥ BC. Vậy A, K, E thẳng hàng, suy ra BC⊥ SA (1)

Do H là trực tâm ΔSBC nên BH⊥ SC mà HK⊥ SC (do HK⊥ (SBC)) nên SC⊥ (BHK), suy ra SC⊥ BK. Mặt khác K là trực tâm tam giác ABC nên BK⊥ AC.

Vậy BK⊥ (SAC), suy ra BK⊥ SA (2). Kết hợp (1) và (2) suy ra SA⊥ (ABC).

HĐ 5: Trước khi kết thúc giờ học, Thầy giáo yêu cầu cả lớp tổng kết và ghi lại các phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc và chứng minh đường thẳng vuông góc đã được học. Mỗi HS nhìn lại bảng nhiệm vụ được giao ở đầu giờ đánh dấu

xem đã hoàn thành được những nhiệm vụ gì, còn nhiệm vụ nào chưa hoàn thành và tự lập kế hoạch thực hiện những phần chưa hoàn thành.

Thầy giáo giao cho các HS ở vị trí số 2 làm các bài tập 2, 3, 4 SGK trang 104, 105 cùng 3 bài tập bổ sung; các HS ngồi ở vị trí số 1, 3 làm các bài tập 3, 5, 6, 7 SGK trang 105 cùng 3 bài tập bổ sung.

5.PHỤ LỤC 5: KẾT QUẢ BÀI LÀM CỦA HỌC SINH TRONG CÁC THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

Kết quả bài làm của HS trong thực nghiệm lần thứ nhất ở Thực nghiệm 1 đối với 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà:

Chúng tôi đã cho 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà – Đông Anh – Hà Nội làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi I, K là trung điểm AD, SB và M là một điểm nằm bên trong tam giác SCD.

a) Tìm giao tuyến của (SBI) và (SAC).
b) Tìm giao tuyến của (SKM) và (SAC).
c) Tìm giao điểm G của DK và (SAC) và tính tỉ số GK/GD.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC.

a) Tìm giao điểm N của SD và (ABM).
b) Chứng minh rằng $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.
c) Hãy tổng quát hóa bài toán.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. M là trung điểm SB, G là trọng tâm tam giác SAD.

a) Tìm giao điểm E của MG và (ABCD).
b) Chứng minh C, D, E thẳng hàng.

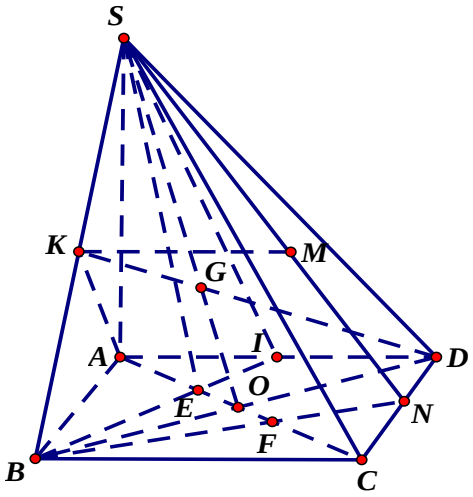
Câu 4: Cho tứ diện ABCD. M, N, P, Q, R, S là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC; A’, B’, C’, D’ là trong tâm các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Chứng minh: Bảy đường đường MN, PQ, RS, AA’, BB’, CC’, DD’ đồng quy tại một điểm G sao cho G là trung điểm của MN, PQ, RS và $\frac{A'G}{A'A} = \frac{B'G}{B'B} = \frac{C'G}{C'C} = \frac{D'G}{D'D} = \frac{1}{4}$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. H, K lần lượt chạy trên các đoạn thẳng SB, SD sao cho HK//BD.

a) Tìm giao điểm I của SC và mp(AHK).
b) Chứng minh rằng $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SI}$ không đổi.

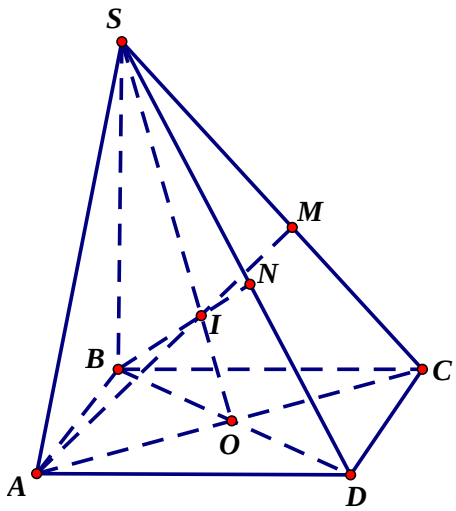
Kết quả bài làm của HS như sau: (Hình 4.13)

Tất cả 45 HS đều làm đúng câu 1a): Trong (ABCD) gọi E là giao điểm của AC và BI, suy ra SE là giao tuyến của (SBI) với (SAC).



Hình 4.13

Câu 1b) giả thiết bài toán chỉ có sự thay đổi nhỏ: KM và AC không cắt nhau mà chéo nhau nhưng đã có 12 HS giải sai. Có 33/45 cho lời giải đúng như sau: Trong (SCD) gọi N là giao điểm của SM và CD, khi đó (SKM) ≡ (SBN). Trong (ABCD) gọi F là giao điểm của BN và AC, suy ra SF là giao tuyến của (SKM) với (SAC). Ở câu 1c) có 38/45 HS xác định được giao điểm của DK và (SAC): Trong (ABCD) gọi O là giao điểm của BD và AC, trong (SBD) gọi G là giao điểm của DK và SO thì G là giao điểm của DK và (SAC). Nhưng chỉ có 30/45 HS nhìn ra G là trọng tâm tam giác SBD và suy ra được $\frac{GK}{GD} = \frac{1}{2}$.



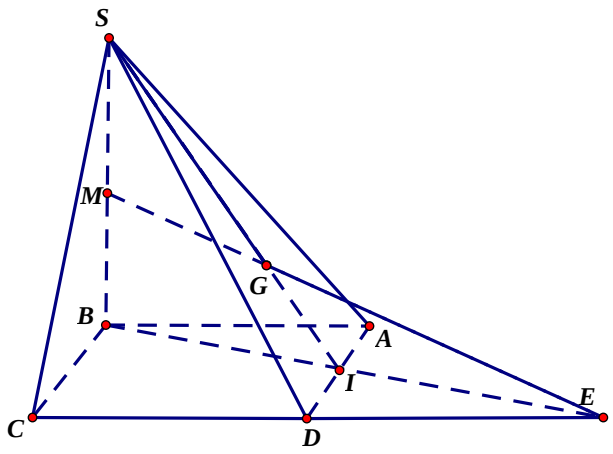
Hình 4.14

Câu 2a) (Hình 4.14) là bài toán cơ bản yêu cầu tìm giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng nhưng đòi hỏi HS phải kết hợp các hoạt động phân tích tổng hợp, chỉ có 26/45 HS làm đúng câu này: Trong (ABCD) gọi O là giao điểm của AC, BD. Trong (SAC) gọi I là giao điểm AM và SO, trong (SBD) gọi N là giao điểm của SD và BI suy ra N là giao điểm của SD và (ABM). Câu 2b) khá đơn giản chỉ cần HS nhìn ra SO một mặt là trung tuyến của tam giác SAC mặt khác cũng là trung tuyến tam giác SBD từ đó suy ra G là trọng tâm tam giác SBD và $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$. Tuy nhiên chỉ có 18/45 HS làm được câu này. Chỉ có 6/45 đưa ra được bài toán tổng quát, trong đó : 3/45 HS đưa ra bài toán "Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình thang có AB//CD. Gọi M là trung điểm SC. Tìm giao điểm N của SD và (ABM). Chứng minh rằng $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$". Có 2/45 HS đưa ra bài toán "Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi M là điểm nằm giữa S và C. Tìm giao điểm N của SD và (ABM). Chứng minh rằng

$\frac{SN}{SD} = \frac{SM}{SC}$" Chỉ có 1/45 HS đưa ra được bài toán tổng quát như sau: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình thang có AB//CD. Gọi M là điểm nằm giữa S và C. Tìm giao điểm N của SD và (ABM). Chứng minh rằng $\frac{SN}{SD} = \frac{SM}{SC}$

Câu 3a) (Hình 4.15) tương tự một bài tập đã học trên lớp, tất cả 45 HS đều giải đúng: Gọi I là trung điểm DA, trong (SBI) gọi E là giao điểm của MG và BI thì E là giao điểm của MG và (ABCD). Đa số HS đều giải câu 3b) theo hướng chứng minh C, D, E nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng giống như bài tập đã làm trong giờ học và bị bế tắc. Chỉ có 4/35 HS có lời giải đúng như sau:

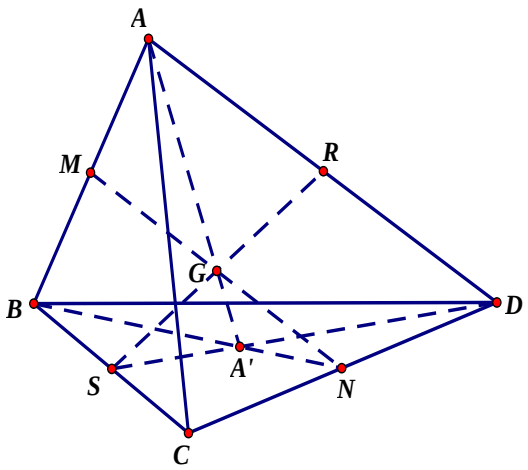
Gọi N là trung điểm BI suy ra: $MN = \frac{1}{2}SI = \frac{3}{2}GI \Rightarrow NE = \frac{3}{2}IE$. Suy ra I là trung điểm BE. Mặt khác I là trung điểm AD nên ABDE là hình bình hành. CD và DE cùng song song với AB nên C, D, E thẳng hàng.



Hình 4.15

Câu 4 (Hình 4.16) chính là sự phát triển từ một bài toán đã được học trên lớp. Có 20/45 HS có lời giải, tuy nhiên chỉ có 5/45 HS có lời giải đúng như sau: MP//NQ, MP = NQ suy ra MN và PQ cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Tương tự có MR//NS, MR= NS ra MN và RS cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Suy ra MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm G của mỗi đường.

Dễ thấy A, G, A' nằm trên giao tuyến của (ABN) và (ADS) nên A, G, A' thẳng hàng. Gọi I là trung điểm AA', ta có $A'G = \frac{1}{2}MI = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}A'A = \frac{1}{4}AA'$.



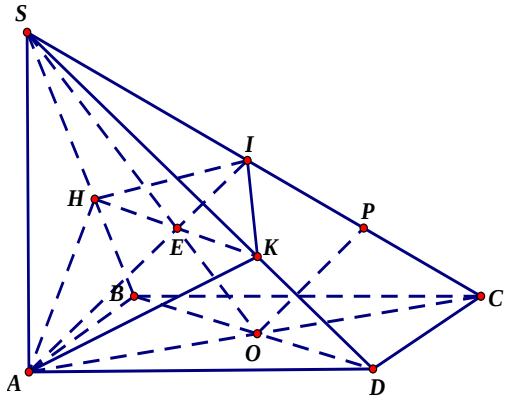
Hình 4.16

Tương tự có : $\frac{B'G}{B'B} = \frac{C'G}{C'C} = \frac{D'G}{D'D} = \frac{1}{4}$.

Có 35/45 HS làm đúng câu 5a) : Trong (ABCD) gọi O là giao điểm của AC và BD, trong (SBD) gọi E là giao điểm của SO và HK. Trong (SAC) gọi I là giao điểm của AE và SC thì I là giao điểm của SC và mp(AHK) (Hình 4.17). Câu 5b) đòi hỏi HS phải biết chuyển đổi 3 tỉ số của các đoạn thẳng nằm trên 3 đường thẳng không đồng phẳng về đổi 3 tỉ số của các đoạn thẳng nằm trên cùng một đường thẳng. Chỉ có 2/45 HS nhìn ra điều này và cho lời giải đúng như sau: Gọi P là trung điểm IC. Ta có

$$\frac{SB}{SH}+\frac{SD}{SK}-\frac{SC}{SI}=2\frac{SP}{SI}-\frac{SC}{SI}$$

$$=\frac{2(SI+IP)-(SI+IC)}{SI}=\frac{SI+2IP-IC}{SI}=1 .$$



Hình 4.17

Kết quả bài làm của HS trong thực nghiệm lần thứ hai ở Thực nghiệm 1 đối với 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà:

Chúng tôi đã cho 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà – Đông Anh – Hà Nội làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm tam giác ABD. M thuộc cạnh BC sao cho BM = 2MC. Chứng minh rằng MG // (ACD).

Câu 2: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P, I lần lượt là trung điểm của AD, C'D', AB, BD.

a) Chứng minh MN // (BC'D) bằng nhiều cách khác nhau.

b) Hãy tổng quát hóa bài toán khi M, N thay đổi trên các cạnh AD, C'D'.

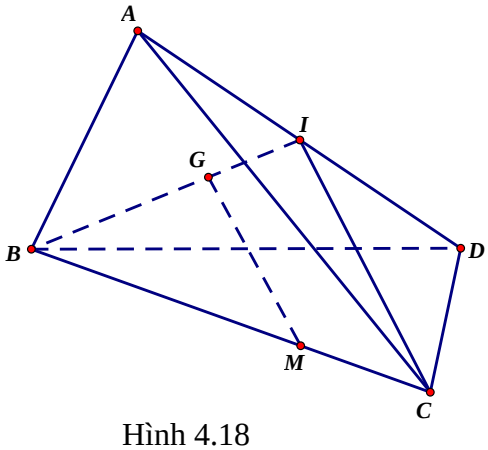
Câu 3: Cho tứ diện ABCD có $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$. Chứng minh rằng tổng các góc phẳng ở mỗi đỉnh của nó bằng 180^0.

Câu 4: Cho tứ diện ABCD có AB = CD = a. Điểm M di động trên cạnh AC. Qua M dựng mp(P) song song với AB, CD. Mặt phẳng (P) cắt BC, BD, AD lần lượt tại N, P, Q. Xác định vị trí điểm M để diện tích của tứ giác MNPQ lớn nhất.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm M nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M lần lượt song song với các đường thẳng SA, SB, SC, cắt các mặt phẳng (SBC), (SCA), (SAB) tại A_1, B_1, C_1. Chứng minh $\frac{MA_1}{SA}+\frac{MB_1}{SB}+\frac{MC_1}{SC}=1$.

Kết quả bài làm của HS như sau:

Ở Câu 1, (Hình 4.18) không chỉ các HS khá, giỏi mà tất cả các HS có sức học trung bình và dưới trung bình đều có hướng giải đúng. HS đều nhận ra phải kẻ trung tuyến BI của tam giác ABD (chứ không quan tâm tới các trung tuyến kẻ từ A và D) để phù hợp với giả thiết BM = 2MC. Chỉ ra được $\frac{BG}{GI} = \frac{BM}{MC} = 2 \Rightarrow GM // IC$. Lại do IC nằm trên (ACD) nên suy ra MG//(ACD).



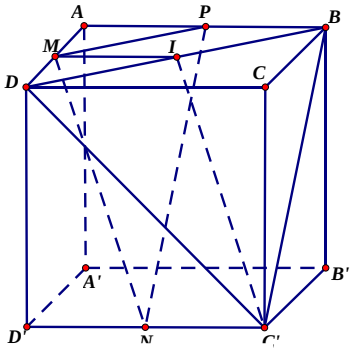
Hình 4.18

Ở câu 2a, tất cả các HS trung bình và dưới trung bình và 4 HS khá đưa ra được 2 cách giải:

Cách 1: Gọi I là trung điểm BD. Thấy MI//NC' và MI = NC' suy ra MIC'N là hình bình hành. Ta có MN // C'I mà C'I nằm trên BDC' nên suy ra MN // (BDC').

Cách 2: Gọi P là trung điểm AB. MP là đường trung bình của tam giác BDA nên MP // BD suy ra MP // (BDC') (1)

BP // C'N, BP = C'N nên BPNC' là hình bình hành suy ra PN // BC' suy ra PN // (BDC') (2). Từ (1), (2) suy ra (MNP) // (BDC'). Do MN nằm trên (MNP) nên suy ra MN // (BDC').



Hình 4.19

Tất cả các HS giỏi và 9 HS khá đưa ra thêm cách giải thứ 3: Ta có $\frac{AM}{MD} = \frac{D'N}{NC'}$, theo định lý Thales đảo trong không gian suy ra AD', MN, DC' cùng song song với một mặt phẳng. Mặt phẳng (BDC') qua DC', (BDC') // AD' (do AD'C'B là hình bình hành) suy ra MN // (BDC').

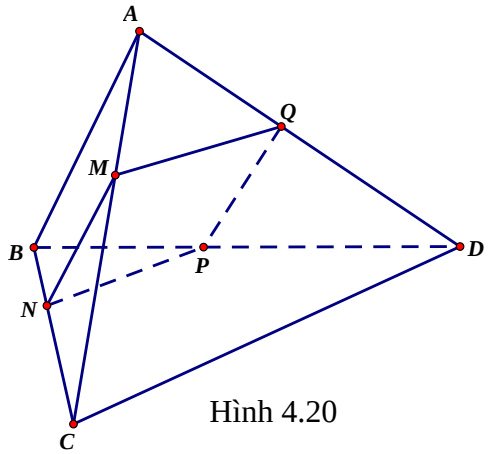
Ở câu 2b, các HS trung bình và dưới trung bình và 2/13 HS khá đưa ra lời giải sai: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{C'N}{ND'}$. Chứng minh rằng MN // (BDC').

13/25 HS khá, giỏi đã tổng quát hóa được bài toán như sau: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho AM = D'N. Chứng minh rằng MN // (BDC').

10/25 HS khá, giỏi đã tổng quát hóa được bài toán như sau: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{D'N}{NC'}$. Chứng minh rằng MN // (BDC').

Ở câu 3, các HS khá giỏi và 9/16 HS trung bình đã biết sử dụng giả thiết $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$ suy ra $\Delta ABC = \Delta BAD = \Delta CDA = \Delta DCB$. Từ đó quy 3 góc phẳng ở đỉnh về 3 góc trong môt tam giác. Chẳng hạn, xét các góc phẳng ở đỉnh A ta có: $BAC + CAD + BAD = CDB + DBC + DCB = 180^0$. Một số HS trung bình mới chỉ dừng ở việc sử dụng giả thiết $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$ suy ra $\Delta ABC = \Delta BAD = \Delta CDA = \Delta DCB$.

Ở câu 4, (Hình 4.20) các HS giỏi và 11/13 HS khá đã đưa ra lời giải đúng như sau: MN//PQ//AB; MQ//NP//CD suy ra MNPQ là hình bình hành.



Hình 4.20

Đặt $\frac{AM}{AC} = k$ (0 < k < 1)

$\frac{MQ}{CD} = \frac{AM}{AC} = k \Rightarrow MQ = k.a$; $\frac{MN}{AB} = \frac{CM}{AC} = 1 - k$

$\Rightarrow MN = (1-k).a$

$S_{ABCD} = MN.MQ.\sin NMQ$ Vì MN//PQ//AB; MQ//NP//CD nên NMQ không đổi. Do đó diện tích của tứ giác MNPQ lớn nhất khi MN. MQ = k(1-k).a^2 lớn nhất. Từ BĐT TBC – TBN suy ra $k = \frac{1}{2}$ khi đó M là trung điểm của AC. Các HS khác đã dựng được thiết diện MNPQ, chỉ ra thiết diện là hình bình hành nhưng chỉ dừng ở việc tính diện tích MNPQ theo a mà chưa chỉ ra được vị trí M.

Ở câu 5, tất cả các HS giỏi và 9/13 HS khá đã đưa ra lời giải đúng như sau: Gọi N, K, E là trung điểm BC, CA, AB. Các đường thẳng qua M song song với SA, SB, SC cắt SN, SK, SE lần lượt tại A_1, B_1, C_1. A_1, B_1, C_1 chính là giao điểm của đường thẳng qua M song song với SA, SB, SC với các mặt SBC, SAC, SAB (Hình 4.21)

Do $MA_1 // SA$ suy ra $\frac{MA_1}{SA} = \frac{NM}{NA}$ mà

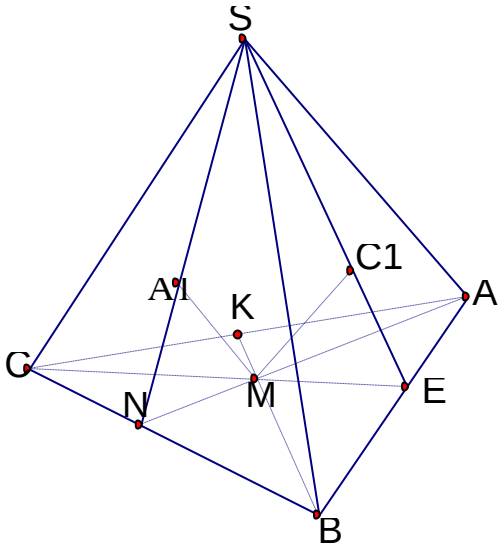
$\frac{NM}{NA} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$. Suy ra $\frac{MA_1}{SA} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$. Tương tự

$\frac{MB_1}{SB} = \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}$; $\frac{MC_1}{SA} = \frac{S_{MBA}}{S_{ABC}}$. Từ đó học

sinh đi đến kết luận :

$$\frac{MA_1}{SA} + \frac{MB_1}{SB} + \frac{MC_1}{SC} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MBA}}{S_{ABC}}$$

$$\Rightarrow \frac{MA_1}{SA} + \frac{MB_1}{SB} + \frac{MC_1}{SC} = 1$$



Hình 4.21

Các HS còn lại mới chỉ dừng ở việc dựng được các điểm A_1, B_1, C_1

Kết quả bài làm của HS trong thực nghiệm lần thứ ba ở Thực nghiệm 1 đối với 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà:

Chúng tôi đã cho 45 HS lớp 11 A1 trường THPT Liên Hà – Đông Anh – Hà Nội làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy, góc giữa mp(SAB) và mp(SBC) bằng 90^0. Chứng minh rằng $BC \perp$ (SAB).

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chứng minh rằng đường thẳng $AC_1 \perp (BDA_1)$. Hãy giải bài toán bằng nhiều cách.

Câu 3: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh, SA vuông góc với đáy. M là một điểm nằm trên đoạn thẳng AC (M không trùng với A, C). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(P) đi qua M và vuông góc với AC.

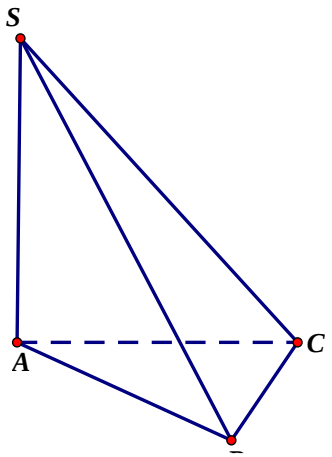
Câu 4: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tâm O, SA = 2a vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, E là trung điểm BC.

a) Tính khoảng cách từ O đến mp (SBC).
b) Tính khoảng cách từ G đến mp(SCD).
c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SE.

Câu 5: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA = a vuông góc với đáy. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua SD. Xác định vị trí của mp(P) để:

a) Góc giữa (P) và (ABCD) là lớn nhất.

b) Góc giữa (P) và (ABCD) là nhỏ nhất.



Hình 4.22

Sau đây là kết quả bài làm của HS:

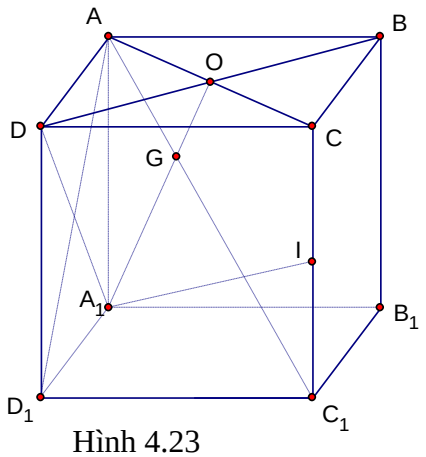
Ở Câu 1, HS không đi theo lối mòn là chứng minh BC$\perp$ (SAB) bằng cách chứng minh BC vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong (SAB). Tất cả HS đều biết sắp xếp lại các giả thiết đã cho để chỉ ra rằng hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) cùng vuông góc với (SAB), do đó giao tuyến BC của (ABC) và (SBC) sẽ vuông góc với (SAB).

Ở câu 2, có 10/45 HS đưa ra 2 cách giải, 20/34 HS đưa ra 3 cách giải, 12/45 HS đưa ra 4 cách giải, 2/45 HS đưa ra 5 cách giải, và đặc biệt có 1/45 HS đưa ra 6 cách giải như sau (Hình 4.23):

Cách 1: Do $BD \perp AC$, $BD \perp AA_1$ suy ra $BD \perp (ACC_1A_1)$. Từ đó $BD \perp AC_1$ (1)

Ta có: $BA_1 \perp AB_1$, $BA_1 \perp AD$ suy ra $BA_1 \perp (ADC_1B_1)$ Từ đó $BA_1 \perp AC_1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $AC_1 \perp (BDA_1)$.



Hình 4.23

Cách 2: Theo định lý 3 đường vuông góc BD$\perp$ AC nên BD$\perp$ AC_1 (1). Tương tự $A_1D \perp AD_1$ nên $AD_1 \perp AC_1$ (2). Từ (1) và (2) ta có $AC_1 \perp (BDA_1)$.

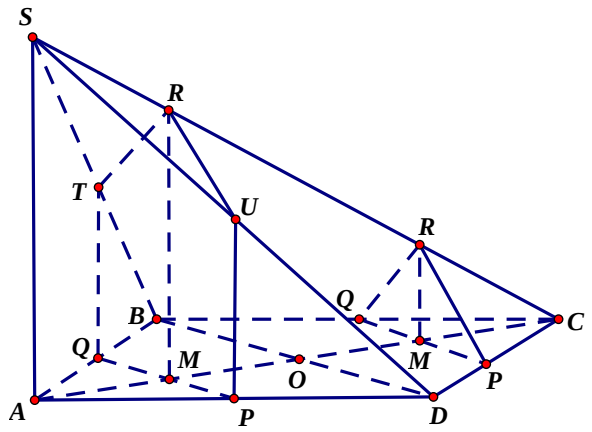
Cách 3: Có AB =AD = AA_1, $C_1B = C_1D = C_1A_1$ nên AC_1 là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác BDA_1, suy ra $AC_1 \perp (BDA_1)$.

Cách 4: Mặt phẳng (ACC_1A_1) vuông góc với mặt phẳng (BDA_1) vì (BDA_1) chứa đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (ACC_1A_1). Tương tự mặt phẳng (ADC_1B_1) vuông góc với mặt phẳng (BDA_1) vì (BDA_1) chứa đường thẳng $BA_1 \perp (ADC_1B_1)$.Mặt khác $(ADC_1B_1) \cap (ACC_1A_1) = AC_1$ suy ra $AC_1 \perp (BDA_1)$.

Cách 5: Mặt phẳng (ACC_1A_1) vuông góc với mặt phẳng (BDA_1) vì (BDA_1) chứa đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (ACC_1A_1). Tính 3 cạnh C_1A_1, GA_1,

C_1G theo a . Ta thấy $C_1A_1^2 = GA_1^2 + C_1G^2$ suy ra $AC_1 \perp OA_1$. Do đó $AC_1 \perp (BDA_1)$

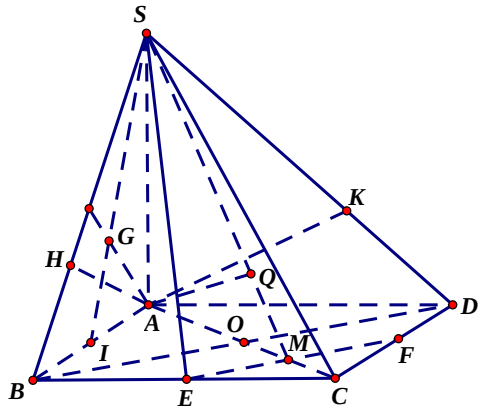
Cách 6: Gọi I là trung điểm cạnh CC_1; khi đó OI là đường trung bình của tam giác CAC_1 nên OI song song với đường thẳng AC_1. Do tam giác IBD là tam giác cân nên $OI \perp DB$ (1). Có $A_1I^2 = A_1O^2 + OI^2$ hay tam giác OA_1I vuông tại O hay $OI \perp OA_1$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $OI \perp (BDA_1)$. Mặt khác $OI // AC_1$ suy ra $AC_1 \perp (BDA_1)$.



Hình 4.24

Ở câu 3, (Hình 4.24) tất cả HS đều chỉ ra được mp(P) đi qua M và vuông góc với AC suy ra (P) song song với các đường thẳng SA và BD từ đó suy ra cách dựng thiết diện. Có 9 HS ở trình độ trung bình và dưới trung bình dựng đúng thiết diện là tam giác PQR và chỉ vẽ hình trong trường hợp M nằm giữa O, C (O là tâm của hình vuông ABCD); 11/16 HS trung bình và 5/13 HS khá dựng được đúng thiết diện trong 2 trường hợp: thiết diện là tam giác PQR trong trường hợp M nằm giữa O, C và thiết diện là ngũ giác PQTRU trong trường hợp M nằm giữa O, A. Các HS giỏi và 8/13 HS khá đã đưa ra lời giải hoàn chỉnh xét bài toán trong 3 trường hợp: M nằm giữa O, C; M nằm giữa O, A và M trùng với O.

Ở câu 4, (Hình 4.25) tất cả HS đều làm đúng phần a): $d_{(O,(SBC))} = \frac{1}{2} d_{(A,(SBC))}$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB, thấy BC$\perp$ AH (vì BC$\perp$ (SAB)) nên AH $\perp$(SBC). Từ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2}$ suy ra $d_{(O,(SBC))} = \frac{1}{2} d_{(A,(SBC))} = \frac{1}{2} AH = \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

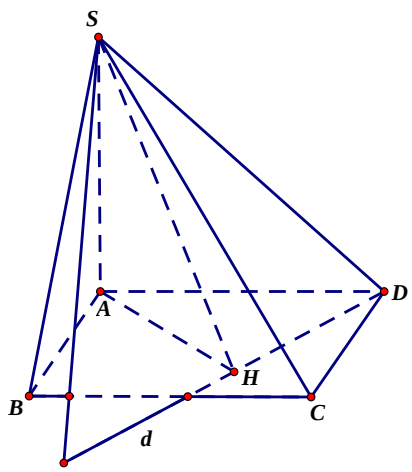


Hình 4.25

Ở phần b) các HS đều có hướng giải đúng: Gọi I là trung điểm AB, K là hình chiếu của A trên SD, dễ thấy AK $\perp$ (SDC), do đó:

$$d_{(G,(SCD))} = \frac{2}{3}d_{(I,(SCD))} = \frac{2}{3}d_{(A,(SCD))} = \frac{2}{3}AK = \frac{4a\sqrt{5}}{15}.$$

Tuy nhiên có 5/45 HS còn tính sai do nhầm lẫn trong tỉ số liên hệ giữa các khoảng cách. Phần c) là sự phát triển ở mức độ cao hơn của bài toán tìm khoảng cách giữa SC và BD đã được học. Có 31/45 HS có lời giải đúng: Gọi F là trung điểm của CD thì $d_{(BD,SE)} = d_{(BD,(SEF))} = d_{(O,(SEF))} = \frac{1}{3}d_{(A,(SEF))}$. Gọi M là giao điểm của EF và AC, Q là hình chiếu của A trên SM, dễ thấy AQ$\perp$ (SEF). Ta có $\frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{\frac{9a^2}{8}}$. Suy ra: $d_{(BD,SE)} = \frac{1}{3}d_{(A,(SEF))} = \frac{1}{3}AQ = \frac{2a}{\sqrt{41}}$. Có 9/45 HS chỉ ra được $d_{(BD,SE)} = d_{(BD,(SEF))} = d_{(O,(SEF))}$ nhưng còn sai sót trong việc tìm $d_{(O,(SEF))}$.



Hình 4.26

Ở câu 5, tất cả HS đều có lời giải đúng ở phần a): ((P), (ABCD)) lớn nhất bằng 90^0 khi (P) trùng với (SAD). Các HS trung bình và dưới trung bình chưa có lời giải đúng ở phần b). Có 21/25 HS khá, giỏi đã có lời giải đúng như sau: Gọi d là giao tuyến của (P) và (ABCD), H là hình chiếu của A trên d suy ra SH$\perp$ d, do đó

$((P),(ABCD)) = (AH,SH) = SHA$; $\tan SHA = \frac{SA}{AH} \le \frac{SA}{AD} = 1 = \tan 45^0$. Suy ra $((P),(ABCD))$ nhỏ nhất bằng 45^0 khi (P) trùng (SCD), có 10 HS đã dựng được góc $((P),(ABCD))$ nhưng chưa lập luận đúng để chỉ ra $((P),(ABCD))$ nhỏ nhất bằng 45^0 khi (P) trùng (SCD), có 5 HS đưa ra dự đoán $((P),(ABCD))$ nhỏ nhất bằng 45^0 khi (P) trùng (SCD) nhưng chưa có lập luận đúng (Hình 4.26).

Kết quả bài làm HS trong thực nghiệm lần thứ nhất ở Thực nghiệm 2 trên 04 HS trường THPT chuyên Nguyễn Huệ :

Chúng tôi đã cho 04 HS lớp 11 Địa, 11 Anh 2, 11 Tin trường THPT Chuyên Nguyễn Huệ – Hà Nội làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi I, K là trung điểm AD, SB và M là một điểm nằm bên trong tam giác SCD.

a) Tìm giao tuyến của (SBI) và (SAC).

b) Tìm giao tuyến của (SKM) và (SAC).

c) Tìm giao điểm G của DK và (SAC) và tính tỉ số GK/GD.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC.

a) Tìm giao điểm N của SD và (ABM).

b) Chứng minh rằng $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.

c) Hãy tổng quát hóa bài toán.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. M là trung điểm SB, G là trọng tâm tam giác SAD.

a) Tìm giao điểm E của MG và (ABCD)**.**

b) Chứng minh C, D, E thẳng hàng.

Câu 4: Cho tứ diện ABCD. M, N, P, Q, R, S là trung điểm của AB, CD, AC, BD, AD, BC; A', B', C', D' là trong tâm các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Chứng minh: Bảy đường đường MN, PQ, RS, AA', BB', CC', DD' đồng quy tại một điểm G sao cho G là trung điểm của MN, PQ, RS và $\frac{A'G}{A'A} = \frac{B'G}{B'B} = \frac{C'G}{C'C} = \frac{D'G}{D'D} = \frac{1}{4}$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình bình hành. H, K lần lượt chạy trên các đoạn thẳng SB, SD sao cho HK//BD.

a) Tìm giao điểm I của SC và mp(AHK).

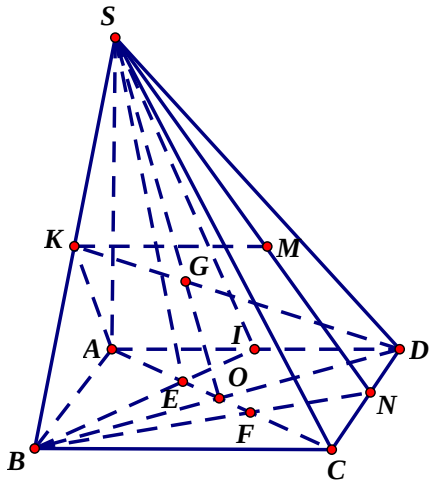
b) Chứng minh rằng $\frac{SB}{SH} + \frac{SD}{SK} - \frac{SC}{SI}$ không đổi.

Kết quả bài làm của HS như sau:

Tất cả 4 HS đều làm đúng câu 1a): (Hình 4.27)

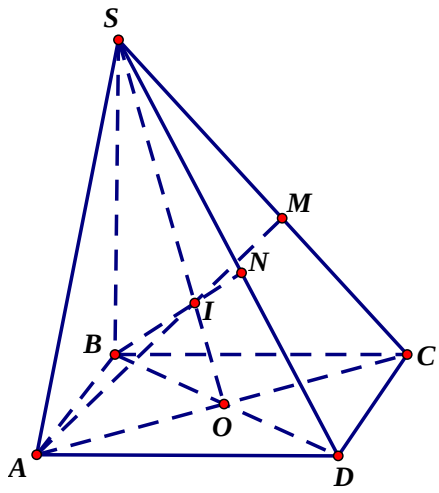
Trong (ABCD) gọi E là giao điểm của AC và BI, suy ra SE là giao tuyến của (SBI) với (SAC). Câu 1b) giả thiết bài toán chỉ có sự thay đổi nhỏ : KM và AC không cắt nhau mà chéo nhau nhưng HS 3, HS 4 đã giải sai. HS 1 và HS 2 cho lời giải đúng như sau:

Trong (SCD) gọi N là giao điểm của SM và CD,



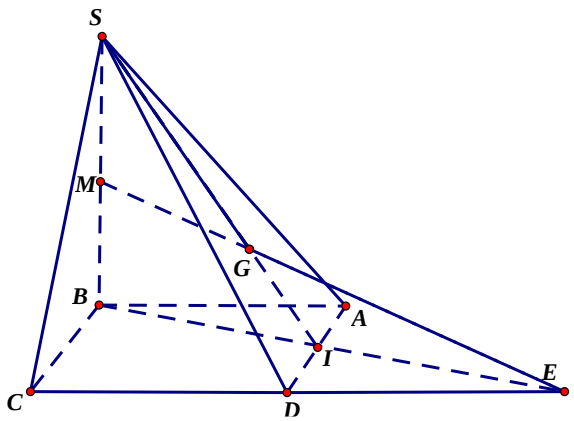
Hình 4.27

khi đó (SKM) ≡ (SBN). Trong (ABCD) gọi F là giao điểm của BN và AC, suy ra SF là giao tuyến của (SKM) với (SAC). Ở câu 1c) HS 3, HS 4 không làm được câu 1c). HS 2 xác định được giao điểm của DK và (SAC): Trong (ABCD) gọi O là giao điểm của BD và AC, trong (SBD) gọi G là giao điểm của DK và SO thì G là giao điểm của DK và (SAC). Nhưng chỉ có HS 1 nhìn ra G là trọng tâm tam giác SBD và suy ra được $\frac{GK}{GD} = \frac{1}{2}$.



Hình 4.28

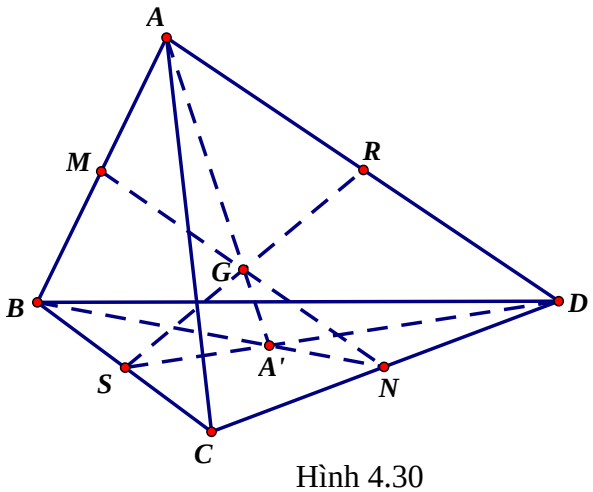
Câu 2a) (Hình 4.28) là bài toán cơ bản yêu cầu tìm giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng nhưng đòi hỏi HS phải kết hợp các hoạt động phân tích tổng hợp, chỉ có HS 1, HS 2 làm đúng câu này: Trong (ABCD) gọi O là giao điểm của AC, BD. Trong (SAC) gọi I là giao điểm AM và SO, trong (SBD) gọi N là giao điểm của SD và BI suy ra N là giao điểm của SD và (ABM). Câu 2b) khá đơn giản chỉ cần HS nhìn ra SO một mặt là trung tuyến của tam giác SAC mặt khác cũng là trung tuyến tam giác SBD từ đó suy ra G là trọng tâm tam giác SBD và $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$. Tuy nhiên chỉ có HS 1, HS 2 làm được câu này. Còn câu 2c) chỉ có HS 1 đưa ra bài toán tổng quát như sau: đưa ra bài toán "Cho hình chóp tứ giác S.ABCD đáy là hình thang có AB//CD. Gọi M là trung điểm SC. Tìm giao điểm N của SD và (ABM). Chứng minh rằng $\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$"



Hình 4.29

Câu 3a) (Hình 4.29) tất cả 4 HS đều giải đúng: Gọi I là trung điểm DA, trong (SBI) gọi E là giao điểm của MG và BI thì E là giao điểm của MG và (ABCD). HS 2, HS 3, HS 4 đều giải câu 3b) theo hướng chứng minh C, D, E nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng giống như bài tập đã làm trong giờ học và bị bế tắc. Chỉ có HS 1 chứng minh theo hướng chỉ ra CD và DE cùng song song với AB để suy ra C, D, E thẳng hàng nhưng còn nhầm lẫn trong lời giải.

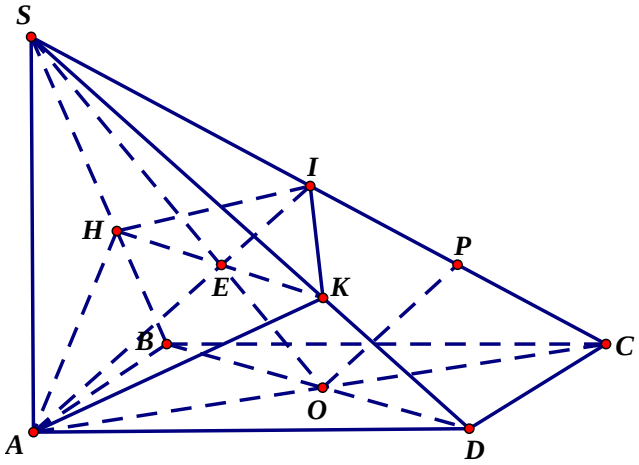
Ở câu 4 (Hình 4.30), HS 3, HS 4 không có lời giải; HS 1 và HS 2 đã cho lời giải, tuy nhiên chỉ có HS 1 có lời giải đúng như sau: MP//NQ, MP = NQ suy ra MN và PQ cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Tương tự có MR//NS, MR= NS suy ra MN và RS cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Suy ra MN, PQ, RS đồng quy tại trung điểm G của mỗi đường. Dễ thấy A, G, A' nằm trên giao tuyến của (ABN) và (ADS) nên A, G, A' thẳng hàng. Gọi I là trung điểm AA', ta có



Hình 4.30

$A'G = \frac{1}{2}MI = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}A'A = \frac{1}{4}AA'$. Tương tự có : $\frac{B'G}{B'B} = \frac{C'G}{C'C} = \frac{D'G}{D'D} = \frac{1}{4}$.

Có HS 1, HS 2, HS 3 làm đúng câu 5a) : Trong (ABCD) gọi O là giao điểm của AC và BD, trong (SBD) gọi E là giao điểm của SO và HK. Trong (SAC) gọi I là giao điểm của AE và SC thì I là giao điểm của SC và mp(AHK). Câu 5b) đòi hỏi HS phải biết chuyển đổi 3 tỉ số của các đoạn thẳng nằm trên 3 đường thẳng không đồng phẳng về 3 tỉ số của các đoạn thẳng nằm trên cùng một đường thẳng. Chỉ có HS 1 nhìn ra điều này nhưng còn nhầm lẫn trong tính toán các tỉ số (Hình 4.31)



Hình 4.31

Kết quả bài làm HS trong thực nghiệm lần thứ hai ở Thực nghiệm 2 trên 04 HS trường THPT chuyên Nguyễn Huệ

Chúng tôi đã cho 4 HS lớp 11 Địa, 11 Anh 2, 11 Tin trường THPT chuyên Nguyễn Huệ làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm tam giác ABD. M thuộc cạnh BC sao cho BM = 2MC. Chứng minh rằng MG // (ACD).

Câu 2: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N, P, I lần lượt là trung điểm của AD, C'D', AB, BD.

a)Chứng minh MN // (BC'D) bằng nhiều cách khác nhau.

b)Hãy tổng quát hóa bài toán khi M, N thay đổi trên các cạnh AD, C'D'.

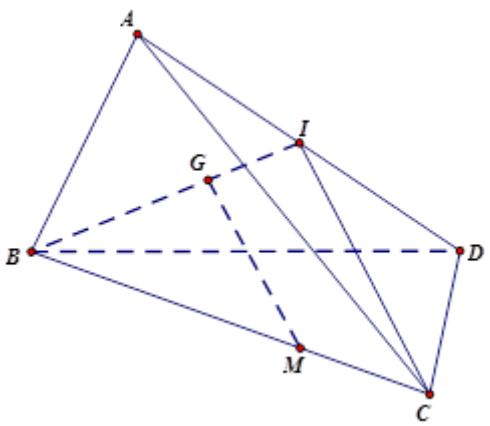
Câu 3: Cho tứ diện ABCD có $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$. Chứng minh rằng tổng các góc phẳng ở mỗi đỉnh của nó bằng 180^0.

Câu 4: Cho tứ diện ABCD có AB = CD = a. Điểm M di động trên cạnh AC. Qua M dựng mp(P) song song với AB, CD. Mặt phẳng (P) cắt BC, BD, AD lần lượt tại N, P, Q. Xác định vị trí điểm M để diện tích của tứ giác MNPQ lớn nhất.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ và điểm M nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M lần lượt song song với các đường thẳng SA, SB, SC, cắt các mặt phẳng (SBC), (SCA), (SAB) tại A_1, B_1, C_1. Chứng minh $\frac{MA_1}{SA} + \frac{MB_1}{SB} + \frac{MC_1}{SC} = 1$.

Kết quả bài làm của HS như sau:

Ở Câu 1, cả 4 HS đều có hướng giải đúng. HS đều nhận ra phải kẻ trung tuyến BI của tam giác ABD (chứ không quan tâm tới các trung tuyến kẻ từ A và D) để phù hợp với giả thiết BM = 2MC. Chỉ ra được $\frac{BG}{GI} = \frac{BM}{MC} = 2 \Rightarrow GM // IC$. Lại do IC nằm trên (ACD) nên suy ra IG//(ACD) (Hình 4.32).

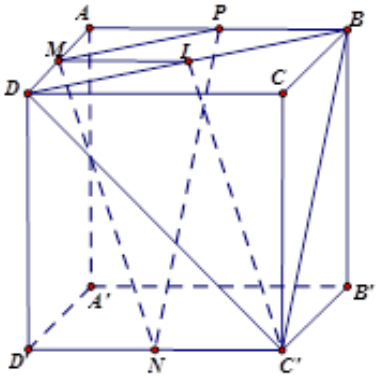


Hình 4.32

Ở câu 2a, HS3 và HS4 đưa ra được 2 cách giải:

Cách 1: Gọi I là trung điểm BD. Thấy MI//NC' và MI = NC' suy ra MIC'N là hình bình hành. Ta có MN // C'I mà C'I nằm trên BDC' nên suy ra MN // (BDC').

Cách 2: Gọi P là trung điểm AB. MP là đường trung bình của tam giác BDA nên MP // BD suy ra MP // (BDC') (1); BP // C'N, BP = C'N nên BPNC' là hình bình hành suy ra PN // BC' suy ra PN // (BDC') (2). Từ (1), (2) suy ra (MNP) // (BDC'). Do MN nằm trên (MNP) nên suy ra MN // (BDC') (Hình 4.33).



Hình 4.33

HS1 và HS2 đưa ra thêm cách giải thứ 3: Ta có $\frac{AM}{MD} = \frac{D'N}{NC'}$, theo định lý Thales đảo trong không gian suy ra AD', MN, DC' cùng song song với một mặt phẳng. Mặt phẳng (BDC') qua DC', (BDC') // AD' (do AD'C'B là hình bình hành) suy ra MN // (BDC').

Ở câu 2b, các HS3, HS4 đưa ra lời giải chưa chính xác: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{C'N}{ND'}$. Chứng minh rằng MN // (BDC').

HS2 tổng quát hóa được bài toán như sau: Cho lập phương ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho AM = D'N. Chứng minh rằng MN // (BDC').

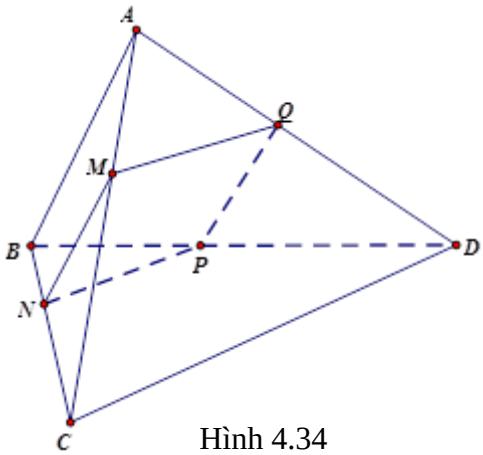
HS 1 đã tổng quát hóa được bài toán như sau: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N lần lượt là các điểm di động trên AD và C'D' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{D'N}{NC'}$. Chứng minh rằng MN // (BDC').

Ở câu 3, các HS1, HS2, HS3 đã biết sử dụng giả thiết $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$ suy ra $\Delta ABC = \Delta BAD = \Delta CDA = \Delta DCB$. Từ đó quy 3 góc phẳng ở đỉnh về 3 góc trong môt tam giác. Chẳng hạn, xét các góc phẳng ở đỉnh A ta có:

$BAC + CAD + BAD = CDB + DBC + DCB = 180^0$

HS4 chưa có lời giải đúng.

Ở câu 4, (Hình 4.34) HS1 và HS2 đã đưa ra lời giải đúng như sau: MN//PQ//AB; MQ//NP//CD suy ra MNPQ là hình bình hành.



Hình 4.34

Đặt $\frac{AM}{AC} = k$ (0 < k < 1)

$$\frac{MQ}{CD} = \frac{AM}{AC} = k \Rightarrow MQ = k.a; \quad \frac{MN}{AB} = \frac{CM}{AC} = 1 - k \Rightarrow MN = (1-k).a$$

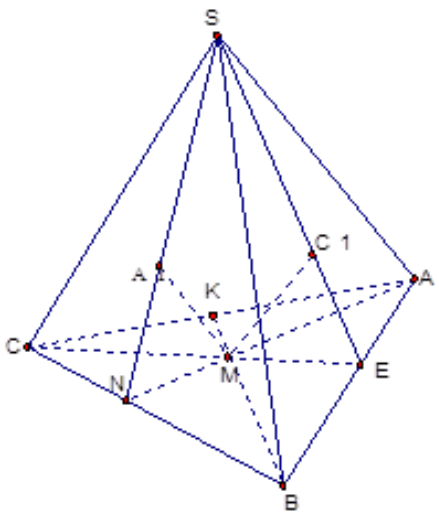
$S_{ABCD} = MN.MQ.\sin NMQ$. Vì MN//PQ//AB; MQ//NP//CD nên NMQ không đổi. Do đó diện tích của tứ giác MNPQ lớn nhất khi MN. MQ = k(1-k).a^2 lớn nhất. Từ BĐT TBC

– TBN suy ra $k = \frac{1}{2}$ khi đó M là trung điểm của AC. HS3 và HS4 đã dựng được thiết diện MNPQ, chỉ ra thiết diện là hình bình hành và dừng ở việc tính diện tích MNPQ theo a nhưng chưa chỉ ra được vị trí M.

Ở câu 5, HS1, HS2 đã đưa ra lời giải đúng như sau: Gọi N, K, E là trung điểm BC, CA, AB. Các đường thẳng qua M song song với SA, SB, SC cắt SN, SK, SE lần lượt tại A_1, B_1, C_1 . A_1, B_1, C_1 chính là giao điểm của đường thẳng qua M song song với SA, SB, SC với các mặt SBC, SAC, SAB. Do $MA_1 // SA$ suy ra $\frac{MA_1}{SA} = \frac{NM}{NA}$ mà $\frac{NM}{NA} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$.

Suy ra $\frac{MA_1}{SA} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}$. Tương tự $\frac{MB_1}{SB} = \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}$.

$\frac{MC_1}{SA} = \frac{S_{MBA}}{S_{ABC}}$. Từ đó học sinh đi đến kết luận :



Hình 4.35

$$\frac{MA_1}{SA} + \frac{MB_1}{SB} + \frac{MC_1}{SC} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MBA}}{S_{ABC}} \Rightarrow \frac{MA_1}{SA} + \frac{MB_1}{SB} + \frac{MC_1}{SC} = 1.$$

HS3 và HS4 mới chỉ dừng ở việc dựng được các điểm A_1, B_1, C_1 (Hình 4.35)

Kết quả thực nghiệm lần thứ ba trong Thực nghiệm 2 trên 04 HS trường THPT chuyên Nguyễn Huệ

Chúng tôi đã cho 4 HS lớp 11 Địa, 11 Anh 2, 11 Tin trường THPT Chuyên Nguyễn Huệ làm bài kiểm tra thực nghiệm trong thời gian 90 phút. Nội dung đề kiểm tra như sau:

Câu 1: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy, góc giữa mp(SAB) và mp(SBC) bằng 90^0. Chứng minh rằng BC$\perp$ (SAB).

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chứng minh rằng đường thẳng $AC_1 \perp (BDA_1)$. Hãy giải bài toán bằng nhiều cách.

Câu 3: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh, SA vuông góc với đáy. M là một điểm nằm trên đoạn thẳng AC (M không trùng với A, C). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(P) đi qua M và vuông góc với AC.

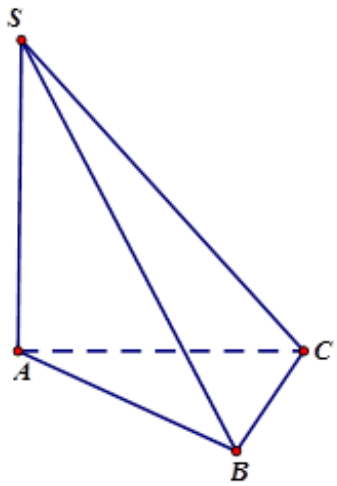
Câu 4: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, tâm O, SA = 2a vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, E là trung điểm BC.

a) Tính khoảng cách từ O đến mp (SBC).
b) Tính khoảng cách từ G đến mp(SCD).
c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SE.

Câu 5: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA = a vuông góc với đáy. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua SD. Xác định vị trí của mp(P) để:

c) Góc giữa (P) và (ABCD) là lớn nhất

Ở Câu 1, tất cả 4 HS đều biết sắp xếp lại các giả thiết đã cho để chỉ ra rằng hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) cùng vuông góc với (SAB), do đó giao tuyến BC của (ABC) và (SBC) sẽ vuông góc với (SAB). (Hình 4.36)



Hình 4.36

Ở câu 2, HS 3, HS 4 đưa ra 3 cách giải như sau:

Cách 1: Do $BD \perp AC$, $BD \perp AA_1$ suy ra $BD \perp (ACC_1A_1)$. Từ đó $BD \perp AC_1$ (1)

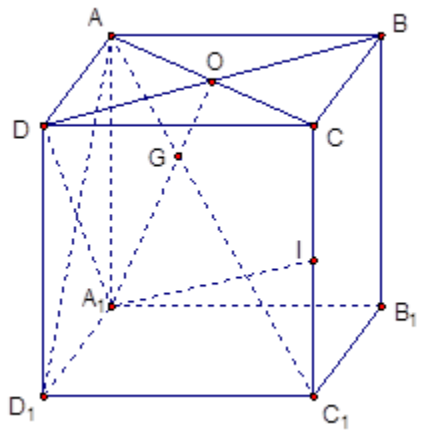
Ta có: $BA_1 \perp AB_1$, $BA_1 \perp AD$ suy ra $BA_1 \perp (ADC_1B_1)$ Từ đó $BA_1 \perp AC_1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $AC_1 \perp (BDA_1)$.

Cách 2: Theo định lý 3 đường vuông góc BD$\perp$ AC nên BD$\perp$ AC_1 (1). Tương tự $A_1D \perp AD_1$ nên $AD_1 \perp AC_1$ (2). Từ (1) và (2) ta có $AC_1 \perp (BDA_1)$.

Cách 3: Có AB =AD = AA_1, $C_1B = C_1D = C_1A_1$ nên AC_1 là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác BDA_1 nên $AC_1 \perp (BDA_1)$.

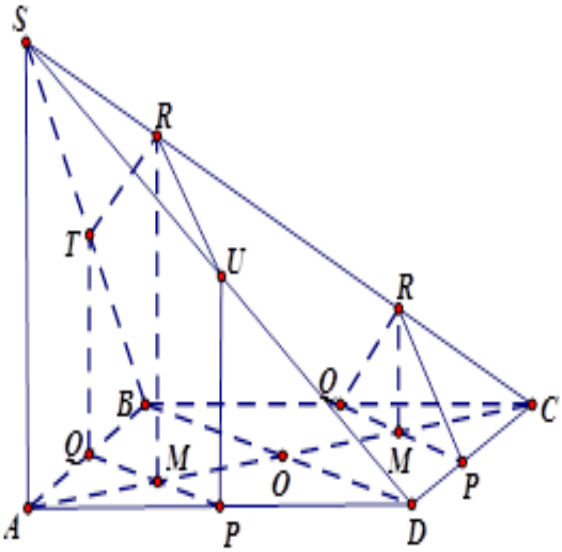
HS2 đưa ra thêm cách 4: Mặt phẳng (ACC_1A_1) vuông góc với mặt phẳng (BDA_1) vì (BDA_1) chứa đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (ACC_1A_1). Tương tự mặt phẳng (ADC_1B_1) vuông góc với mặt phẳng (BDA_1) vì (BDA_1) chứa đường thẳng $BA_1 \perp (ADC_1B_1)$.Mặt khác $(ADC_1B_1) \cap (ACC_1A_1) = AC_1$ suy ra $AC_1 \perp (BDA_1)$.



Hình 4.37

HS1 tiếp tục đưa ra thêm cách 5: Mặt phẳng (ACC_1A_1) vuông góc với mặt phẳng (BDA_1) vì (BDA_1) chứa đường thẳng BD vuông góc với mặt phẳng (ACC_1A_1). Tính 3 cạnh C_1A_1, GA_1, C_1G theo a . Ta thấy $C_1A_1^2 = GA_1^2 + C_1G^2$ suy ra $AC_1 \perp OA_1$. Do đó $AC_1 \perp (BDA_1)$ (Hình 4.37)

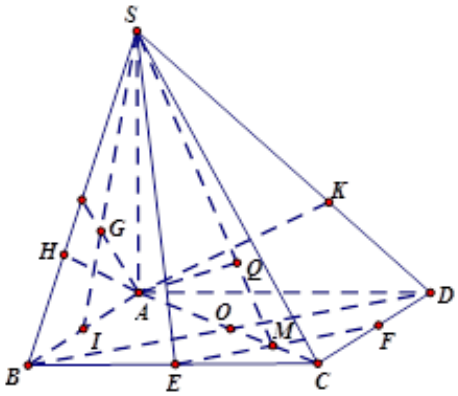
Ở câu 3, tất cả 4 HS đều chỉ ra được mp(P) đi qua M và vuông góc với AC suy ra (P) song song với các đường thẳng SA và BD từ đó suy ra cách dựng thiết diện. HS 4 dựng đúng thiết diện là tam giác PQR và chỉ vẽ hình trong trường hợp M nằm giữa O, C (O là tâm của hình vuông ABCD); HS 3 dựng được đúng thiết diện trong 2 trường hợp: thiết diện là tam giác PQR trong trường hợp M nằm giữa O, C và thiết diện là ngũ giác PQTRU trong trường hợp M nằm giữa O, A. HS1, HS2 đã đưa ra lời giải hoàn chỉnh xét bài toán trong 3 trường hợp: M nằm giữa O, C; M nằm giữa O, A và M trùng với O. (Hình 4.38)



Hình 4.38

Ở câu 4, tất cả 4 HS đều làm đúng phần a): $d_{(O,(SBC))} = \frac{1}{2} d_{(A,(SBC))}$. Gọi H là hình chiếu của A trên SB, thấy BC$\perp$ AH (vì BC$\perp$ (SAB)) nên AH $\perp$ (SBC). Từ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2}$ suy ra

$$d_{(O,(SBC))} = \frac{1}{2} d_{(A,(SBC))} = \frac{1}{2} AH = \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$



Hình 4.39

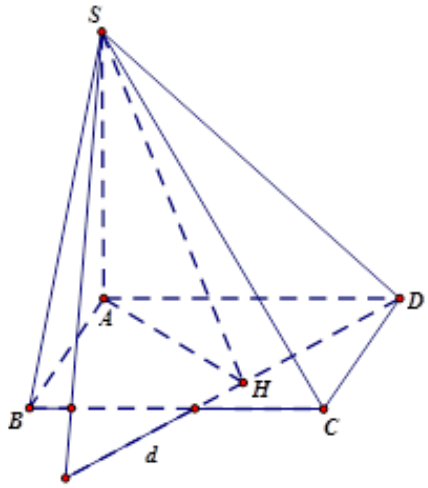
Ở phần b) các HS đều có hướng giải đúng:
Gọi I là trung điểm AB, K là hình chiếu của A trên SD, dễ thấy AK $\perp$ (SDC), do đó: $d_{(G,(SCD))} = \frac{2}{3} d_{(I,(SCD))} = \frac{2}{3} d_{(A,(SCD))} = \frac{2}{3} AK = \frac{4a\sqrt{5}}{15}$. Tuy nhiên HS4 còn tính sai do nhầm lẫn trong tỉ số liên hệ giữa các khoảng cách. Trong phần c) HS1, HS2 cho lời giải đúng: Gọi F là trung điểm của CD thì $d_{(BD,SE)} = d_{(BD,(SEF))} = d_{(O,(SEF))} = \frac{1}{3} d_{(A,(SEF))}$. Gọi M

là giao điểm của EF và AC, Q là hình chiếu của A trên SM, dễ thấy AQ$\perp$ (SEF). Ta có $\frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{\frac{9a^2}{8}}$. Suy ra: $d_{(BD,SE)} = \frac{1}{3} d_{(A,(SEF))} = \frac{1}{3} AQ = \frac{2a}{\sqrt{41}}$.

HS3, HS4 chỉ ra được $d_{(BD,SE)} = d_{(BD,(SEF))} = d_{(O,(SEF))}$ nhưng còn sai sót trong việc tìm $d_{(O,(SEF))}$. (Hình 4.39)

Ở câu 5, tất cả 4 HS đều có lời giải đúng ở phần a): ((P), (ABCD)) lớn nhất bằng 90^0 khi (P) trùng với (SAD). HS4 chưa có lời giải đúng ở phần b). HS1, HS2 đã có lời giải đúng như sau: Gọi d là giao tuyến của (P) và (ABCD), H là hình chiếu của A trên d suy ra SH$\perp$ d, do đó $((P),(ABCD)) = (AH,SH) = SHA$;

$\tan SHA = \frac{SA}{AH} \le \frac{SA}{AD} = 1 = \tan 45^0$. Suy ra $((P),(ABCD))$ nhỏ nhất bằng 45^0 khi (P) trùng (SCD), HS 3 đã dựng được góc $((P),(ABCD))$ nhưng chưa lập luận đúng để chỉ ra $((P),(ABCD))$ nhỏ nhất bằng 45^0 khi (P) trùng (SCD) (Hình 4.40).



Hình 4.40

6. PHỤ LỤC 6: GIÁO ÁN MỘT SỐ TIẾT DẠY THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

6.1. Giáo án 1:

Tên bài dạy: *Tiết 20 : Hai mặt phẳng song song.*

a. Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập:

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS trung bình và dưới trung bình:

●Mục tiêu:

-HS nắm vững: định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.

-HS hiểu được cách chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.

-HS nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.

-HS biết sử dụng các phương pháp đã học để giải quyết được các bài toán chứng minh song song cơ bản.

-HS bước đầu biết vận dụng các kiến thức về đường thẳng, mặt phẳng song song để giải một số bài toán khác.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.

-Lắng nghe, trả lời câu hỏi và hiểu được cách chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.

-Nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy cô giáo.

-Làm được Ví dụ 1a; hiểu được cách giải Ví dụ 1b.

-Làm được Ví dụ 2.

-Hiểu được mối liên hệ giữa Ví dụ 2 và Ví dụ 3 đông thời nắm được cách giải Ví dụ 3.

-Làm các bài tập 1, 2, 3 – SGK trang 71.

-Làm thêm các bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1:

Cho hình bình hành ABCD. Dựng các tia Ax, By, Cz, Dt song song cùng chiều không nằm trên mp(ABCD). Một mp(P) cắt các tia Ax, By, Cz, Dt ở A', B', C', D'.

Chứng minh rằng AA' - BB' = DD' - CC'.

a) Chứng minh A'B'C'D' là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng AA' - BB' = DD' - CC'.

a1) Chứng minh A'B' // C'D'.

a2) Chứng minh A'B'C'D' là hình bình hành.

b1) Gọi O, O' là tâm của ABCD, A'B'C'D'. Chứng minh AA' + CC' = 2.OO'.

b2) Chứng minh rằng AA' - BB' = DD' - CC'.

Bài tập bổ sung 2:

Cho lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi H là trung điểm của A'B', mp(P) qua trung điểm M của CC', (P) // AH, (P) // CB'. Dựng thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P).

a) Chứng minh (P) // (AHC'), (P) // (B'KC) (K là trung điểm AB).

b) Dựng thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P).

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

●Mục tiêu:

-HS nắm vững: định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.

-Biết cách chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.

-HS nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.

-HS biết sử dụng thành thạo các phương pháp đã học để giải quyết được các bài toán chứng minh song song.

-HS bước đầu biết vận dụng linh hoạt các kiến thức về đường thẳng, mặt phẳng song song để giải một số bài toán khác.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 1 về điều kiện để hai mặt phẳng song song; nội dung định lí 2 về sự tồn tại mặt phẳng song song và 3 hệ quả của định lí này.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy cô giáo.

- Chứng minh định lí 1, định lí 2 và ba hệ quả.

-Nắm vững một số phương pháp chứng minh hai mặt phẳng song song; chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được học.

-Làm được Ví dụ 1a; 1b.

-Làm được Ví dụ 2, Ví dụ 3.

- Làm các bài tập 2, 3, 4 – SGK trang 71.

-Làm một số bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1:

Cho hình bình hành ABCD. Dựng các tia Ax, By, Cz, Dt song song cùng chiều không nằm trên mp(ABCD). Một mp(P) cắt các tia Ax, By, Cz, Dt ở A’, B’, C’, D’.

Chứng minh rằng AA’ - BB’ = DD’ - CC’.

Bài tập bổ sung 2:

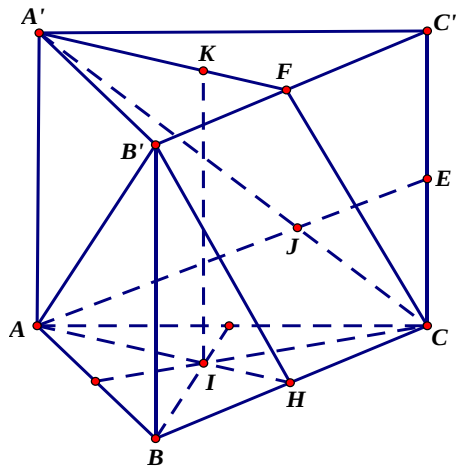
Cho lăng trụ ABC.A’B’C’. Gọi H là trung điểm của A’B’, mp(P) qua trung điểm M của CC’, (P) // AH, (P) // CB’. Dựng thiết diện của lăng trụ cắt bởi (P).

b. Nội dung và tiến trình dạy học:

Nội dung dạy học và hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
-GV sắp xếp chỗ ngồi để trong mỗi bàn học đều có HS khá, giỏi ngồi cùng HS TB và dưới TB: các HS khá ngồi ở các vị trí số 1 đầu bàn, HS trung bình và dưới trung bình ngồi ở vị trí số 2 và số 4, các HS giỏi ngồi ở vị trí số 3 cuối bàn. -GV đưa cho HS bảng liệt kê các nhiệm vụ học tập cá nhân mà HS cần thực hiện trong giờ học trong đó có in đậm những nhiệm vụ quan trọng. **HĐ 1: Dạy học định nghĩa hai mặt phẳng song song và Định lí 1**	-HS xem bảng nhiệm vụ học tập của mình.

- GV hỏi " Người ta nói mặt phẳng trần nhà và mặt phẳng sàn nhà là hai mặt phẳng song song. Vậy theo em hai mặt phẳng như thế nào thì được gọi là song song?"	Dự kiến câu trả lời của HS: "Hai mặt phẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung".
- GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau , yêu cầu HS trong nhóm thảo luận trả lời câu hỏi: "Các khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao? i) Nếu mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với đường thẳng nằm trên (Q). ii) Nếu mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trên (P) đều song song với (Q). iii) Nếu mọi đường thẳng nằm trong (P) đều song song với (Q) thì (P) song song với (Q) iv) Nếu có hai đường thẳng phân biệt nằm trong (P) song song với (Q) thì (P) song song với (Q)". -GV gọi 4 HS có sức học TB và dưới TB của 4 nhóm trả lời câu hỏi	- Các nhóm phân công nhóm trưởng, thư kí, cùng nhau thảo luận để trả lời 4 câu hỏi. Dự kiến câu trả lời của HS: i) là sai vì hai đường thẳng lần lượt nằm trên (P) và (Q) có thể chéo nhau. ii) là đúng vì nếu đường thẳng a nằm trên (P) có điểm chung A với (Q) thì A cũng là điểm chung của (P) và (Q), mâu thuẫn. iii) là đúng vì nếu (P), (Q) có điểm chung A thì đường thẳng a nằm trên (P) và qua A sẽ không song song với (Q), mâu thuẫn. iv) là sai vì (P) và (Q) có thể cắt nhau theo giao tuyến c mà trên (P) vẫn có hai đường thẳng cùng song song với c do đó cùng song song với (Q).
- GV xác nhận câu trả lời cho câu hỏi trên và nhận xét: mệnh đề iv) sẽ trở thành đúng nếu bổ sung thêm điều kiện hai đường thẳng phân biệt nằm trong (P) phải cắt nhau và phát biểu định lý 1: Nếu mp(α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng song song với mp(β) thì (α) song song với (β).	- HS lắng nghe và ghi chép nội dung Định lí 1.
-GV yêu cầu các nhóm thảo luận để chứng minh định lý bằng phương pháp phản chứng. -Nếu HS gặp khó khăn, GV có thể đưa ra câu hỏi: Gọi c là giao tuyến của (α) , (β) , có	-HS xét 2 TH: +TH1: Nếu (α) và (β) trùng nhau suy ra (β) chứa a, b – mâu thuẫn với giả thiết.

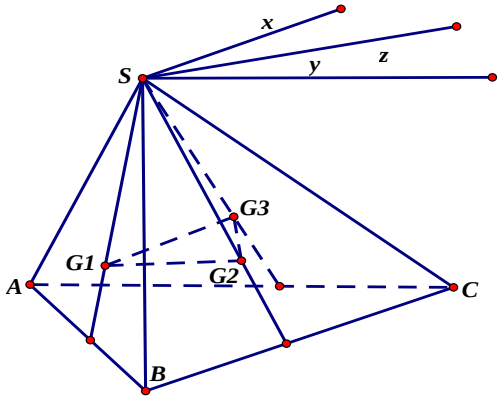
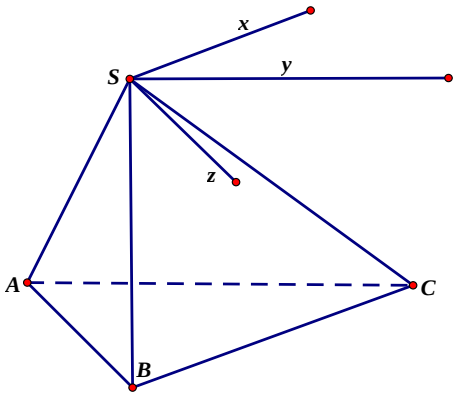
nhận xét gì về vị trí tương đối của c với a và b?	+TH2: Nếu (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến c suy ra c//a và c//b. Như vậy qua M kẻ được 2 đường thẳng cùng song song với c – mâu thuẫn .

HĐ 2: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua HD HS làm bài tập Ví dụ 1 về chứng minh hai mặt phẳng song song:
GV đưa ra bài tập ví dụ 1: Cho hình lăng ABC.A'B'C'. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACC' và A'B'C'.
a) Chứng minh (IJK) //(BB'C'C).
b) Chứng minh (A'JK)//(AIB').
- GV hướng dẫn HS vẽ hình.
	-HS vẽ hình
	 

- GV đưa ra câu hỏi: Để chứng minh (IJK) //(BB'C'C) cần chứng minh những điều gì?	-Dự kiến câu trả lời của HS: Để chứng minh (IJK) //(BB'C'C) cần chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ và $IK//(BB'C'C)$
- GV tiếp tục đưa ra câu hỏi: Để chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ và $IK//(BB'C'C)$ cần quan tâm tới các đường trung tuyến nào, vì sao?	-Dự kiến câu trả lời của HS: Để chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ cần quan tâm tới các đường trung tuyến ứng với cạnh AC vì đây là cạnh chung của tam giác ABC và AC'C. Để chứng minh $IJ//(BB'C'C)$ cần quan tâm tới các đường trung tuyến kẻ từ A, A' vì AA'FH là hình bình hành.
- GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: các HS ngồi ở vị trí số	-Dự kiến lời giải của HS: a)Gọi E, F, H là trung điểm của CC', B'C', BC.

2, 4 làm VD 1a; các HS ở vị trí số 1 làm VD 1b; các HS ngồi vị trí số 3 làm cả VD 1a và 1b sau đó thảo luận trao đổi ý kiến.
-GV gọi 2 HS ở 2 nhóm lên bảng trình bày lời giải; các thành viên khác theo dõi và cho nhận xét đánh giá.
 	
- GV khen ngợi, cho điểm các nhóm HS.
HĐ 3 : Dạy học định lí 2 và các hệ quả:
-GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau , yêu cầu HS trong nhóm thảo luận trả lời câu hỏi: Cho mặt phẳng (P) và hai điểm A, B nằm ngoài (P), AB cắp (P). Trên (P) lấy hai đường thẳng a', b' cắt nhau. Gọi a, b là hai đường thẳng qua A và lần lượt song song với a', b'; c, d là hai đường thẳng qua B và lần lượt song song với a', b'.
a) Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và song song với (P)?
b) Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và song song với (P)?
c) Hãy xét vị trí tương đối giữa mp(a, b) và mp (c,d).
d) Qua A kẻ đường thẳng Δ song song với
	$\begin{cases} IJ // HE \ (do \ \frac{AI}{AH} = \frac{AJ}{AE} = \frac{2}{3}) \\ HE \subset (BB'C'C) \end{cases}$
	$\Rightarrow IJ // (BB'C'C)$ (1)
	$\begin{cases} IK // FH \ (do \ \frac{A'K}{A'F} = \frac{AI}{AH} = \frac{2}{3}) \\ FH \subset (BB'C'C) \end{cases}$
	$\Rightarrow IK // (BB'C'C)$ (2)
	Từ (1), (2) suy ra (IJK) //(BB'C'C)
	b)Dễ thấy
	$(A'JK) \equiv (A'FC); (AIB') \equiv (AHB')$
	$\begin{cases} A'F // AH \\ AH \subset (AHB') \end{cases} \Rightarrow A'F // (AHB')$ (3)
	$\begin{cases} FC // B'H \\ B'H \subset (AHB') \end{cases} \Rightarrow FC // (AHB')$ (4)
	Từ (3), (4) suy ra (A'JK)//(AIB')
	
	- Các nhóm phân công nhóm trưởng, thư kí, cùng nhau thảo luận để trả lời 4 câu hỏi.

(P). Hãy xét vị trí tương đối giữa Δ và mp(a,b). -GV yêu cầu HS các nhóm trả lời câu hỏi. - GV tiếp tục đưa ra câu hỏi: Có thể rút ra được các tính chất gì từ các câu hỏi a), b), c), d)?.	- HS rút ra 2 kết luận chính là Nội dung định lý 2, Hệ quả 1, Hệ quả 2 và Hệ quả 3: -Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng (P) cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mp(P) đã cho. -Nếu đường thẳng a song song với mp(P) thì qua a có một và chỉ một mặt phẳng song song với mp(P) đã cho -Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau. -Cho điểm A nằm ngoài mp(P). Mọi đường thẳng qua A và song song với (P) đều nằm trong mặt phẳng qua A và song song với (P).
-GV xác nhận nội dung các định lí và hệ quả. **HĐ 4: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua HD HS làm Ví dụ 2** - GV đưa ra 2 bài toán: Ví dụ 2.1: Cho hình chóp S.ABC có SA = SB = SC. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCA. Gọi Sx, Sy lần lượt là phân giác ngoài các góc S trong các tam giác SAB, SBC. Gọi Sz là tia phân giác góc xSy. Chứng minh rằng Sz//mp($G_1G_2G_3$) (Hình 4.5) Ví dụ 2.2: (Hình 4.6) Cho hình chóp S.ABC. Gọi Sx, Sy, Sz lần lượt là các tia vuông góc với các đường cao kẻ từ S trong các tam	-HS tự ghi chép tóm tắt nội dung các định lí và hệ quả.

giác SAB, SBC, SCA. Chứng minh rằng (Sx,Sy)//mp(ABC) và Sx, Sy, Sz là đồng phẳng. - GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: các HS ngồi ở vị trí số 1 và số 3 làm Ví dụ 2.1; các HS ngồi ở vị trí số 2, 4 làm Ví dụ 2.2. Sau đó các HS trong nhóm cùng thảo luận trao đổi ý kiến. -GV gọi các HS ở các vị trí số 2, 4 lên trình bày lời giải. -GV gọi các HS vị trí số 1, 3 nhận xét, đánh giá lời giải của các bạn. **HĐ 5: Tổng kết và giao nhiệm vụ về nhà** - GV yêu cầu cả lớp rút ra và ghi lại các phương pháp chứng minh mp(P) song song với mp(Q); các phương pháp chứng minh một đường thẳng a song song với mp(P). - GV gọi một HS nêu các phương pháp chứng minh mp(P) song song với mp(Q). - GV gọi tiếp HS khác nêu các phương pháp chứng minh một đường thẳng a song song với mp(P).	  -HS làm việc, thảo luận trong các nhóm . -HS trình bày lời giải. - HS nhận xét, đánh giá lời giải của các bạn. - HS nêu ra 3 phương pháp chứng minh như sau: -Phương pháp 1: Chứng minh mp(P)

- GV yêu cầu từng đối tượng học sinh xem lại bảng nhiệm vụ đã được phát ở đầu giờ, đáng dấu những nhiệm vụ chưa hoàn thành để tiếp tục thực hiện ở nhà. - GV giao nhiệm vụ và bài tập về nhà cho HS (đã nêu trong phần đầu giáo án).	chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng song song với mp(Q). -Phương pháp 2: Chứng minh mp(P) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b, a và b lần lượt song song với a', b' nằm trên mp(Q). -Phương pháp 3: Chứng minh (P) và (Q) cùng song song với mp(R). - HS nêu 2 phương pháp chứng minh như sau: -Phương pháp 1: Chỉ ra a không nằm trên (P) và chứng minh a song song với b nằm trên (P). -Phương pháp 2: Chứng minh a song song hoặc nằm trên một mặt phẳng song song với (P). -HS xem lại bảng nhiệm vụ đánh dấu những nhiệm vụ chưa hoàn thành và ghi các nhiệm vụ mới để tiếp tục thực hiện ở nhà.

6.2. Giáo án 2:

Tên bài dạy: *Tiết 35: Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (luyện tập)*

a. Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập:

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS trung bình và dưới trung bình:

●Mục tiêu:

- HS nắm vững định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

-HS nắm vững phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc và biết vận dụng trong việc giải một số bài toán chứng minh vuông góc.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

-Vận dụng các phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc đã được học trong các bài tập chứng minh vuông góc.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy giáo.

-Làm được Bài tập 1 và hiểu được 2 mở rộng của bài tập 1.

-Làm được bài tập 2.

-Cùng với các bạn trong nhóm làm được bài tập 3 và hiểu được mối liên hệ giữa bài tập 2 và bài tập 3.

-Hiểu được cách giải bài tập 4 và hiểu được mối liên hệ giữa bài tập 3 và bài tập 4.

-Làm các bài tập 2, 3, 5, 6 SGK trang 104, 105.

-Làm các bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông, hình chiếu của S trên (ABCD) là trung điểm H của AD. M, P là trung điểm SB, CD.

Chứng minh AM$\perp$ BP.

a) Chứng minh BP$\perp$ SC.
b) Chứng minh AM$\perp$ BP

Bài tập bổ sung 2: Cho hình chóp S.ABC đáy là tam giác vuông ở C, SA vuông góc với đáy. Gọi K, O là trung điểm của SA, AB. Chứng minh KM$\perp$ MO

a) Chứng minh AM$\perp$ MB
b) Chứng minh KM$\perp$ MO

Bài tập bổ sung 3: Cho hình chóp S.ABCD đáy là nửa lục giác đều có AB = 2DC = 2AD = 2BC và SA$\perp$ (ABCD). Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SB và cắt SB tại B’, (P) cắt SC, SD lần lượt tại C’, D’.

Chứng minh rằng AB’C’D’ là tứ giác nội tiếp.

a) Chứng minh AC’$\perp$ (SBC)

b) Chứng minh AD’$\perp$ (SBD)

c) Chứng minh rằng AB’C’D’ là tứ giác nội tiếp

a1) Chứng minh BC⊥ (SAC)

a2) Chứng minh AC'⊥ (SBC)

b1) Chứng minh BD⊥ (SAD)

b2) Chứng minh AD'⊥ (SBD)

c) Chứng minh rằng AB'C'D' là tứ giác nội tiếp"

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

●Mục tiêu:

- Trên cơ sở nắm vững định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, HS rút ra phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

-HS vận dụng linh hoạt các phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong các bài toán chứng minh vuông góc và một số bài toán liên quan.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, điều kiện để một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc và một số tính chất liên hệ giữa quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Rút ra phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc.

-Vận dụng các phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc đã được học trong các bài tập chứng minh vuông góc và các bài tập liên quan.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy cô giáo.

-Làm được Bài tập 1 và hiểu được 2 mở rộng của bài tập 1.

-Làm được bài tập 2, bài tập 3 và chỉ ra được mối liên hệ giữa bài tập 2 và bài tập 3.

-Cùng các HS khác làm bài tập 4 và chỉ ra được mối liên hệ giữa bài tập 3 và bài tập 4.

- Làm các bài tập 3, 5, 6, 7 SGK trang 105.

-Làm các bài tập bổ sung:

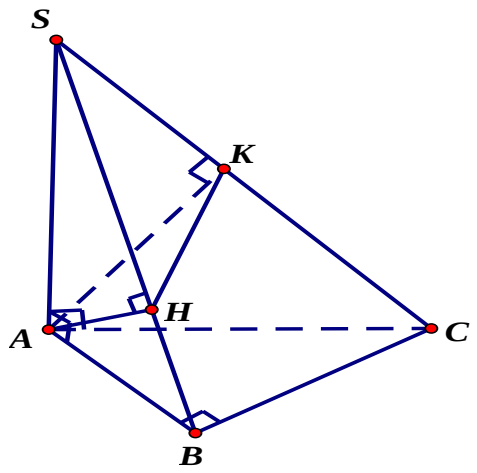
Bài tập bổ sung 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông, (SAD)$\perp$ (ABCD) , tam giác SAD là tam giác đều. M, P là trung điểm SB, CD. Chứng minh AM$\perp$ BP.

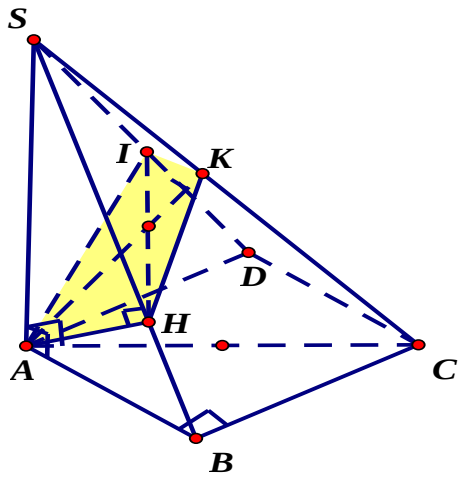
Bài tập bổ sung 2: Cho hình chóp S.ABC đáy là tam giác vuông ở C, SA vuông góc với đáy. Gọi K, O là trung điểm của SA, AB. Chứng minh KM$\perp$ MO.

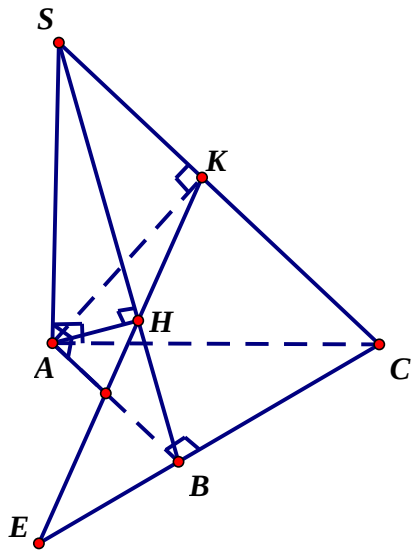
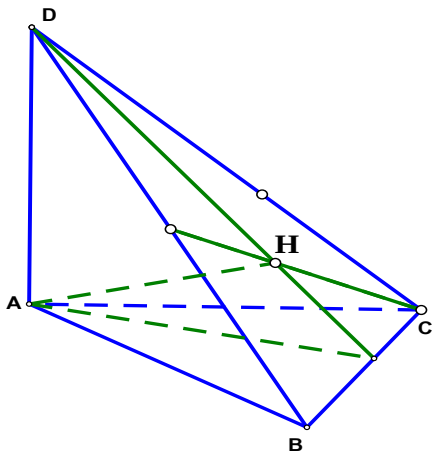
Bài tập bổ sung 3: Cho hình chóp S.ABCD đáy là nửa lục giác đều có AB = 2DC = 2AD = 2BC và SA$\perp$ (ABCD). Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SB và cắt SB tại B', (P) cắt SC, SD lần lượt tại C', D'. Chứng minh rằng AB'C'D' là tứ giác nội tiếp.

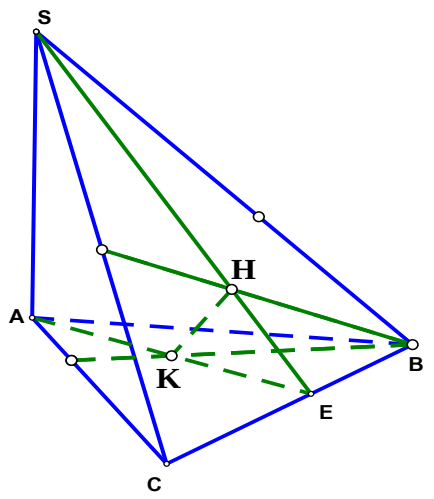
b. Nội dung và tiến trình dạy học:

Nội dung dạy học và hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
-GV sắp xếp chỗ ngồi để trong mỗi bàn học đều có HS khá, giỏi ngồi cùng HS TB và dưới TB: các HS khá ngồi ở các vị trí số 1 đầu bàn, HS trung bình và dưới trung bình ngồi ở vị trí số 2 và số 4, các HS giỏi ngồi ở vị trí số 3.	
-GV đưa cho HS bảng liệt kê các nhiệm vụ học tập cá nhân mà HS cần thực hiện trong giờ học trong đó có in đậm những nhiệm vụ quan trọng.	-HS xem bảng nhiệm vụ học tập của mình.
HĐ 1: Ôn tập và kiểm tra bài cũ: - GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau. GV yêu cầu các nhóm HS: Em hãy phát biểu định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và định lí ba đường vuông góc, định lí về điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng? Từ đó rút ra một số phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc và phương pháp chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. -GV gọi HS ở các nhóm trả lời câu hỏi.	-HS làm việc, thảo luận trong các nhóm. - Dự kiến câu trả lời của HS: + Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: Một đường thẳng gọi là vuông góc với mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường nằm trong mặt phẳng. Từ đây rút ra: Để chứng minh b vuông góc với a ta chứng minh b vuông góc với một mp(P) chứa a. +Định lí ba đường vuông góc: Cho

- GV khen ngợi các HS cho ý kiến và xác nhận lại kiến thức. **HĐ 2: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức và các phương pháp chứng minh vuông góc giải bài tập 1 SGK và hai mở rộng của bài tập 1.** - GV chia lớp thành 6 nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau, yêu cầu HS trong nhóm giải Bài tập 1: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Chứng minh rằng $SC \perp (AHK)$. -GV gọi HS ở vị trí 2, 4 lên trình bày lời giải.	đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng b nằm trong (P). Điều kiện cần và đủ để b vuông góc với a là b vuông góc với hình chiếu a' của a trên (P). Từ đây rút ra: Cho b nằm trong (P) và a không vuông góc với (P) , để chứng minh b vuông góc với a ta chứng minh b vuông hình chiếu a'của a trên mp(P). +Định lí về điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng: Nếu đường thẳng d vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong (P) thì d vuông góc với (P). Từ đây rút ra: Để chứng minh đường thẳng a vuông góc với mp(P) ta chứng minh a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (P).  - HS các nhóm phân công nhóm trưởng, thư kí cùng thảo luận giải BT 1. -Dự kiến lời giải của HS:

-GV gọi HS ở vị trí 1, 3 nhận xét đánh giá lời giải. - GV đưa ra câu hỏi cho các nhóm: Gọi D là điểm nằm trên nửa mặt phẳng bờ AC không chứa B. Gọi I là giao điểm của SD với (AHK). AI có vuông góc với SD không? SC vuông góc với các đường thẳng và mặt phẳng nào trong hình vẽ? Vì sao?	Theo đề bài: $SC \perp AK$ (1) $\left.\begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \ (\text{do } SA \perp (ABC)) \end{array}\right\}$ $\Rightarrow BC \perp (SAB)$ suy ra $BC \perp AH$, mặt khác $AH \perp SB$ nên $AH \perp SC$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AHK)$ -HS thảo luận trả lời câu hỏi: $AI \perp SC, AI \perp CD$ do đó $AI \perp (SCD) \Rightarrow AI \perp SD$. $SC \perp AI$; $SC \perp AH$; $SC \perp AK$; $SC \perp IH$; $SC \perp (AIHK)$ 
- GV tiếp tục đưa ra câu hỏi: Gọi E là giao điểm của HK và BC. Hãy chỉ ra mối quan hệ giữa ba đường thẳng AS, AC, AE.	-HS thảo luận trả lời: $AE \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$); $AE \perp SC$ (do $SC \perp (AHK)$) Suy ra $AE \perp (SAC)$. Vậy AS, AC, AE đôi một vuông góc.

HĐ 3: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức và các phương pháp chứng minh vuông góc giải bài tập 2A, 2B - GV hỏi: Trong hình vẽ trên biết AS, AC, AE đôi một vuông góc. Chỉ ra quan hệ giữa A và H. Trong tam giác SEC điểm H có tính chất gì? -GV đưa ra 2 bài toán: Bài tập 2A: Cho tứ diện ABCD có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc, H là hình chiếu của điểm A trên mp(BCD). Chứng minh rằng H là trực tâm tam giác BCD Bài tập 2B: Cho tứ diện ABCD có ba cặp cạnh đối đôi một vuông góc. Chứng minh rằng hình chiếu của một đỉnh trên mặt đối diện trùng với trực tâm của mặt đó. - GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: các HS ngồi ở vị trí số 2, 4 làm BT 2A, Các HS ngồi ở vị trí số 1 và số 3 giải BT 2B sau đó cùng thảo luận trao đổi ý kiến. -GV gọi HS của 2 nhóm lên trình bày lời giải, các thành viên khác nhận xét và đánh giá lời giải.	 - HS trả lời: H là hình chiếu vuông góc của A trên (ABC) đồng thời H là trực tâm tam giác ABC.  -HS làm việc, thảo luận trong các nhóm. - Dự kiến lời giải của HS: $\left.\begin{matrix} DA \perp AB \\ DA \perp AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow DA \perp (ABC) \Rightarrow DA \perp BC$. Mặt khác AH$\perp$ BC (vì AH$\perp$ (BCD))

- GV đưa ra câu hỏi: Có nhận xét gì về mối liên hệ giữa BT 2A với mở rộng thứ hai của BT 1; mối liên hệ giữa BT 2A với BT 2B. - GV đưa ra câu hỏi: Những tứ diện nào có tính chất hình chiếu của đỉnh trên mặt đối diện trùng với trực tâm của mặt đối diện **HĐ 4: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức và các phương pháp chứng minh vuông góc giải bài tập 3:** -GV yêu cầu tất cả HS giải BT 3: Cho hình chóp S.ABC có SA$\perp$ mp(ABC), tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Chứng minh rằng: $HK \perp (SBC)$. - GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau. Nếu HS gặp khó khăn GV có thể sử dụng các câu hỏi: - Em có nhận xét gì về mối quan hệ giữa AK, SH, BC?	Suy ra : BC$\perp$ (DAH) suy ra BC$\perp$ DH. Tương tự chứng minh được: BD$\perp$ CH. Vậy H là trực tâm tam giác BCD. -Dự kiến câu trả lời của HS: Các quan hệ vuông góc trong BT 2A và mở rộng thứ hai của BT 1 là giống nhau; BT 2A là trường hợp đặc biệt của BT 2B. -Dự kiến câu trả lời của HS: tứ diện ABCD có tính chất hình chiếu của đỉnh trên mặt đối diện trùng với trực tâm của mặt đó khi và chỉ khi ABCD là tứ diện có 3 cặp cạnh đối đôi một vuông góc.  -Dự kiến câu trả lời của HS: Trong (SBC): SH cắt BC tại E, SE $\perp$ BC do SA $\perp$ (ABC) nên AE là hình chiếu của SE trên (ABC), theo định lí ba đường vuông góc suy ra AE $\perp$ BC.

- Để chứng minh $HK \perp (SBC)$ cần chứng minh điều gì?	Vì H, K là trực tâm các tam giác SBC, ABC nên H thuộc SE, K thuộc AE. Vậy AH, SK, BC đồng quy.
- GV gọi HS của 2 nhóm lên trình bày lời giải, các thành viên khác nhận xét và đánh giá lời giải.	- Dự kiến câu trả lời của HS: Dễ thấy $BC \perp HK$, để chứng minh $HK \perp (SBC)$ cần chứng minh tiếp $SC \perp HK$.
-GV hỏi: Có nhận xét gì về mối liên hệ giữa BT 3 với BT 2A.	-Dự kiến lời giải của HS: Do K là trực tâm tam giác ABC nên BK ⊥ AC mà AC là hình chiếu của SC trên (ABC) nên BK⊥ SC. Mặt khác H là trực tâm tam giác SBC nên BH⊥ SC. Vậy SC ⊥ (BHK) suy ra KH ⊥ SC. Mặt khác KH ⊥ BC (do BC ⊥ (SAE)). Vậy KH⊥ (SBC).
-GV đưa ra câu hỏi để các nhóm thảo luận: Từ hình vẽ của BT 3 hãy tìm ra và giải một số bài toán chứng minh vuông góc mới.	- Dự kiến câu trả lời của HS: Khi tam giác ABC vuông ở A thì trực tâm K trùng A nên BT 2A là trường hợp đặc biệt của BT 3. -Dự kiến câu trả lời của HS: BT 3A: Cho hình chóp S.ABC có SA⊥ mp(ABC), tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi K là trực tâm các tam giác ABC. Chứng minh rằng H là trực tâm tam giác SBC khi và H là hình chiếu của K trên (SBC). BT 3B: Cho hình chóp S.ABC có SA⊥ mp(ABC), tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi H là trực tâm các tam giác SBC. Đường thẳng qua H và vuông góc với (SBC) cắt (SBC) ở K. Chứng minh rằng K là trực tâm tam giác ABC.
- GV hỏi: Trong hình chóp S.ABC gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Nếu biết HK ⊥ mp(SBC) thì có suy ra được SA⊥ mp(ABC) không?	-HS thảo luận trả lời câu hỏi -HS cùng với GV đưa ra thêm BT 3C: "Cho hình chóp S.ABC có các tam

- GV đưa ra bài toán: Cho hình chóp S.ABC có các tam giác ABC, SBC không vuông. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Biết HK ⊥ mp(SBC) chứng minh rằng: SA⊥ mp(ABC). a)Chứng minh BC⊥ (SAK). b) Chứng minh BK⊥ (SAC). c) Chứng minh rằng: SA⊥ mp(ABC). a1) Chứng minh AK đi qua giao điểm của SH và BC. a2) Chứng minh BC⊥ (SAK). b1) Chứng minh SC⊥ (BHK). b2) Chứng minh BK⊥ (SAC). -GV hướng dẫn HS làm bài toán ở nhà: Đầu tiên hãy cố gắng chứng minh SA⊥ mp(ABC). Nếu thấy khó khăn không thể vượt qua, HS sẽ chuyển sang làm câu a, b, c. Nếu tiếp tục gặp khó khăn khi làm câu a), HS chuyển sang làm câu a1), a2), a3). HS làm tiếp câu b). Nếu HS không tìm ra cách giải câu b), hãy chuyển sang làm câu b1), b2). Cứ như vậy cho đến khi hoàn tất bài toán.	giác ABC, SBC không vuông. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC, ABC. Biết HK ⊥ mp(SBC) chứng minh rằng: SA⊥ mp(ABC)”
HĐ 5: Tổng kết và giao nhiệm vụ về nhà - GV yêu cầu cả lớp tổng kết và ghi lại các phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc và chứng minh đường thẳng vuông góc đã được học. Mỗi HS nhìn lại bảng nhiệm vụ được giao ở đầu giờ đánh dấu xem đã hoàn thành được những nhiệm vụ gì, còn nhiệm vụ nào chưa hoàn thành và	-HS xem lại bảng nhiệm vụ đánh dấu những nhiệm vụ chưa hoàn thành và ghi các nhiệm vụ mới để tiếp tục thực

tự lập kế hoạch thực hiện những phần chưa hoàn thành. - GV giao nhiệm vụ và bài tập về nhà cho HS (đã nêu trong phần đầu giáo án): các HS ở vị trí số 2, 4 làm các bài tập 2, 3, 4 SGK trang 104, 105 cùng 3 bài tập bổ sung; các HS ngồi ở vị trí số 1, 3 làm các bài tập 3, 5, 6, 7 SGK trang 105 cùng 3 bài tập bổ sung.	hiện ở nhà.

6.3. Giáo án 3:

Tên bài dạy: *Tiết 40: Khoảng cách*

a. Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập:

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS trung bình và dưới trung bình:

●Mục tiêu:

- HS nắm vững định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

-HS nắm vững 3 phương pháp tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng và biết vận dụng trong việc giải một số bài toán tìm khoảng cách.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS.

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

-Vận dụng 3 phương pháp tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng trong bài tập.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy thầy giáo

-Làm được Ví dụ 1a và hiểu được Ví dụ 1 b

- Cùng với các bạn trong nhóm làm được Ví dụ 2 a và hiểu được Ví dụ 2b

-Làm các bài tập 1, 3, 4, 7 SGK trang 119, 120

-Làm các bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông cạnh a, SA $\perp$ (ABCD), SA = a. Gọi I là trung điểm BC.

a) Tính khoảng cách từ điểm A đến mp(SBC)

b) Tính khoảng cách từ điểm D đến mp(SBC)

c) Tính khoảng cách từ điểm I đến mp(SAC)

Bài tập bổ sung 2: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang vuông có AD = 2AB = 2BC = 2a, SA = $a\sqrt{2}$ và SA $\perp$ (ABCD). Gọi H là hình chiếu của A trên SB.

Tính $d_{(H,(SCD))}$.

a) Tính tỉ số $\frac{HS}{BS}$.

b) Tính $d_{(A,(SCD))}$.

c) Tính $d_{(H,(SCD))}$.

a1) Tính HS.

a2) Tính tỉ số $\frac{HS}{BS}$.

b1) Chứng minh (SAC) $\perp$ (SCD).

b2) Tính $d_{(A,(SCD))}$.

c) Tính $d_{(H,(SCD))}$.

Mục tiêu, nhiệm vụ học tập và bài tập toán học dành cho nhóm đối tượng HS khá, giỏi:

●Mục tiêu:

- Trên cơ sở nắm vững định nghĩa định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, qua các Ví dụ, HS rút ra phương pháp tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

-HS vận dụng linh hoạt các phương pháp tìm khoảng cách để giải bài toán tìm khoảng cách và một số bài toán liên quan.

-Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS

●Nhiệm vụ:

-Thuộc và hiểu rõ định nghĩa định nghĩa định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song. Rút ra tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

-Vận dụng các phương pháp tìm khoảng cách trong các bài tập tìm khoảng cách và các bài tập liên quan.

-Tích cực tham gia các hoạt động nhóm, tham gia thảo luận trao đổi với bạn học và thầy cô giáo.

-Làm được Ví dụ 1, Ví dụ 2.

- Làm các bài tập 3, 4, 5a và b, 7 SGK trang 119, 120.

-Làm các bài tập bổ sung:

Bài tập bổ sung 1: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thoi cạnh a, $BAD = 60^0$, O là tâm hình thoi ABCD, SO$\perp$ (ABCD). Tính $d_{(A,(SBC))}$.

Bài tập bổ sung 2: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình vuông cạnh a, SA$\perp$ (ABCD), SA = a. Gọi I là trung điểm BC.

a) Tính khoảng cách từ điểm D đến mp(SBC).

b) Tính khoảng cách từ điểm I đến mp(SAC).

c) Tính khoảng cách từ điểm A đến mp(SDC).

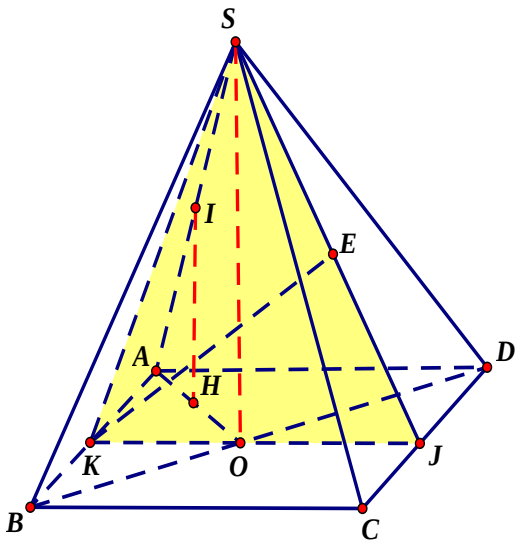
Bài tập bổ sung 3: Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang vuông có AD = 2AB = 2BC = 2a, SA = $a\sqrt{2}$ và SA$\perp$ (ABCD). Gọi H là hình chiếu của A trên SB.

Tính $d_{(H,(SCD))}$.

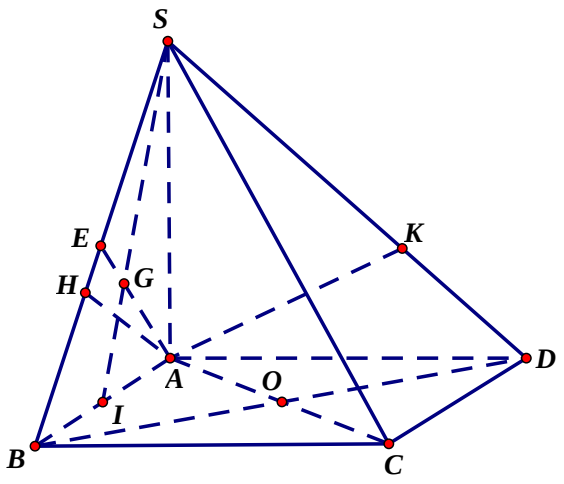
b. Nội dung và tiến trình dạy học:

Nội dung dạy học và hoạt động của GV	**Hoạt động của HS**
-GV sắp xếp chỗ ngồi để trong mỗi bàn học đều có HS khá, giỏi ngồi cùng HS TB và dưới TB: các HS khá ngồi ở các vị trí số 1 đầu bàn, HS trung bình và dưới trung bình ngồi ở vị trí số 2 và số 4, các HS giỏi ngồi ở vị trí số 3.	

-GV đưa cho HS bảng liệt kê các nhiệm vụ học tập cá nhân mà HS cần thực hiện trong giờ học trong đó có in đậm những nhiệm vụ quan trọng. **HĐ 1: Dạy học định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng:** - GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau, yêu cầu HS trong nhóm trả lời câu hỏi: Cho điểm O, đường thẳng a và mp(P). a)Gọi H là một điểm thuộc a, tìm vị trí của điểm H để khoảng cách giữa O và H là nhỏ nhất. b)Gọi H là một điểm thuộc (P), tìm vị trí của điểm H để khoảng cách giữa O và H là nhỏ nhất. c)Người ta gọi khoảng cách giữa O và H tìm được ở câu a) là khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng a; khoảng cách giữa O và H tìm được ở câu b) là khoảng cách từ điểm O đến mp(P). Em hãy phát biểu định nghĩa khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng. -GV gọi 3 HS ở 3 nhóm lên trả lời câu hỏi **HĐ 2: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua giải bài toán tìm khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng bằng cách tìm hình chiếu của điểm trên mặt phẳng:** -GV đưa ra bài toán:	-HS xem bảng nhiệm vụ học tập của mình -HS các nhóm phân công nhóm trưởng, thư kí, phân công nhiệm vụ cho các thành viên trong nhóm cùng suy nghĩ, thảo luận để trả lời câu hỏi -Dự kiến các câu trả lời của HS: a) Gọi H là hình chiếu của O trên a, khi đó H là điểm cần tìm.Thật vậy, xét điểm M tùy ý trên a, M khác H. Tam giác OAM vuông tại H, suy ra OH < OM. b) Gọi H là hình chiếu của O trên (P), khi đó H là điểm cần tìm.Thật vậy, xét điểm M tùy ý trên (P), M khác H. Tam giác OAM vuông tại H, suy ra OH < OM. c) Khoảng cách từ điểm O đến a là khoảng cách giữa O và hình chiếu của O trên a. Khoảng cách từ điểm O đến (P) là khoảng cách giữa O và hình chiếu của O trên (P).

Ví dụ 1: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh bên và cạnh đáy đều bàng a. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB và O là tâm của hình vuông ABCD. a) Tìm một đường thẳng vuông góc với (ABCD). Tính khoảng cách từ điểm I đến (ABCD). b) Tìm mặt phẳng đi qua K và vuông góc với (SCD). Tính khoảng cách từ điểm K đến (SCD). c)Em hãy trình bày một số kinh nghiệm trong việc dựng hình chiếu của một điểm trên một mặt phẳng - GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: các HS ngồi ở vị trí số 2, 4 làm Ví dụ 1a, Các HS ngồi ở vị trí số 1 và số 3 làm Ví dụ 1a, b, c. sau đó cùng thảo luận trao đổi ý kiến. -GV gọi các học sinh ở vị trí số 2, 4 trình bày lời giải Ví dụ 1a, b, gọi HS vị trí số 1 trình bày lời giải Ví dụ 1c.	 -HS các nhóm phân chia nhiệm vụ, suy nghĩ tìm lời giải sau đó thảo luận, trao đổi ý kiến. -Dự kiến các câu trả lời của HS: a) S.ABCD là chóp tứ giác đều nên SO⊥ (ABCD). Qua I kẻ đường thẳng song song với SO, cắt AC ở H thì H là trung điểm của AO và IH⊥ (ABCD). Do đó: $d_{(I,(ABCD))} = IH = \sqrt{IA^2 - AH^2}$ $= \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ b) Gọi J là trong điểm CD. Ta có: $\begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp KJ \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SKJ) \Rightarrow (SKJ) \perp (SCD)$ Gọi E là hình chiếu của K trên SJ, suy ra

	E là hình chiếu của K trên (SCD). Do đó: $d_{(K,(SCD))} = KE = \frac{2S_{\Delta SKJ}}{SJ} = \frac{SO.KJ}{SJ} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$
-GV xác nhận kiến thức và khen ngợi các HS tích cực tham gia cho ý kiến. **3.HĐ 3: Dạy học khái niệm khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song:** - GV chia lớp thành các nhóm, mỗi nhóm gồm các HS ở 2 bàn sát nhau, yêu cầu HS trong nhóm trả lời câu hỏi: a)Cho đường thẳng a song song với mp(P). Tìm điểm A thuộc a và điểm B thuộc (P) để khoảng cách giữa A và B là nhỏ nhất. b) Cho mp(P) song song với mp(Q). Tìm điểm A thuộc (P) và điểm B thuộc (Q) để khoảng cách giữa A và B là nhỏ nhất. c)Người ta gọi khoảng cách giữa A và B tìm được ở câu a) là khoảng cách giữa đường thẳng a và mp(P); khoảng cách giữa A và B tìm được ở câu b) là khoảng cách giữa mp(P) và mp(Q). Em hãy phát biểu định nghĩa khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song. - GV yêu cầu HS: hãy so sánh $d_{(a,(P))}$ và $d_{(A,(P))}$; $d_{((P),(Q))}$ và $d_{(A,(Q))}$	c) Để tìm hình chiếu của điểm M trên mp(P) có thể dùng 2 cách sau: - Tìm một đường thẳng a vuông góc với (P). Qua M dựng b // a, gọi H là giao điểm của b và (P) thì H chính là hình chiếu của điểm M trên mp(P). - Tìm mp(Q) qua M và (Q)$\perp$ (P). Gọi b là giao tuyến của (P) và (Q). Hình chiếu H của M trên b chính là hình chiếu của điểm M trên mp(P). - Các HS trong nhóm cùng suy nghĩ, thảo luận để trả lời câu hỏi -Dự kiến các câu trả lời của HS: a) Lấy A tùy ý trên a. Gọi B là hình chiếu của A trên (P), khi đó A, B là 2 điểm cần tìm.Thật vậy, xét điểm M tùy ý trên a, N tùy ý trên (P). Gọi H là hình chiếu của M trên (P) ta có: $AB = MH \le MN$. b) Lấy A tùy ý trên (P). Gọi B là hình chiếu của A trên (Q), khi đó A, B là 2 điểm cần tìm.Thật vậy, xét điểm M tùy ý trên (P), N tùy ý trên (Q). Gọi H là hình chiếu của M trên (Q) ta có: $AB = MH \le MN$. c) Cho a // (P), khoảng cách giữa a và (P) là khoảng cách từ một điểm bất kì trên a đến hình chiếu của nó trên (P).

HĐ 4: Bồi dưỡng TDPP, TDST cho HS thông qua giải các bài toán tìm khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng với những kĩ thuật khác nhau -GV đưa ra bài toán:Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, SA = 2a, SA$\perp$ (ABCD). Gọi G là trọng tâm tam giác SAB. a) Tìm $d_{(B,(SCD))}$ b) Tìm $d_{(G,(SCB))}$ c) Tìm $d_{(G,(SCD))}$ d) Có thể sử dụng những cách nào để tìm khoảng cách từ điểm M đến mp(P)? -GV tổ chức các nhóm ghép hình: GV chia lớp thành các nhóm gia đình: mỗi nhóm gia đình gồm các HS ở 2 bàn sát nhau và gợi ý việc phân chia nhiệm vụ: một số HS giải câu a và câu b, một số khác sẽ giải câu c. Các HS có cùng nhiệm vụ sẽ họp lại với nhau thành các nhóm chuyên gia, mỗi nhóm 4-6 người. Sau khi các thành viên ở mỗi nhóm chuyên gia thảo luận giải quyết xong bài của mình, họ trở về nhóm gia đình trao đổi ý kiến và cùng làm tiếp câu d.	Cho (P) // (Q), khoảng cách giữa (P) và (Q) là khoảng cách từ một điểm bất kì trên (P) đến hình chiếu của nó trên (Q). -HS nhận xét: $d_{(a,(P))} = d_{(A,(P))}$; $d_{((P),(Q))} = d_{(A,(Q))}$  -Dự kiến các câu trả lời của HS: a) Do AB // (SCD) nên: $d_{(B,(SCD))} = d_{(AB,(SCD))} = d_{(A,(SCD))}$ Gọi K là hình chiếu của A trên SD, suy ra K là hình chiếu của A trên (SCD). $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow d_{(B,(SCD))} = AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ b) Do $GE = \frac{1}{3}AE$ nên $d_{(G,(SCB))} = \frac{1}{3}d_{(A,(SCB))}$ Gọi H là hình chiếu của A trên SB, suy ra H là hình chiếu của A trên (SCB). $d_{(G,(SCB))} = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3}AK = \frac{2a\sqrt{5}}{15}$ c) $d_{(G,(SCD))} = \frac{2}{3}d_{(I,(SCD))} = \frac{2}{3}d_{(A,(SCD))}$ $= \frac{2}{3}AK = \frac{4a\sqrt{5}}{15}$ d) Để tìm tìm khoảng cách từ điểm M đến mp(P) có thể sử dụng các cách sau: - Tìm hình chiếu H của M trên (P). Tính MH

- GV khen ngợi các HS tích cực và cho điểm các thành viên rong nhóm **HĐ 5: Tổng kết và giao nhiệm vụ về nhà** - GV yêu cầu cả lớp tổng kết và ghi lại các kinh nghiệm tìm hình chiếu của một diểm trên mặt phẳng; kinh nghiệm tìm khoảng cách từ một điểm đến một mựt phẳng HS tự rút ra sau bài học. Mỗi HS nhìn lại bảng nhiệm vụ được giao ở đầu giờ đánh dấu xem đã hoàn thành được những nhiệm vụ gì, còn nhiệm vụ nào chưa hoàn thành và tự lập kế hoạch thực hiện những phần chưa hoàn thành. - GV giao nhiệm vụ và bài tập về nhà cho HS (đã nêu trong phần đầu giáo án)	- Trên đường thẳng qua M và song song với (P), chọn điểm N. Để tìm $d_{(M,(P))}$ hãy tìm $d_{(N,(P))}$ - Trên đường thẳng qua M và cắt (P) tại I, chọn điểm N. Tính tỉ số $\frac{MI}{NI}$. Tính $d_{(N,(P))}$ Suy ra: $d_{(M,(P))} = \frac{MI}{NI} \cdot d_{(N,(P))}$ HS xem lại bảng nhiệm vụ đánh dấu những nhiệm vụ chưa hoàn thành và ghi các nhiệm vụ mới để tiếp tục thực hiện ở nhà.